объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-88-330

Ю.Н.Покотиловский

ДЕЙСТВУЕТ ЛИ СИЛА АРХИМЕДА НА ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ В СРЕДЕ?

Направлено в "Journal of Physics C"

1988

"УI. Тела более легкие, чем жидкость, опущенные в эту жидкость насильственно, будут выталкиваться вверх с силой, равной тому весу, на который жидкость, имеющая равный объем с телом, будет тяжелее этого тела".
"УП. Тела более тяжелые, чем жидкость, опущенные в эту жидкость, будут погружаться, пока не дойдут до самого низа, и в жидкости станут легче на величину веса жидкости в объеме, равном объему погруженного тела".

Архимед "О плавающих телах" /I/.

На первый взгляд, в применении к элементарным частицам вопрос о силе Архимеда звучит довольно странно. Известно, однако, что она проявляется в действии на молекулы в растворе. Приведем без вывода известную формулу /2/ для концентрации растворенного вещества с учетом силы тяжести (формула получена из условия постоянства по объему химического потенциала для растворителя и растворенного вещества):

$$c(z) = c(0)\exp\left[-\frac{gz}{T}\left(m' - \frac{\vartheta'}{\vartheta}m\right)\right], \qquad (I)$$

где $c(z)$ и $c(0)$ – соответственно концентрация на высоте z и нулевой высоте, m' и ϑ' – масса и объем молекулы растворенного вещества, m и ϑ – то же для молекулы растворителя, g – ускорение свободного падения, T – температура.

Видно, что $U_{тр} = m'gz$ – действующий на молекулу растворенного вещества потенциал силы тяжести, а $U_{Арх} = gz\frac{\vartheta'}{\vartheta}m = \rho\vartheta' gz$ – потенциал силы Архимеда, связанный с перемещением в поле тяжести массы растворителя в объеме молекулы растворенного вещества.
В этих выражениях объем молекулы считается известным. Видимо, для проявления силы Архимеда необязательно условие теплового равновесия частицы и окружающей среды. Кроме того, ясно, что сила Архимеда существует и в твердом теле, ее явному проявлению мешает большая вязкость.

Каков эффективный объем, занимаемый в среде элементарной частицей: например электроном, нейтроном или фотоном?

Задача этой работы состоит в вычислении этих объемов и возможных эффектов проявления силы Архимеда.

I. Электроны

Из-за сильного прилипания к атомам среды в диэлектрике (проводники здесь не рассматриваются) действие силы Архимеда на электроны, видимо, не обнаружено. Единственный случай, где можно ожидать эффекта,- электроны в жидком гелии /3/. Высота отталкивающего потенциала для электронов по отношению к жидкому гелию составляет $\sim$ I эВ, в результате чего электрон в жидком гелии образует пузырек.

Размер пузырька можно найти из условия минимума полной энергии взаимодействия электрона и среды:

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2 m r^2} + 4\pi \sigma r^2 + \frac{1}{2}\left(\varepsilon^{-1} - 1\right)\frac{e^2}{r} \,. \tag{2}$$

где m – масса электрона, r – радиус пузырька, σ – коэффициент поверхностного натяжения, ε – диэлектрическая проницаемость среды. Первый член – энергия электрона в сферической потенциальной яме, второй член – энергия поверхностного натяжения пузырька, третий член – потенциал изображения. В равновесии $r \sim 20$ А, при этом E = 0,2 эВ. Соответствующая сила Архимеда

$$F = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g \tag{3}$$

может проявляться в всплывании такого пузырька, однако для наблюдения всплывания необходимо хорошее электрическое экранирование.

Положительные ионы в жидком гелии образуют твёрдые сферы с повышенной плотностью в ряде случаев /I2/, так что архимедова сила имеет противоположный знак по сравнению с обычным случаем.

2. Нейтроны

Для медленных нейтронов псевдопотенциал взаимодействия нейтронов с ядрами среды (псевдопотенциал Ферми) имеет вид /4/

$$V_k = 2\pi \hbar^2 \frac{b_k}{m_k}\,\delta\left(\vec{r} - \vec{r}_k\right), \tag{4}$$

где b_k – длина рассеяния нейтрона на ядре с координатой $\vec{r}_k$, $\vec{r}$ – координата нейтрона, m – приведенная масса. В результате когерентного взаимодействия с ядрами среды возникает усредненный потенциал взаимодействия нейтрона со средой

$$U = \frac{\hbar^2}{2m}\, 4\pi \sum_k N_k b_k \,, \tag{5}$$

где N_k – числе ядер сорта k в единице объема.

Давление, создаваемое нейтроном внутри среды в результате этого взаимодействия /5,6/,

$$p = U\,\delta(\vec{r})\,, \tag{6}$$

вызывает напряжения и соответствующую деформацию. Поле смещений определяется из уравнения движения /7/

$$\ddot{\vec{u}} = c_t^2 \Delta \vec{u} + \left(c_\ell^2 - c_t^2\right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} - \frac{1}{\rho}\vec{\nabla} p\,, \tag{7}$$

где c_t и c_ℓ – соответственно скорости поперечных и продольных колебаний в среде с плотностью ρ. Представляя поле смещений в виде (представление Ламе):

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\varphi + [\vec{\nabla}\,\vec{A}]\,, \tag{8}$$

где φ и $\vec{A}$ соответственно скалярный и векторный потенциалы, можно получить уравнение только для φ /6,7/

$$\ddot{\varphi} - c_\ell^2 \Delta\varphi = \frac{U}{\rho}\,\delta\left(\vec{r} - \vec{v}t\right). \tag{9}$$

Решение – потенциалы Лиенара-Вихерта /8/.

Рассмотрим для простоты покоящийся нейтрон ($\vec{v}$ = 0). Эффективный объем, возникающий за счет деформации $\vec{u}$,

$$V_{эфф} = \int \operatorname{div} \vec{u}\, d\vec{r} = \int \Delta\varphi\, d\vec{r} = \frac{U}{\rho c_\ell^2} \,. \tag{10}$$

Это выражение можно было бы получить и просто из соображений размерности.

Относительное изменение ускорения падения нейтрона в среде

$$\frac{a}{g} = \frac{F_{Арх}}{m_н g} = \frac{V_{эфф}\,\rho}{m_н} = \frac{U}{m_н c_\ell^2} \,. \tag{11}$$

В таблице приведены соответствующие величины для типичных веществ.

Элемент	c_ℓ (м/с)	ρ (г/см^3)	U (нэВ)	$V_{эфф}\cdot 10^{-30}$ см^3	a/g
Be	I2,6·I0^3	I,84	250	0,I4	I,6·I0^{-7}
Bi	2,2·I0^3	9,75	63	0,2I	I,3·I0^{-6}
He(4,2K)	I80	0,I25	I6	632	4,9·I0^{-5}
He(2,I8K)	22I	0,I46	20	453	4,I·I0^{-5}

Видимо, обнаружить эффект практически невозможно. В знаменателе (II) стоит c_e, которая зависит от состояния вещества. В критической точке, когда скорость звука (и модуль сжимаемости) обращаются в нуль, можно надеяться на увеличение эффекта. При этом сильно возрастает рассеяние на неоднородностях среды, так что прохождение нейтрона через среду затруднено. Одна из возможных постановок эксперимента – измерение координатной зависимости альбедо узкого горизонтального пучка медленных нейтронов.

3. Фотоны

Чтобы получить выражение для потенциала взаимодействия фотона со средой, запишем "уравнение Шредингера" для фотона /9/

$$\nabla^2 \vec{A} = \frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} \vec{A} . \tag{I2}$$

где $\vec{A}$ – поперечный вектор-потенциал электромагнитного поля. Если $\vec{A}$ – собственная функция энергии свободного фотона, то (I2) можно переписать в виде

$$-\hbar^2 \nabla^2 \vec{A} = \frac{\hbar\omega}{c^2} \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \vec{A} . \tag{I3}$$

или

$$\frac{\vec{p}^{\,2}}{m} \vec{A} = i\hbar \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} , \tag{I4}$$

где $m = \frac{\hbar\omega}{c^2}$ – инертная масса фотона.

Не зависящее от времени "уравнение Шредингера" в среде имеет вид /I0/

$$\frac{\vec{p}^{\,2}}{m} |\psi\rangle + V |\psi\rangle = \hbar\omega |\psi\rangle . \tag{I5}$$

Для решения в виде плоской волны $|\psi\rangle \sim exp(ikz)$ (где $k = k_0 n$, $k_0 = \frac{\omega}{c}$) в борновском приближении $U = \langle\psi|V|\psi\rangle$, так что

$$U = (1 - n^2)\hbar\omega \tag{I6}$$

(n – показатель преломления). Эффективный объем из (I0)

$$V_{эфф} = \frac{\hbar\omega (1-n^2)}{\rho c_e^2} . \tag{I7}$$

Если использовать для фотона выражение (II), полученное для покоящегося нейтрона, то

$$\frac{a}{g} = \frac{(1-n^2)}{n^2} \frac{c^2}{c_e^2} , \tag{I8}$$

т.к. эффективная инертная масса фотона в среде $m^* = n^2 \frac{\hbar\omega}{c^2}$.

Можно попытаться получить выражение для эффективного объёма, возникающего за счёт деформации упругой среды при попадании в нее фотона, из рассмотрения электрострикции при распространении излучения в среде /II/.

Сила $\vec{F}$, действующая на связанные электроны в среде за счёт поляризуемости α:

$$\vec{F} = \alpha \nabla \frac{\overline{\vec{E}^2}}{2} . \tag{I9}$$

Усреднение производится по высокочастотным компонентам, поскольку рассматривается медленно по сравнению с частотой поля меняющаяся часть силы. Плотность силы

$$\vec{f} = \chi \nabla \frac{\overline{\vec{E}^2}}{2} , \tag{20}$$

где χ – восприимчивость, $\varepsilon = n^2 = 1 + 4\pi\chi$.

Плотность энергии, отвечающей градиентной силе (20),

$$u = -\chi \frac{\overline{\vec{E}^2}}{2} \tag{2I}$$

Отметим, что для плотной среды необходимо провести замену $\chi \to \rho\left(\frac{\partial\chi}{\partial\rho}\right)_T = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_T$. Можно получить из формулы Клаузиуса-Мосотти $(\varepsilon-1)/(\varepsilon+2) = 4\pi\alpha\rho/3m$, что $\rho\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_T = (\varepsilon-1)(\varepsilon+2)/3$.

Для плоской волны $\nabla \vec{E}^2 = 0$, однако если пучок света поперечно ограничен (в реальности это всегда так), то имеется поперечный градиент $\nabla \vec{E}^2 \neq 0$ и при $\alpha > 0$ ($n > I$) происходит сжатие вещества в области пучка. Это – один из механизмов возникновения различных нелинейных эффектов в сильных оптических полях, в частности, явления самофокусировки и самосжатия лазерных пучков в среде /13/.

Изменение давления за счёт изменения плотности энергии при появлении в среде излучения

$$\Delta p = -u = \chi \frac{\overline{\vec{E}^2}}{2} . \tag{22}$$

Соответствующее изменение плотности вещества

$$\Delta\rho/\rho = K \Delta p , \tag{23}$$

где модуль сжимаемости $K = 1/\rho c_e^2$.

Эффективное изменение объёма

$$V_{эфф} = -\int \frac{\Delta\rho}{\rho} d\vec{r} = -4\pi\chi K \int \frac{\vec{E}^2}{8\pi} d\vec{r} = -4\pi\chi K E_\phi \,, \tag{24}$$

поскольку $\int \frac{\vec{E}^2}{8\pi} d\vec{r} = E_\phi$ есть энергия фотонов.
Для разреженной среды $V_{эфф} = \frac{1-n^2}{\rho c_e^2} E_\phi$, что совпадает с (I7).
Для плотной среды

$$V_{эфф} = \frac{(1-n^2)(n^2+2)}{3\rho c_e^2} \,. \tag{25}$$

Аналогично (I8)

$$\frac{a}{g} = \frac{(1-n^2)(n^2+2)}{3n^2} \frac{c^2}{c_e^2} \,. \tag{26}$$

Приведем численные оценки для воды: (n = I,33; c_e = I,5·I0^5 см/с) $V_{эфф} \sim$ I0^{-2I} см^3 (!), $a/g \sim 2 \cdot$I0^{I0}. Горизонтальный пучок света на базе I00 м должен смещаться вниз в соответствии с $h = \frac{at^2}{2}$ на величину h = 2 см.

Отметим два существенных обстоятельства. При $n > I$ происходит уплотнение среды ($V_{эфф} < 0$), так что должна возникать "антиархимедова" сила, направление которой совпадает с направлением силы тяжести.

Для реализации инерционного эффекта стрикционной деформации необходимо время, поскольку $c \gg c_e$. Возникающее требование следующее:

$$\frac{n\ell}{c} \gg \frac{r}{c_e} \,, \tag{27}$$

где ℓ - продольный размер пучка света (или длина когерентности в случае отдельных фотонов), r - поперечный размер пучка.
При $r \sim$ I0^{-2} см, $\ell \gg$ I5 м.

В заключение автор выражает признательность за полезные обсуждения В.К.Игнатовичу, В.Г.Николенко, М.И.Подгорецкому и Л.И.Сатарову.

Литература

I. Архимед. Сочинения .М.: Физматгиз, I962.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика . М.: Наука , I964, §9I.
3. Northby J.A. et al. - Phys.Rev.Lett., 1967, 18, 1184.
4. Гуревич И.И., Тарасов Л.В. Физика нейтронов низких энергия . М.: Наука , I965.

5. Каганов М.И. ЖЭТФ, I962, 43, I53.
6. Игнатович В.К. и др. ЯФ, I982, 36, 447.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц И.М. Теория упругости . М.: Наука , I987, §22.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля . М.: Наука , I967, §62.
9. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Релятивистская квантовая теория , часть I. М.: Наука , I968, §3.
I0. Young R.A. Amer.Journ.Phys., 1976, 44, 1043.
II. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред . М.: Физматгиз, I959.
I2. Mc Clintock P.V.E., Physica, 1984, 127B+C, 300.
I3. Аскарьян Г.А., УФН, I973, III, 249.

Рукопись поступила в издательский отдел
I3 мая I988 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. (2 тома)	7 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р. 00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р. 80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике Алушта, 1986.	4 р. 50 к.
–	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. (2 тома)	13 р. 50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. (2 тома)	7 р. 35 к.
Д9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. (2 тома)	13 р. 45 к.
Д7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986.	7 р. 10 к.
Д2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа - 86". Дубна, 1986.	4 р. 45 к.
Д4-87-692	Труды Международного совещания по теории малочастичных и кварк-адронных систем. Дубна, 1987.	4 р. 30 к.
Д2-87-798	Труды VIII Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1987.	3 р. 55 к.
Д14-87-799	Труды II Международного симпозиума по проблемам взаимодействия мюонов и пионов с веществом. Дубна, 1987	4 р. 20 к.
Д17-88-95	Труды IV Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1987.	5 р. 20 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Покотиловский Ю.Н. P17-88-330

Действует ли сила Архимеда на элементарные частицы в среде?

Поставлен вопрос о действии силы Архимеда на элементарные частицы в среде. Рассмотрены электроны /в жидком гелии/, нейтроны и фотоны. Вычислены эффективные объемы, занимаемые частицами при попадании в среду, возможные эффекты и условия проявления силы Архимеда. В случае нейтрона эффективный объем возникает из-за деформации среды за счет когерентного взаимодействия нейтрона с ядрами среды; в случае фотона – за счет электрострикции среды в поле фотона.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод О.С.Виноградовой

Pokotilovskii Yu.N. P17-88-330

Does Buoyance /Archmedeam/ Force Affect an Elementary Particle in a Medium?

The question is discussed of how the buoyancy force affects an elementary particle in medium. The elementary particles considered are the electrons /in liquid helium/, neutrons and protons. Effective volumes occupied by the particles in the medium, possible effects and favorable conditions conditions for the force to manifest itself are calculated. For neutrons the effective volume arises from medium deformation due to the coherent scattering of neutrons on nuclei of the medium and for photons from electrostriction of the medium in the field of the photon.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988