объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-88-14

В.И.Юкалов

ИНДУЦИРОВАННАЯ СВЕРХТОНКИМ ПОЛЕМ КОГЕРЕНТНОСТЬ МЁССБАУЭРОВСКИХ ЯДЕР

Направлено в журнал "Hyperfine Interaction"

1988

I. Введение

При наблюдении эффекта Мёссбауэра в магнитных веществах интерпретацию экспериментов проводят обычно, считая, что мёссбауэровские ядра независимы друг от друга. Однако, в принципе, между этими ядрами могла бы возникнуть корреляция, обусловленная эффективным взаимодействием через обмен гамма-квантами. Андреев, Ильинский и Хохлов /I/ рассмотрели ситуацию, при которой система мёссбауэровских ядер возбуждается только в начальный момент времени, и показали, что возникновение скоррелированного дикковского состояния в такой системе затруднено вследствие слабости взаимодействия через поле переизлучения.

В данной работе будет рассмотрена другая ситуация, более близкая к реальному мёссбауэровскому эксперименту,- когда возбуждающее поле действует на систему стационарно. Оказывается, что если к тому же в системе существует сверхтонкое поле, то эффективное взаимодействие ядер может привести к появлению когерентного состояния, при котором диполи переходов выстраиваются по сверхтонкому полю. Это явление может быть описано как неравновесный фазовый переход в подсистеме возбуждений (Юкалов /2/). Такой переход представляет собой разновидность резонансных фазовых переходов (Юкалов /3/). Возникновение когерентного состояния сопровождается усилением излучения за счет появления его когерентной составляющей. Увеличение интенсивности излучения вызывает увеличение площади под мёссбауэровским спектром в геометрии поглотителя, что можно наблюдать экспериментально.

2. Магнито-дипольные переходы

Система мёссбауэровских ядер в резонансном возбуждающем поле эквивалентна ансамблю двухуровневых излучателей (Андреев, Емельянов, Ильинский /4/). Так как длина волны гамма-излучения меньше среднего расстояния между излучателями

$$\lambda \lessapprox a \,, \tag{I}$$

то взаимодействие ядер через обмен фотонами можно записать в приближении волновой зоны (Емельянов, Юкалов /5/). Соответствующий гамильтониан имеет вид

$$\hat{H} = \frac{\omega_0}{2} \sum_i \left[1 + \sigma_i^z(t) \right] -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{i}\left[\vec{m}_i^{+}(t)\vec{H}_i(t)+\vec{H}_i^{+}(t)\vec{m}_i(t)\right]-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\left[\vec{m}_i^{+}(t)\vec{H}_{ij}(t)+\vec{H}_{ij}^{+}(t)\vec{m}_i(t)\right], \tag{2}$$

где ω_0 - частота перехода, магнито-дипольный момент перехода

$$\vec{m}_i(t)=\vec{m}_i\,\sigma_i^{-}(t)\;; \tag{3}$$

внешнее поле

$$\vec{H}_i(t)=\vec{H}_i\,e^{-i\omega t}+\vec{H}_0 \tag{4}$$

состоит из переменной составляющей, отвечающей облучению системы радиоактивным источником, постоянного сверхтонкого поля $\vec{H}_0$ магнитной матрицы; поле переизлучения

$$\vec{H}_{ij}(t)=\vec{H}_{ij}\,\sigma_j^{-}(t)\,, \tag{5}$$

$$\vec{H}_{ij}=\frac{\omega^2}{c^2 r_{ij}}\,\vec{n}_{ij}\times\left[\vec{m}_j\times\vec{n}_{ij}\right]\exp\left(i\frac{\omega}{c}r_{ij}\right),$$

$$\vec{n}_{ij}\equiv\frac{\vec{r}_i-\vec{r}_j}{r_{ij}}\,,\qquad r_{ij}\equiv|\vec{r}_i-\vec{r}_j|\;;$$

$\sigma_i^{\pm}=(\sigma_i^{x}\pm i\sigma_i^{y})\frac{1}{2}$, $\sigma_i^{\cdots}(t)$ - матрицы Паули в представлении Гейзенберга; здесь и ниже $\hbar\equiv 1$.

В уравнениях движения учтем наличие ширины уровня γ_1 и ширины перехода γ_2, а также возможное существование нерезонансной накачки с характеристикой

$$\xi=\frac{N_+-N_-}{N}\qquad\left(N_++N_-=N\right), \tag{6}$$

где $N_+\,(N_-)$ - число возбужденных (девозбужденных) ядер,

$$\gamma_1=\frac{1}{T_1}\,,\quad\gamma_2=\frac{1}{T_2}\,. \tag{7}$$

Эти уравнения имеют вид

$$i\frac{d}{dt}\sigma_i^{z}(t)=\vec{m}_i\left[\vec{H}_i^{+}(t)\sigma_i^{-}(t)-\sigma_i^{+}(t)\vec{H}_i(t)\right]-$$

$$-2\sum_{j(\neq i)}\left(\vec{m}_i\,\mathrm{Re}\,\vec{H}_{ij}\right)\left[\sigma_i^{+}(t)\sigma_j^{-}(t)-\sigma_j^{+}(t)\sigma_i^{-}(t)\right]-$$

$$-i\gamma_1\left[\sigma_i^{z}(t)-\xi\right], \tag{8}$$

$$i\frac{d}{dt}\sigma_i^{-}(t)=(\omega_0-i\gamma_2)\sigma_i^{-}(t)+\frac{1}{2}\vec{m}_i\vec{H}_i(t)\sigma_i^{z}(t)+$$

$$+\sum_{j(\neq i)}\left(\vec{m}_i\,\mathrm{Re}\,\vec{H}_{ij}\right)\sigma_i^{z}(t)\sigma_j^{-}(t)\,. \tag{9}$$

Для системы длины L эффективный радиус взаимодействия излучателей (Емельянов, Юкалов [5])

$$r_{int}\sim\sqrt{\lambda L}\gg a\,.$$

Поэтому при усреднении уравнений движения (8) и (9) можно воспользоваться расцеплением

$$\langle\sigma_i^{\cdots}(t)\sigma_j^{\cdots}(t)\rangle=\langle\sigma_i^{\cdots}(t)\rangle\langle\sigma_j^{\cdots}(t)\rangle\qquad(i\neq j)\,. \tag{10}$$

Подчеркнем, что уравнения (8) и (9) существенно отличаются от стандартных уравнений Блоха (см. Аллен и Эберли [6]) в двух аспектах - учётом поля переизлучения $\vec{H}_{ij}$ и наличием сверхтонкого поля $\vec{H}_0$.

3. Решение уравнений

Для мёссбауэровской спектроскопии характерны условия

$$\frac{\gamma_1}{\omega}\ll 1\,,\quad\frac{\gamma_2}{\omega}\ll 1\,,\quad\frac{|\Delta|}{\omega}\ll 1\,, \tag{11}$$

в которых $\Delta\equiv\omega-\omega_0$ - расстройка. Кроме того, для упрощения получающихся громоздких выражений положим

$$\frac{mH}{\omega}\ll 1\,,\quad\frac{mH_0}{\omega}\ll 1\,, \tag{12}$$

где

$$m\equiv|\vec{m}_i|\,,\quad H\equiv|\vec{H}_i|\,,\quad H_0\equiv|\vec{H}_0|\,,$$

а также будем считать, что выполняется неравенство

$$\frac{\omega^2 m^2}{a\gamma_2 c^2} \ll 1 \,. \tag{13}$$

Справедливость всех использованных приближений будет проверена ниже.

Усредняя уравнения (8) и (9) при расцеплении (10) и условиях (11)-(13), получаем

$$\langle \sigma_i^z(t) \rangle \simeq D_i^z + Z_i e^{-i\omega t} + Z_i^* e^{i\omega t} \,, \tag{14}$$

$$\langle \sigma_i^-(t) \rangle \simeq X_i + D_i e^{-i\omega t} + Y_i e^{i\omega t} \,, \tag{15}$$

здесь

$$\begin{aligned} D_i^z &= \xi \frac{\Delta^2+\gamma_2^2}{\Delta^2+\Gamma_i^2} \,, \\ Z_i &= \frac{(\vec{m}_i\vec{H}_i)(\vec{m}_i\vec{H}_0)}{2\omega(\Delta+i\gamma_2)} D_i^z \,, \\ X_i &= -\frac{\vec{m}_i\vec{H}_0}{2\omega} D_i^z \,, \\ D_i &= \frac{\vec{m}_i\vec{H}_i}{2(\Delta+i\gamma_2)} D_i^z \,, \\ Y_i &= -\frac{(\vec{m}_i\vec{H}_i^*)\,|\vec{m}_i\vec{H}_0|^2}{8\omega^2(\Delta-i\gamma_2)} D_i^z \,, \end{aligned} \tag{16}$$

а эффективная ширина перехода задается выражением

$$\Gamma_i^2 = \gamma_2^2\left(1+\frac{|\vec{m}_i\vec{H}_i|^2}{\gamma_1\gamma_2}+\frac{\Delta^2+\gamma_2^2}{\gamma_1\gamma_2\omega^2}\left|\vec{m}_i\vec{H}_0\right|^2\right) . \tag{17}$$

Величины (16) принимают ещё более наглядный вид, если справедливы неравенства

$$\frac{|\Delta|}{\gamma_2} \ll 1 \,, \quad \frac{|\vec{m}_i\vec{H}_i|^2}{\gamma_1\gamma_2} \ll 1 \,, \quad \frac{\gamma_2|\vec{m}_i\vec{H}_0|^2}{\gamma_1\omega^2} \ll 1 \,. \tag{18}$$

Тогда

$$\begin{aligned} D_i^z &= \xi\left(1-\frac{|\vec{m}_i\vec{H}_i|^2}{\gamma_1\gamma_2}-\frac{\gamma_2|\vec{m}_i\vec{H}_0|^2}{\gamma_1\omega^2}\right) , \\ Z_i &= -i\xi\frac{(\vec{m}_i\vec{H}_i)(\vec{m}_i\vec{H}_0)}{2\omega\gamma_2} \,, \\ X_i &= -\xi\frac{(\vec{m}_i\vec{H}_0)}{2\omega} \,, \\ D_i &= -i\xi\frac{(\vec{m}_i\vec{H}_i)}{2\gamma_2} \,, \\ Y_i &= -i\xi\frac{(\vec{m}_i\vec{H}_i^*)\,|\vec{m}_i\vec{H}_0|^2}{8\omega^2\gamma_2} \,. \end{aligned} \tag{19}$$

Поляризации внешних полей $\vec{H}_i$ и $\vec{H}_0$ считаются известными. Единственное, что пока ещё недоопределено в рассматриваемой задаче – это поляризации магнитных моментов перехода $\vec{m}_i$. Введем соответствующие векторы поляризации:

$$\vec{m}_i = m\vec{\pi}_i \,, \quad \vec{H}_i = H\vec{e}_i \,, \quad \vec{H}_0 = H_0\vec{e}_0 \,. \tag{20}$$

В стационарном состоянии все внутренние характеристики системы, в том числе и векторы поляризации $\vec{\pi}_i$, должны находиться самосогласованным образом из минимизации средней энергии.

4. Средняя энергия

Средняя энергия стационарного состояния определяется как квантовомеханическое среднее гамильтониана, дополнительно усредненное по периоду осцилляций возбуждающего поля:

$$W = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \langle \hat{H} \rangle \, dt \,. \tag{21}$$

Для гамильтониана (2) с учётом (14) и (15) имеем

$$W = W_0 + W_{int} \,, \tag{22}$$

где первое слагаемое – энергия излучателей во внешнем поле,

$$W_0 = \frac{\omega_0}{2}\left(N+\sum_i D_i^z\right) - Re\sum_i \vec{m}_i\left(\vec{H}_i^* D_i + \vec{H}_0 X_i\right) , \tag{23}$$

а второе – энергия взаимодействия ядер через поле переизлучения,

$$\overline{W}_{int} = -\sum_{i\neq j} \Phi_{ij} \left(X_i^* X_j + D_i^* D_j + Y_i^* Y_j \right), \qquad (24)$$

$$\Phi_{ij} \equiv m^2 k^3 \left[(\vec{\pi}_i \cdot \vec{\pi}_j) - (\vec{\pi}_i \cdot \vec{n}_{ij})(\vec{\pi}_j \cdot \vec{n}_{ij}) \right] \frac{\cos(k r_{ij})}{k r_{ij}}, \quad k \equiv \frac{\omega}{c} .$$

При выполнении неравенств (I3), (I8) и условии $\gamma_2 = \gamma_1$ основным слагаемым в (22) является энергия

$$\overline{W}_0 = N \frac{\omega_0}{2} (1+\xi) - \frac{\omega}{2} \xi \sum_i \left[\frac{|\vec{m}_i \cdot \vec{H}_i|^2}{\gamma_1 \gamma_2} + (\gamma_2 - \gamma_1) \frac{|\vec{m}_i \cdot \vec{H}_0|^2}{\gamma_1 \omega^2} \right] .$$

Если поляризация переменного поля $\vec{e}_i$ в каждом из узлов случайна во времени, то суммы по узлам $\sum_i$ в выражениях (23) и (24) подразумевают усреднение по направлениям $\vec{e}_i$. Именно такая ситуация и характерна для обычных мёссбауэровских экспериментов. Учитывая случайность поляризации $\vec{e}_i$ и подставляя (I9) в (23) и (24), находим

$$\overline{W}_c = N \frac{\omega}{2} \left[1 + \xi \left(1 - \frac{m^2 H^2}{3\gamma_1 \gamma_2} \right) \right] - \frac{(\gamma_2 - \gamma_1) \xi m^2 H_0^2}{2\omega \gamma_1^2} \sum_i (\vec{\pi}_i \cdot \vec{e}_0)^2, \qquad (25)$$

$$\overline{W}_{int} = - \frac{\xi^2 H_0^2 m^2}{4\omega^2} \sum_{i\neq j} \Phi_{ij} (\vec{\pi}_i \cdot \vec{e}_0)(\vec{\pi}_j \cdot \vec{e}_0) . \qquad (26)$$

При записи энергии (25) мы пренебрегли слагаемым, пропорциональным H_0^4, считая его гораздо меньшим энергии (26). Сравнивая отброшенное слагаемое

$$\overline{W}_c{}' \sim N \frac{\gamma_2^2 m^4 H_0^4}{\gamma_1^2 \omega^3}$$

с энергией взаимодействия

$$\overline{W}_{int} \sim N \frac{k^2 H_0^2 m^4}{a \omega^2},$$

находим условие применимости сделанного приближения

$$\frac{\overline{W}_0{}'}{\overline{W}_{int}} \sim \frac{a H_0^2 \gamma_2^2}{\omega k^2 \gamma_1^2} \ll 1 . \qquad (27)$$

Минимизация средней энергии по вектору поляризации $\vec{\pi}_i$ показывает, что при $\gamma_1 \neq \gamma_2$ дипольные моменты могут ориентироваться либо по сверхтонкому полю $\vec{H}_0$,

$$(\vec{\pi}_i \cdot \vec{e}_0)^2 = 1 \quad \begin{cases} \gamma_2 < \gamma_1, \ \xi < 0, \\ \gamma_2 > \gamma_1, \ \xi > 0, \end{cases} \qquad (28)$$

либо перпендикулярно ему,

$$(\vec{\pi}_i \cdot \vec{e}_0)^2 = 0 \quad \begin{cases} \gamma_2 < \gamma_1, \ \xi > 0, \\ \gamma_2 > \gamma_1, \ \xi < 0 . \end{cases} \qquad (29)$$

Однако практически для всех мёссбауэровских ядер, за исключением Ag, $\gamma_1 = \gamma_2$. При этом от поляризации диполей зависит лишь энергия взаимодействия (26), минимизация которой дает

$$(\vec{\pi}_i \cdot \vec{e}_0)^2 = 1 \quad (\gamma_1 = \gamma_2, \ \forall \xi) . \qquad (30)$$

Таким образом, появление сверхтонкого поля в системе мёссбауэровских ядер приводит к тому, что магнитные моменты переходов выстраиваются вдоль этого поля. Возникновение такого когерентного состояния представляет собой коллективный эффект, обязанный существованию взаимодействия ядер через поле переизлучения. Данный эффект может проявляться в тех типах магнетиков (см. Хёрд [7]), в которых сверхтонкое поле имеет выделенное направление вдоль всего образца, или это направление слабо меняется на расстоянии порядка длины когерентности.

5. Интенсивность излучения

Система, находящаяся в когерентном состоянии, должна иметь когерентную компоненту в интенсивности излучения. Рассмотрим усредненную по периоду интенсивность

$$I = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} I(t)\, dt = I_{inc} + I_{coh} . \qquad (31)$$

Поляризация переменного поля $\vec{e}_i$ считается случайной. Для некогерентной части интенсивности имеем

$$I_{inc} = \frac{2m^2\omega^4}{3c^3} \sum_i \frac{(1+\overline{D_i^2})}{D_i^2}, \tag{32}$$

где черта в слагаемом D_i^2 означает усреднение по ориентациям $\vec{e}_i$. Интенсивность когерентного излучения имеет вид

$$I_{coh} = \frac{4\omega^4}{3c^3} \sum_{i \neq j} (\vec{m}_i \vec{m}_j)\, X_i^* X_j\, f_{ij}. \tag{33}$$

Подставляя в (32) и (33) выражения (I9) и (20) и учитывая, что

$$\overline{(\vec{n}_i \vec{e}_i)^2} = \frac{1}{3},$$

получаем

$$I_{inc} = N \frac{2m^2\omega^4}{3c^3}\left[1 + \xi\left(1 - \frac{m^2H^2}{3\gamma_1\gamma_2}\right)\right] - \xi \frac{2\gamma_2\omega^2 H_0^2 m^4}{3\gamma_1 c^3} \sum_i (\vec{n}_i \vec{e}_0)^2, \tag{34}$$

$$I_{coh} = \frac{\xi^2\omega^2 H_0^2 m^4}{3c^3} \sum_{i \neq j} (\vec{n}_i \vec{n}_j)(\vec{n}_i \vec{e}_0)(\vec{n}_j \vec{e}_0) f_{ij}. \tag{35}$$

Степень когерентности полного излучения можно характеризовать коэффициентом когерентности

$$C_{coh} \equiv I_{coh} / I_{inc}. \tag{36}$$

Если система находится в некогерентном состоянии, когда $(\vec{n}_i \vec{e}_0)^2 = 0$, то отлична от нуля только некогерентная составляющая в интенсивности излучения. При этом, естественно, $C_{coh} = 0$. Если же ядра образуют когерентный ансамбль, когда $(\vec{n}_i \vec{e}_0)^2 = 1$, то $C_{coh} > 0$. Таким образом, коэффициент когерентности играет роль параметра порядка для неравновесного фазового перехода между когерентным и некогерентным состояниями.

Интересен случай, для которого справедливо неравенство

$$\frac{H_0^2\gamma_2^2}{H^2\omega^2} \ll 1. \tag{37}$$

Тогда, как видно из (34), практически все некогерентное излучение вызывается переменным полем,

$$I_{inc} = N \frac{2m^2\omega^4}{3c^3}\left[1 + \xi\left(1 - \frac{m^2H^2}{3\gamma_1\gamma_2}\right)\right]. \tag{38}$$

Если ядра находятся в когерентном состоянии, то возникающее когерентное излучение целиком обязано существованию сверхтонкого поля,

$$I_{coh} = N^2 \frac{\xi^2 H_c^2 \omega^2 m^4}{3c^3} f, \quad f \equiv \frac{1}{N^2}\sum_{ij} f_{ij}. \tag{39}$$

Пропорциональность интенсивности N^2 характерна для сверхизлучения. При справедливости неравенства (37) для коэффициента когерентности получаем

$$C_{coh} = N \frac{3\gamma_1\gamma_2 H_c^2}{2\omega^2 H^2} f \quad (\xi = -1). \tag{40}$$

В случае достаточно большого числа частиц

$$N \gg \frac{H^2\omega^2}{f H_c^2 \gamma_2^2}$$

осуществляется сверхизлучательный режим, когда

$$I \simeq I_{coh} \sim N^2, \quad C_{coh} \gg 1.$$

Рассматривая коэффициент когерентности как параметр порядка, можно ввести критические индексы по соответствующим переменным. Например, критическое поведение параметра порядка (40) по сверхтонкому полю имеет вид $C_{coh} \sim H_c^2$ с критическим индексом, равным 2.

Выясним справедливость сделанных в работе приближений при значениях величин, характерных для мёссбауэровской спектроскопии магнетиков. Пусть

$$\omega \sim \omega_0 \sim 10^4\ эВ, \quad \gamma_1 = \gamma_2 \sim 10^{-8}\ эВ,$$

а магнитный момент перехода имеет порядок магнитного момента ядра,

$$m \sim \mu_n \sim 10^{-12}\ эВ / Гс.$$

Амплитуды переменного поля, создаваемого радиоактивным источником, и сверхтонкого поля возьмем порядка

$$H \sim 10^{-4}\ Э, \quad H_0 \sim 10^5\ Э.$$

Стандартная толщина образца, используемого в мёссбауэровских экспериментах, $L \sim 10^{-3}$ см. Длине волны $\lambda \sim a \sim 10^{-8}$ см отвечает радиус взаимодействия

$$r_{int} \sim \sqrt{\lambda L} \sim 10^{-6}\ см, \quad \frac{r_{int}}{a} \sim 10^2.$$

Следовательно, взаимодействие ядер через поле переизлучения носит дальнодействующий характер, и допустимо использовать расцепление (I0).

Выполнение условия (II) вытекает из оценок

$$\frac{\gamma_1}{\omega} \sim \frac{\gamma_2}{\omega} \sim 10^{-12},$$

а условия (I2) из значений

$$\frac{mH}{\omega} \sim 10^{-20}, \quad \frac{mH_c}{\omega} \sim 10^{-11}.$$

Неравенство (I3) также верно, поскольку

$$\frac{\omega^2 m^2}{a\gamma_2 c^2} \sim 10^{-3} .$$

Так как

$$\frac{m^2 H^2}{\gamma_1 \gamma_2} \sim 10^{-16} , \quad \frac{\gamma_2 m^2 H_0^2}{\gamma_1 \omega^2} \sim 10^{-22} ,$$

то выполняется (I8), а оценка

$$\frac{a H_0^2 \gamma_2^2}{\omega k^2 \gamma_1^2} \sim 10^{-6}$$

согласуется с (27). Наконец, величина выражения

$$\frac{H_0^2 \gamma_2^2}{H^2 \omega^2} \sim 10^{-6}$$

обеспечивает применимость условия (37). Из этих оценок следует, что при числе мёссбауэровских ядер $N \gtrsim 10^{16}$, коэффициент когерентности $C_{coh} \gtrsim 1$, $(f \sim \lambda^2/L^2 \sim 10^{-10})$.

Приведенные выкладки показывают, что когерентные состояния вполне могут возникать при ядерном гамма-резонансе в магнетиках. Более того, эти состояния, по-видимому, неоднократно наблюдались, хотя и не были идентифицированы. Так, было замечено /8-I0/, что в переходных металлах и их сплавах при появлении магнитного порядка ниже точки перехода T_c площади под мёссбауэровскими спектрами в геометрии поглотителя, S_a, и в геометрии источника, S_s, начинают сильно различаться, даже при правильном учёте эффектов насыщения: $S_a/S_s \sim$ I,2 - I,5 при $T \ll T_c$. Этот факт не нашел никакого достаточно разумного объяснения. Описанный же в данной статье эффект возникновения когерентного состояния, индуцированного оверхтонким полем, и, как следствие, появление когерентного излучения, полностью объясняет наблюдаемое различие соответствующих площадей под мёссбауэровскими спектрами. Действительно, отношение S_a / S_s пропорционально сечению мёссбауэровского поглощения σ_a. В свою очередь, $\sigma_a \sim (1+\alpha_{con})^{-1}$, где α_{con} – коэффициент внутренней конверсии системы мёссбауэровских ядер. Для последнего справедливо равенство

$$\alpha_{con} = \alpha_0 / (1 + C_{coh}) ,$$

в котором α_0 – коэффициент конверсии одиночного ядра. Отсюда сразу же становится понятно, что при возникновении когерентного состояния с $C_{coh} > 0$ коэффициент конверсии уменьшается, сечение поглощения σ_a увеличивается, а вместе с ним и отношение $S_a / S_s \sim \sigma_a$.

Литература

I. Андреев А.В., Ильинский Ю.А., Хохлов Р.В. - ЖЭТФ, I977, 73, с. I296.
2. Юкалов В.И. - ОИЯИ, РI7-87-34I, Дубна, I987.
3. Yukalov V.I. – Comm. Oxford Univ., DTP 98–80, Oxford, I980.
4. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. - УФН, I980, I3I, С. 653.
5. Емельянов В.И., Юкалов В.И. - Опт. спектр., I986, 60, с. 634.
6. Allen L., Eberly J. – Optical Resonance and Two-Level atoms. Wiley, New Jork, I975.
7. Hurd C.M. – Cont., Phys., I982, 23, p. 469.
8. Делягин Н.Н., Зонненберг Ю.Д., Корниенко Э.Н., Нестеров В.И. - ФТТ, I977, I9, с. 922.
9. Babikova U.F., Gruzin P.L., Spirin A.N., Uspensky M.N.– Sol. State Comm., I979, 32, p. I9I.
I0. Kolk B., Bleloch A., Hall D. – Hyp. Int., I986, 29, p. I377.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 января I988 года.