сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р17-88-38

Хо Чунг Зунг*, Фам Ле Киен*, А.С.Шумовский

СПЕКТР ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ ТРЕХУРОВНЕВОГО АТОМА В РЕЗОНАТОРЕ

*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

1988

Большой интерес представляет исследование взаимодействия конечноуровневого атома с конечномодовым полем излучения. Модель Джейнса — Каммингса [1], описывающая взаимодействие двухуровневого атома с одной модой поля излучения, интенсивно изучалась [2] в связи с возможностью проверки предсказаний на экспериментах [3,4]. Эта модель служит отправным пунктом для решения многих задач. Исходя из этой модели в работах [5,6] исследовался спектр флуоресценции двухуровневого атома в идеальном резонаторе. Настоящая работа посвящена изучению спектра флуоресценции трехуровневого атома, взаимодействующего с двумя модами резонаторного поля через механизм многофотонных переходов.

Рассмотрим гамильтониан

$$\hat{H} = \hat{H}_o + \hat{H}_{AF},$$

$$\hat{H}_o = \sum_{j=1}^{3} \hbar\Omega_j \hat{R}_{jj} + \sum_{\alpha=1}^{2} \hbar\omega_\alpha \hat{a}_\alpha^+ \hat{a}_\alpha, \tag{1}$$

$$\hat{H}_{AF} = \sum_{\alpha=1}^{2} \hbar g_\alpha (\hat{R}_{3\alpha} \hat{a}_\alpha^{m_\alpha} + \hat{R}_{\alpha 3} \hat{a}_\alpha^{+m_\alpha}),$$

описывающий так называемое эффективное многофотонное взаимодействие трехуровневого атома с двухмодовым резонаторным полем в приближении вращающейся волны. Здесь оператор $\hat{R}_{jj}$ описывает населенность уровня j с энергией $\hbar\Omega_j$, оператор $\hat{R}_{ij}$ описывает переход атома с уровня j на уровень i $(i \neq j)$, бозонные операторы $\hat{a}_\alpha$ и $\hat{a}_\alpha^+$ описывают соответственно уничтожение и рождение фотона в моде α с частотой ω_α, g_α — константы связи. Операторы $\hat{R}_{ij}$ удовлетворяют соотношению

$$\hat{R}_{ij} \hat{R}_{pq} = \hat{R}_{iq} \delta_{pj}. \tag{2}$$

Предполагается, что выполняется двухмодовый многофотонный резонанс, т.е.

$$\Omega_3 - \Omega_\alpha - m_\alpha\omega_\alpha = \Delta. \tag{3}$$

Введем вспомогательные операторы

$$\hat V = \hat H_{AF}/\hbar + \Delta\hat R_{33} - \Delta/2,$$

$$\hat\lambda_\alpha = g_\alpha\left[\frac{(\hat M_\alpha + m_\alpha)!}{\hat M_\alpha!}\right]^{1/2}, \qquad (4)$$

$$\hat K = g_1 g_2(\hat R_{21}\hat a_1^{m_1}\hat a_2^{+m_2} + \hat R_{12}\hat a_1^{+m_1}\hat a_2^{m_2}) - \hat\lambda_1^2\hat R_{22} - \hat\lambda_2^2\hat R_{11},$$

которые являются интегралами движения. Нетрудно получить для оператора эволюции

$$\hat U(t) = \exp(-i\hat H t/\hbar) \qquad (5)$$

выражение

$$\hat U(t) = \exp[-i(\hat H_0/\hbar - \Delta\hat R_{33} + \Delta/2)t]\times$$
$$\times\{\cos\hat\lambda t + (\hat K/\hat\lambda_0^2)[\cos\hat\lambda t - \exp(i\Delta t/2)] - \qquad (6)$$
$$- i(\hat V/\hat\lambda)\sin\hat\lambda t + i(\Delta/2\hat\lambda_0^2\hat\lambda)\hat K\sin\hat\lambda t\}.$$

Используя это выражение, можно вычислить различные корреляционные функции, в частности двухвременные дипольные корреляционные функции

$$D_\alpha(t,\tau) = \langle\hat R_{3\alpha}(t+\tau)\hat R_{\alpha 3}(t)\rangle. \qquad (7)$$

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ атом находится на уровне j, а поле — в произвольном состоянии, описываемом матрицей плотности $\hat\rho_F$. Тогда получим

$$D_\alpha(t,\tau) = \sum_{n_1 n_2} p(n_1,n_2)D_\alpha(t,\tau;j,n_1,n_2), \qquad (8)$$

где

$$p(n_1,n_2) = \langle n_1 n_2|\hat\rho_F|n_1,n_2\rangle, \qquad (9)$$

$$D_\alpha(t,\tau;j,n_1,n_2) = \langle j;n_1,n_2|\hat R_{3\alpha}(t+\tau)\hat R_{\alpha 3}(t)|j;n_1,n_2\rangle =$$
$$= \langle j;n_1,n_2|\hat U^+(t+\tau)\hat R_{3\alpha}\hat U(\tau)\hat R_{\alpha 3}\hat U(t)|j;n_1,n_2\rangle. \qquad (10)$$

Подстановка выражения (6) в (10) дает

$$D_\alpha(t,\tau;3,n_1,n_2) = \frac{1}{4\lambda^2}(\lambda_+ e^{-i\lambda t} + \lambda_- e^{i\lambda t})\times$$
$$\times(\lambda_+ e^{i\lambda(t+\tau)} + \lambda_- e^{-i\lambda(t+\tau)})\times$$
$$\times\left[\frac{\tilde\lambda_\alpha^2}{2\tilde\lambda_0^2\tilde\lambda}(\tilde\lambda_+ e^{i\tilde\lambda\tau} + \tilde\lambda_- e^{-i\tilde\lambda\tau}) + \frac{\lambda_{\bar\alpha}^2}{\tilde\lambda_0^2}e^{i\Delta\tau/2}\right]e^{im_\alpha\omega_\alpha\tau}, \qquad (11)$$

$$D_\alpha(t,\tau;\beta,n_1+m_1\delta_{1\beta},n_2+m_2\delta_{2\beta}) = \frac{\lambda_\beta^2}{\lambda^2}\sin\lambda t\sin\lambda(t+\tau)\times$$
$$\times\left[\frac{\tilde\lambda_\alpha^2}{2\tilde\lambda_0^2\tilde\lambda}(\tilde\lambda_+ e^{i\tilde\lambda\tau} + \tilde\lambda_- e^{-i\tilde\lambda\tau}) + \frac{\lambda_{\bar\alpha}^2}{\tilde\lambda_0^2}e^{i\Delta\tau/2}\right]\cdot e^{im_\alpha\omega_\alpha\tau},$$

где

$$\lambda_\alpha = \lambda_\alpha(n_\alpha) = g_\alpha\sqrt{(n_\alpha + m_\alpha)!/n_\alpha!} \quad (\alpha = 1,2;\ \bar 1 = 2,\ \bar 2 = 1),$$

$$\lambda_0 = \lambda_0(n_1,n_2) = \sqrt{\lambda_1^2(n_1) + \lambda_2^2(n_2)},$$

$$\lambda = \lambda(n_1,n_2) = \sqrt{\lambda_0^2(n_1,n_2) + \Delta^2/4}, \qquad (12)$$

$$\lambda_\pm = \lambda_\pm(n_1,n_2) = \lambda(n_1,n_2) \pm \Delta/2,$$

$$\tilde\lambda_{(\dots)} = \tilde\lambda_{(\dots)}(\alpha,n_1,n_2) = \lambda_{(\dots)}(n_1 - m_1\delta_{1\alpha}, n_2 - m_2\delta_{2\alpha}).$$

Согласно определению Эберли и Водкиевича [7], выражение для физического спектра неаксиального излучения (флуоресценции) атома дается формулой

$$S_\alpha(\nu,T) = 2\Gamma\,\mathrm{Re}\int_0^T d\tau e^{(\Gamma - i\nu)\tau}\int_0^{T-\tau} dt e^{-2\Gamma(T-t)} D_\alpha(t,\tau), \qquad (13)$$

где Γ — ширина полосы детектирования, T — время, при котором оценивается спектр флуоресценции по перпендикулярным к оси резонатора направлениям. Используя (8), (11) и (13), получаем для стационарного спектра выражение

$$S_\alpha(\nu, T\to\infty) = \sum_{n_1 n_2} p(n_1,n_2)S_\alpha(\nu;j,n_1,n_2;T\to\infty), \qquad (14)$$

где функции

$$S_\alpha(\nu;3,n_1,n_2;T\to\infty)=$$

$$=\frac{1}{4\lambda^2}\Big\{\frac{\lambda_+^2\tilde{\lambda}_\alpha^2}{2\tilde{\lambda}_0^2\tilde{\lambda}}\Big[\frac{\tilde{\lambda}_-\Gamma}{\Gamma^2+[\nu-m_\alpha\omega_\alpha-(\lambda-\tilde{\lambda})]^2}+\frac{\tilde{\lambda}_+\Gamma}{\Gamma^2+[\nu-m_\alpha\omega_\alpha-(\lambda+\tilde{\lambda})]^2}\Big]+$$

$$+\frac{\lambda_-^2\tilde{\lambda}_\alpha^2}{2\tilde{\lambda}_0^2\tilde{\lambda}}\Big[\frac{\tilde{\lambda}_+\Gamma}{\Gamma^2+[\nu-m_\alpha\omega_\alpha+(\lambda-\tilde{\lambda})]^2}+\frac{\tilde{\lambda}_-\Gamma}{\Gamma^2+[\nu-m_\alpha\omega_\alpha+(\lambda+\tilde{\lambda})]^2}\Big]+$$

$$+\frac{\lambda_{\bar{\alpha}}^2}{\tilde{\lambda}_0^2}\Big[\frac{\lambda_+^2\Gamma}{\Gamma^2+(\nu-m_\alpha\omega_\alpha-\lambda_+)^2}+\frac{\lambda_-^2\Gamma}{\Gamma^2+(\nu-m_\alpha\omega_\alpha+\lambda_-)^2}\Big]\Big\},\tag{15a}$$

$$S_\alpha(\nu;\beta,n_1+m_1\delta_{1\beta},n_2+m_2\delta_{2\beta};T\to\infty)=$$

$$=\frac{\lambda_\beta^2}{4\lambda^2}\Big\{\frac{\tilde{\lambda}_\alpha^2}{2\tilde{\lambda}_0^2\tilde{\lambda}}\Big[\frac{\tilde{\lambda}_-\Gamma}{\Gamma^2+[\nu-m_\alpha\omega_\alpha-(\lambda-\tilde{\lambda})]^2}+\frac{\tilde{\lambda}_+\Gamma}{\Gamma^2+[\nu-m_\alpha\omega_\alpha-(\lambda+\tilde{\lambda})]^2}\Big]+$$

$$+\frac{\tilde{\lambda}_+\Gamma}{\Gamma^2+[\nu-m_\alpha\omega_\alpha+(\lambda-\tilde{\lambda})]^2}+\frac{\tilde{\lambda}_-\Gamma}{\Gamma^2+[\nu-m_\alpha\omega_\alpha+(\lambda+\tilde{\lambda})]^2}\Big]+$$

$$+\frac{\lambda_{\bar{\alpha}}^2}{\tilde{\lambda}_0^2}\Big[\frac{\Gamma}{\Gamma^2+(\nu-m_\alpha\omega_\alpha-\lambda_+)^2}+\frac{\Gamma}{\Gamma^2+(\nu-m_\alpha\omega_\alpha+\lambda_-)^2}\Big]\Big\}\tag{15б}$$

описывают стационарный спектр флуоресценции атома при начальном состоянии $|j;n_1,n_2>$. Нетрудно видеть, что при малом значении Γ положения пиков спектра

$$S_\alpha(\nu;j,n_1+m_1\delta_{1j},n_2+m_2\delta_{2j},T\to\infty)$$

линии $(\Omega_3-\Omega_\alpha)$ определяются частотами

$$\begin{aligned}\nu_{\alpha,\pm1}&=m_\alpha\omega_\alpha\pm(\lambda-\tilde{\lambda}),\\ \nu_{\alpha,\pm2}&=m_\alpha\omega_\alpha\pm\lambda_\pm,\\ \nu_{\alpha,\pm3}&=m_\alpha\omega_\alpha\pm(\lambda+\tilde{\lambda}).\end{aligned}\tag{16}$$

При этом если $n_\alpha\geq m_\alpha$, то число пиков в спектре линии равно шести. Такая шестикомпонентная структура линии $(\Omega_3-\Omega_\alpha)$ является квантовым аналогом пятикомпонентной структуры линий флуоресценции, рассеяния Рэлея и рассеяния Рамана, предсказанной в полуклассической теории [8-10] для случая, когда выполняется условие резонанса (3) и $m_1=m_2=1$. Согласно полуклассической теории, где управляющие поля рассматриваются как внешние сильные (лазерные) поля, спектр $S_\alpha(\nu;T\to\infty)$ имеет центральный пик $\nu_\alpha=\omega_\alpha m_\alpha$. В полностью квантовой теории, представленной здесь, центральный пик ν_α расщепляется на два других пика $\nu_{\alpha,\pm1}=\nu_\alpha\pm(\lambda-\tilde{\lambda})$. Стоит, пожалуй, отметить, что если $m_1=m_2=1$, $n_1,n_2\gg1$, то $(\lambda-\tilde{\lambda})\simeq0$. Это означает, что в случае однофотонных переходов и больших чисел фотонов n_1, n_2 пики $\nu_{\alpha,\pm1}$ сольются и вместо них появится центральный пик $\nu_\alpha=\omega_\alpha$. При этом спектры излучения (15а), (15б) атома, взаимодействующего с квантовыми (фоковскими) резонаторными полями, превращаются в спектры атома, управляемого внешними классическими полями [8-10]. Отметим также, что спектр $S_\alpha(\nu;j,n_1,n_2,T\to\infty)$ является симметричным в случае точного резонанса $(\Delta=0)$. Наличие расстройки мод $(\Delta\neq0)$ приводит к асимметрии этих спектров.

Рассмотрим ниже два интересных случая начального состояния $|j;n_1,n_2>$ системы.

1. СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ТРЕХУРОВНЕВОГО АТОМА В РЕЗОНАТОРЕ

Пусть в начальный момент времени атом находится на верхнем уровне 3, а в резонаторных модах фотонов нет, иначе говоря, начальное состояние системы имеет вид $|3;n_1=0,n_2=0>$. Тогда $\tilde{\lambda}_\alpha=0$, $\tilde{\lambda}_0^2=\lambda_{\bar{\alpha}}^2$. Из (15а) получаем для линии спектра спонтанного излучения атома на переходе $3\to\alpha$ выражение

$$S_\alpha(\nu;3,0,0;T\to\infty)=\frac{\lambda_+^2(\Gamma/4\lambda^2)}{\Gamma^2+(\nu-m_\alpha\omega_\alpha-\lambda_+)^2}+\frac{\lambda_-^2(\Gamma/4\lambda^2)}{\Gamma^2+(\nu-m_\alpha\omega_\alpha+\lambda_-)^2},\tag{17}$$

где

$$\lambda_\pm=\lambda\pm\frac{\Delta}{2},\qquad \lambda=\sqrt{g_1^2m_1!+g_2^2m_2!+\frac{\Delta^2}{4}}.\tag{18}$$

Видно, что каждая линия спектра имеет дублетную структуру с пиками на частотах

$$\begin{aligned}\nu_{\alpha,+}&=m_\alpha\omega_\alpha+\lambda_+=\Omega_3-\Omega_\alpha+\lambda_-,\\ \nu_{\alpha,-}&=m_\alpha\omega_\alpha-\lambda_-=\Omega_3-\Omega_\alpha-\lambda_+.\end{aligned}\tag{19}$$

Отношение между интенсивностями пиков есть

$$I_{\nu_{\alpha,+}}/I_{\nu_{\alpha,-}}=\lambda_+^2/\lambda_-^2.\tag{20}$$

Такое расщепление линий ($\Omega_3 - \Omega_\alpha$, $\alpha = 1,2$) спектра спонтанного излучения является результатом взаимодействия атома с резонаторными модами и представляет собой не что иное, как проявление вакуумных (самоиндуцированных) осцилляций Раби в трехуровневой двухмодовой системе.

Заметим, что если $\Delta \neq 0$, то

$$\nu_{\alpha,+} - (\Omega_3 - \Omega_\alpha) \neq (\Omega_3 - \Omega_\alpha) - \nu_{\alpha,-}, \quad I_{\nu_{\alpha,+}} / I_{\nu_{\alpha,-}} \neq 1.$$

Это означает, что расстройка мод Δ приводит к асимметрии пиков $\nu_{\alpha,+}$ и $\nu_{\alpha,-}$ относительно линии $(\Omega_3 - \Omega_\alpha)$ и по положению, и по высоте.

2. СПЕКТР СПОНТАННОГО РАССЕЯНИЯ РАМАНА

Пусть в начальный момент времени атом находится на нижнем уровне 1, а фотонов в рамановской резонаторной моде 2 нет, иначе говоря, начальное состояние системы имеет вид $|j = 1; n_1 + m_1, n_2 = 0\rangle$. Из (15б) получаем для спектра спонтанного рассеяния Рамана выражение

$$S_2(\nu; 1, n_1 + m_1, 0; T \to \infty) =$$

$$= \left(\frac{\lambda_1^2}{4\lambda^2}\right)\left(\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (\nu - m_2\omega_2 - \lambda_+)^2} + \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (\nu - m_2\omega_2 + \lambda_-)^2}\right), \tag{21}$$

где

$$\lambda_\pm = \lambda \pm \frac{\Delta}{2},$$

$$\lambda = \sqrt{g_1^2 \frac{(n_1 + m_1)!}{n_1!} + g_2^2 m_2! + \frac{\Delta^2}{4}}, \tag{22}$$

$$\lambda_1 = g_1\sqrt{(n_1 + m_1)!/n_1!}\ .$$

Отсюда сразу видно, что линия спонтанного рассеяния Рамана имеет дублетную структуру с пиками на частотах $\nu_\pm = m_2\omega_2 \pm \lambda_\pm = \Omega_3 - \Omega_2 \pm \lambda_\mp$. Высоты пиков одинаковы. Наличие расстройки мод Δ при условии многофотонного двухмодового резонанса (3) приводит к асимметрии расположения пиков относительно атомной частоты $(\Omega_3 - \Omega_2)$.

Итак, в настоящей работе мы получили выражения для стационарного спектра флуоресценции (неаксиального излучения) трехуровневого атома, взаимодействующего с двумя модами резонаторного квантового поля при условии многофотонного двухмодового резонанса. Показано, что расстройка мод приводит к асимметрии спектра. Исследованы спектры спонтанного излучения и рассеяния Рамана резонаторных фотонов на атоме. Показано характерное дублетное расщепление линий этих спектров.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Jaynes E.T., Cummings F.W. – Proc. IEEE, 1963, v. 51, p.89.*
2. *Yoo H.I., Eberly J.H. – Phys.Rep., 1985, v.118, p.239.*
3. *Meschede D., Walther H., Muller G. – Phys.Rev.Lett., 1985, v.54, p.551.*
4. *Rempe G., Walther H., Klein N. – Phys.Rev.Lett., 1987, v.58, p.353.*
5. *Sanchez-Mondragon J.J., Narozhny N.B., Eberly J.H. – Phys.Rev.Lett., 1983, v.51, p.550.*
6. *Fam Le Kien, Shumovsky A.S., Tran Quang. – J.Phys.A., 1987, v.20; JINR E17-87-269, Dubna, 1987.*
7. *Eberly J.H., Wodkiewicz K. – J.Opt.Soc.Am., 1977, v.67, p.1252.*
8. *Kancheva L., Pushkarov D., Rashev S. – J.Phys.B, 1981, v.14, p.573.*
9. *Agarwal G., Jha S. – J.Phys.B, 1979, v. 12, p.2655.*
10. *Whitley R., Stroud C.–Phys.Rev.A,1976, v.14, p.1498.*

Рукопись поступила в издательский отдел
18 января 1988 года.