объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-87-841

В.И.Юкалов

СТАЦИОНАРНОЕ СТИМУЛИРОВАННОЕ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ В КОРОТКОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ

Направлено в "Journal de Physique"

1987

I. Введение

Сверхизлучение Дикке /I/, или суперфлуоресценция, осуществляется следующим образом. Приготовляется система N двухуровневых атомов в возбужденном состоянии. Затем, в процессе спонтанного распада, эффективное взаимодействие за счет обмена фотонами приводит к возникновению сильной межатомной корреляции через время задержки t_0. В результате появляется макроскопическая поляризация системы и за время τ_c испускается импульс излучения с интенсивностью, пропорциональный N^2. Указанные характерные времена имеют порядки

$$t_0 \sim \tau_c \ln N \,, \qquad \tau_c \sim \frac{\hbar c}{2\pi n \omega L d^2} \,,$$

где n – плотность числа излучателей, ω – частота, L –длина системы, d – дипольный момент перехода.

Наиболее полно, и теоретически и экспериментально, исследована суперфлуоресценция в оптическом диапазоне частот $\omega \sim 10^{14} - 10^{16}$ Гц. Соответствующее обсуждение можно найти в обзорах Андреева, Емельянова и Ильинского /2/, Гросса и Ароша /3/, Боголюбова и Шумовского /4/.

На возможность осуществления сверхизлучения Дикке в радиочастотном диапазоне $\omega \sim 10^5 - 10^8$ Гц указывали Бломберген и Паунд /5/. Недавно такой тип сверхизлучения наблюдался экспериментально /6/.

В обоих случаях длина волны $\lambda = 2\pi c/\omega$ существенно превышает среднее межатомное расстояние $a \sim 10^{-8}$ см. В оптическом диапазоне $\lambda \sim 10^{-6} - 10^{-4}$ см, а в радиочастотном $\lambda \sim 10^2 - 10^5$ см.

Однако рентгеновскому и гамма – диапазонам с частотами $\omega \gtrsim 10^{18}$ Гц соответствуют достаточно короткие волны с длинами $\lambda \lesssim 10^{-8}$см. Появление суперфлуоресценции для таких волн $\lambda \lesssim a$ затруднено. Это можно понять, если сравнить время задержки t_0 с временем спонтанного распада:

$$T_1 \sim \frac{\hbar c^3}{d^2 \omega^3} \,.$$

Принимая во внимание, что $n \sim a^{-3}$, $L \sim a N^{1/3}$, имеем

$$\frac{t_0}{T_1} \sim \frac{2\pi l_n N}{N^{1/3}} \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 .$$

При достаточно большом числе излучателей $N \gtrsim 10^6$ и длинах волн $\lambda \leqslant a$ справедливо неравенство

$$\frac{\lambda}{a} \lessapprox \frac{\sqrt{2\pi l_n N}}{N^{1/6}} ,$$

вследствие которого

$$t_0 / T_1 \gtrsim 1 .$$

Таким образом, возбужденная система успевает спонтанно распасться, прежде чем в ней возникнут макроскопические корреляции. Суперфлуоресценция же небольшого числа излучателей $N < 10^6$ приводит к интенсивности излучения меньшей, чем интенсивность спонтанного распада всей системы. Этот вывод подтверждается непосредственным решением динамических уравнений, описывающих процесс излучения инвертированной системой с $\lambda \leqslant a$ (Андреев, Ильинский, Хохлов[7]).

В данной работе изучается новая возможность возникновения сверхизлучательного режима - при стационарной накачке. К стационарному процессу неприменимы разобранные выше ограничения, поэтому именно такой процесс кажется оптимальным для создания сверхизлучения в коротковолновом диапазоне.

2. Процесс стационарной накачки

Рассмотрим систему N двухуровневых излучателей с частотой дипольного перехода ω_0. Гамильтониан такой системы имеет одинаковый вид, вне зависимости от природы излучателей (атомы, ядра...) и от длины волны λ. Наиболее удобно дипольное представление (Аллен и Эберли[8]):

$$\hat{H} = \frac{\omega_0}{2} \sum_i \left[1 + \sigma_i^z(t) \right] - \frac{1}{2} \sum_i \left[\vec{P}_i^{\,+}(t) \vec{E}_i(t) + \vec{E}_i^{\,+}(t) \vec{P}_i(t) \right] - \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \left[\vec{P}_i^{\,+}(t) \vec{E}_{ij}(t) + \vec{E}_{ij}^{\,+}(t) \vec{P}_i(t) \right] , \tag{1}$$

в котором $\hbar \equiv 1$; оператор дипольного момента

$$\vec{P}_i(t) = \vec{d}_i \sigma_i^-(t) ; \tag{2}$$

внешнее поле, действующее на i -й излучатель,

$$\vec{E}_i(t) = \vec{E}_L e^{-i\omega t} + \vec{E}_0 \tag{3}$$

содержит в общем случае и переменную, и постоянную составляющие; последнее слагаемое в (1) учитывает взаимодействие излучателей за счет обмена фотонами, соответствующее поле переизлучения (Юкалов[9])

$$\vec{E}_{ij}(t) = \vec{E}_{ij} \sigma_j^-(t) , \qquad \vec{E}_{ij}(t) = \frac{\omega^2}{c^2 r_{ij}} \vec{n}_{ij} \times \left[\vec{d}_j \times \vec{n}_{ij} \right] \exp\left(i \frac{\omega}{c} r_{ij}\right) , \tag{4}$$

где

$$r_{ij} \equiv |\vec{r}_i - \vec{r}_j| , \quad \vec{n}_{ij} \equiv \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{r_{ij}} ;$$

σ - операторы записаны в представлении Гейзенберга и задаются алгеброй

$$\left[\sigma_i^z(t), \sigma_j^{\pm}(t)\right] = \pm 2\delta_{ij} \sigma_i^{\pm}(t) ; \quad \left[\sigma_i^+(t), \sigma_j^-(t)\right] = \delta_{ij} \sigma_i^z(t) .$$

На принципиальную осуществимость сверхизлучения для коротких волн

$$\lambda \leqslant a , \tag{5}$$

в частности для гамма - диапазона, указывали Терхун и Болдуин [10], Зарецкий и Ломоносов[11], Афанасьев и Каган[12]. Для повышения прозрачности твердых тел Борман [13] предложил подобрать длину волны так, чтобы соответствующее электромагнитное поле имело узлы в узлах кристаллической решетки. Андреев, Ильинский и Хохлов [7] детально исследовали динамику инвертированной системы и выяснили, что интенсивность когерентного излучения Дикке меньше интенсивности спонтанного распада.

При записи уравнений движения учтем наличие стационарной накачки, характеризующейся величиной (Емельянов, Юкалов[14])

$$\xi = \frac{N_+ - N_-}{N} , \tag{6}$$

в которой N_+ - число возбужденных, N_- - число девозбужденных излучателей при нулевом поле (3). Затухание в системе задается, как обычно, фиксацией ширины уровня γ_1 и ширины перехода γ_2:

$$\gamma_1 = 1/T_1 , \quad \gamma_2 = 1/T_2 .$$

В результате получаем уравнения движения для оператора разности населенностей

$$i\frac{d}{dt}\sigma_i^z(t) = \vec{d}_i\left[\vec{E}_i^{+}(t)\sigma_i^-(t) - \sigma_i^+(t)\vec{E}_i(t)\right] - -2\sum_{j(\neq i)}(\vec{d}_i \,\mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij})\left[\sigma_i^+(t)\sigma_j^-(t) - \sigma_j^+(t)\sigma_i^-(t)\right] - - i\gamma_1\left[\sigma_i^z(t) - \xi\right] \tag{7}$$

и для поляритонного оператора

$$i\frac{d}{dt}\sigma_i^-(t) = \omega_c\sigma_i^-(t) + \frac{1}{2}\vec{d}_i\vec{E}_i(t)\sigma_i^z(t) + + \sum_{j(\neq i)}(\vec{d}_i\,\mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij})\sigma_i^z(t)\sigma_j^-(t) - i\gamma_2\sigma_i^-(t)\,. \tag{8}$$

Эффективный радиус взаимодействия излучателей через обмен фотонами имеет порядок (Юкалов /9/, Емельянов и Юкалов /I4/)

$$r_{int} \sim \sqrt{\lambda L} \sim \sqrt{\lambda a}\cdot N^{1/6}\,.$$

Отсюда и из оценок, приведенных во введении,

$$\frac{r_{int}}{a} \sim \sqrt{\frac{\lambda}{a}}\,N^{1/6} \sim \left(2\pi N^{1/3}\ln N\right)^{1/4} \gg 1 \qquad (N \gg 1)\,.$$

Следовательно, поле переизлучения носит дальнодействующий характер, и оправдано приближение среднего поля, которому отвечают расцепления для усредненных величин:

$$\langle\sigma_i^z(t)\sigma_j^-(t)\rangle \cong \langle\sigma_i^z(t)\rangle\langle\sigma_j^-(t)\rangle\,,$$
$$\langle\sigma_i^+(t)\sigma_j^-(t)\rangle \cong \langle\sigma_i^+(t)\rangle\langle\sigma_j^-(t)\rangle\,. \qquad (i\neq j) \tag{9}$$

Так как здесь нас интересуют коллективные когерентные процессы, то можно также использовать полуклассическое приближение, подробное обсуждение которого содержится, например, в книгах Аллена и Эберли /8/, Набойкина и др. /I5/. В этом приближении

$$\langle\vec{E}_i(t)\sigma_i^\alpha(t)\rangle \cong \langle\vec{E}_i(t)\rangle\langle\sigma_i^\alpha(t)\rangle\,, \tag{I0}$$

где $\alpha = z, +, -$. В дальнейшем, как это принято в полуклассическом приближении, вместо $\langle\vec{E}_i(t)\rangle$ везде пишем просто $\vec{E}_i(t)$, считая поля классическими.

При усреднении выражений (7) и (8) получаются уравнения, отличающиеся от оптических уравнений Блоха наличием поля переизлучения. Кроме того, ситуация осложняется тем, что во внешнем поле (3) содержатся как переменное, так и постоянное слагаемое. Решения соответствующих уравнений будем искать для двух предельных случаев: сильного переменного и сильного постоянного поля.

3. Сильное переменное поле

Пусть амплитуда переменного поля значительно больше амплитуды постоянного поля:

$$|\vec{E}_i| \gg |\vec{E}_0|\,. \tag{II}$$

Вводя определения для средних

$$\langle\sigma_i^z(t)\rangle = D_i^z\,,$$
$$\langle\sigma_i^-(t)\rangle = D_i e^{-i\omega t}\,, \quad \langle\sigma_i^+(t)\rangle = D_i^* e^{i\omega t}\,, \tag{I2}$$

из (7) и (8) находим

$$i\gamma_1 D_i^z + \vec{d}_i(\vec{E}_i D_i^* - \vec{E}_i^* D_i) + + 2\sum_{j(\neq i)}(\vec{d}_i\,\mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij})(D_i^* D_j - D_j^* D_i) = i\gamma_1\xi\,,$$

$$(\Delta + i\gamma_2)D_i = \frac{1}{2}(\vec{d}_i\vec{E}_i)D_i^z + \sum_{j(\neq i)}(\vec{d}_i\,\mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij})D_j D_i^z\,;$$

здесь использовано стандартное обозначение для расстройки

$$\Delta \equiv \omega - \omega_0 \qquad (|\Delta| \ll \omega_0)\,.$$

Действуя далее в духе теории среднего поля, положим

$$\sum_{j(\neq i)} D_j\,\mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij} \cong D\sum_{j(\neq i)}\mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij}\,, \qquad D \equiv \frac{1}{N}\sum_j D_j\,. \tag{I3}$$

Тогда средние (I2) оказываются связаны соотношением

$$D_i = \frac{(\vec{d}_i\vec{E}_{i\,eff})\,D_i^z}{2(\Delta + i\gamma_2)}\,,$$

в котором эффективное поле

$$\vec{E}_{i\,eff} = \vec{E}_i + 2D\sum_{j(\neq i)} \mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij}\ . \tag{I4}$$

Согласно (I3)

$$D = \frac{\xi\sum_i(\vec{d}_i\vec{E}_i)(\Delta - i\gamma_2)/2N(\Delta^2+\Gamma_i^2)}{1-\xi\sum_{i\neq j}(\vec{d}_i\,\mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij})(\Delta-i\gamma_2)/N(\Delta^2+\Gamma_i^2)}\ ,$$

$$\Gamma_i^2 \equiv \gamma_2^2\left(1+\frac{|\vec{d}_i\vec{E}_{i\,eff}|^2}{\gamma_1\gamma_2}\right).$$

Окончательно получаем

$$D_i^z = \xi\,\frac{\Delta^2+\gamma_2^2}{\Delta^2+\Gamma_i^2}\ ,$$
$$D_i' = \frac{\xi(\Delta-i\gamma_2)}{2(\Delta^2+\Gamma_i^2)}\,(\vec{d}_i\vec{E}_{i\,eff})\ . \tag{I5}$$

В стационарном режиме направления дипольных моментов $\vec{d}_i$ определяются минимизацией средней энергии

$$\langle\hat{H}\rangle = W_0 + W_{int}\ ,$$
$$W_0 = \frac{\omega_0}{2}\sum_i(1+D_i^z) - \mathrm{Re}\sum_i(\vec{d}_i\vec{E}_i^*)\,D_i\ ,\tag{I6}$$
$$W_{int} = -\mathrm{Re}\sum_{i\neq j}(\vec{d}_i\vec{E}_{ij})\,D_i^*D_j\ .$$

Вообще говоря, минимизировать надо свободную энергию. Но если считать, что энергия перехода $\hbar\omega_0$ гораздо больше температуры в энергетических единицах, то свободная энергия практически совпадает с внутренней энергией (I6). Подставляя (I5) в (I6), имеем

$$W_0 = N\frac{\omega_0}{2} + \frac{\xi}{2}\sum_i\frac{\Delta^2+\gamma_2^2}{\Delta^2+\Gamma_i^2}\left[\omega_0 - \mathrm{Re}\,\frac{(\vec{E}_i^*\vec{d}_i)}{\Delta+i\gamma_2}\,(\vec{d}_i\vec{E}_{i\,eff})\right],$$

$$W_{int} = -\mathrm{Re}\sum_{i\neq j}(\vec{E}_{i\,eff}\vec{d}_i)(\vec{E}_{j\,eff}\vec{d}_j)\,\frac{\xi^2k^3(\Delta^2+\gamma_2^2)}{4(\Delta^2+\Gamma_i^2)(\Delta^2+\Gamma_j^2)}\ \times$$
$$\times\left[(\vec{d}_i\vec{d}_j)-(\vec{d}_i\vec{n}_{ij})(\vec{d}_j\vec{n}_{ij})\right]\frac{\exp(ikr_{ij})}{kr_{ij}}\qquad\left(k\equiv\frac{\omega}{c}\right).$$

Минимизация выражения (I6) в общем случае приводит к уравнениям, допускающим лишь численное решение. Достаточно простое аналитическое решение получается в частной ситуации, соответствующей условию

$$\frac{k^2d_0^2}{a\gamma_0}\ll 1\qquad(d_0\equiv|\vec{d}_i|\ ,\ \gamma_0\equiv\max\{\Gamma_i\,,\Delta\})\ . \tag{I7}$$

При этом $\vec{E}_{i\,eff}\simeq\vec{E}_i$. Вводя векторы поляризации посредством равенств

$$\vec{d}_i\equiv\vec{\pi}_i\,d_0\ ,\quad \vec{E}_i\equiv\vec{e}_i\,E_i\qquad(|\vec{\pi}_i|=1=|\vec{e}_i|)\ .$$

и минимизируя (I6) относительно вектора поляризации $\vec{\pi}_i$, получаем

$$(\vec{\pi}_i\vec{e}_i)^2=\begin{cases}1,\ \xi>0,\\ 0,\ \xi<0.\end{cases}\tag{I8}$$

Поляризация каждого диполя привязана к поляризации внешнего поля, действующего на этот диполь, согласно равенству (I8).

Найдем теперь интенсивность излучения

$$I(t)=\frac{4\omega^4}{3c^3}\langle\vec{P}^+(t)\vec{P}(t)\rangle,\quad \vec{P}(t)\equiv\sum_i\vec{P}_i(t)\ .$$

Формулы (2), (I2) и (I5) дают

$$\langle\vec{P}_i(t)\rangle = \vec{d}_i\langle\sigma_i^-(t)\rangle = $$
$$=\frac{\xi}{2}\,\vec{d}_i\,(\vec{d}_i\vec{E}_{i\,eff})\,\frac{\Delta-i\gamma_2}{\Delta^2+\Gamma_i^2}\,e^{-i\omega t}\ .$$

Интенсивность $I(t)$ представляется в виде суммы интенсивностей некогерентного и когерентного излучений:

$$I(t)=I_{inc}(t)+I_{coh}(t)\ ,$$
$$I_{inc}(t)=\frac{2\omega^4}{3c^3}\,d_0^2\sum_i\left(1+\xi\,\frac{\Delta^2+\gamma_2^2}{\Delta^2+\Gamma_i^2}\right),\tag{I9}$$
$$I_{coh}(t)=\frac{\xi^2\omega^4}{3c^3}\sum_{i\neq j}(\vec{d}_i\vec{d}_j)(\vec{E}^*_{i\,eff}\vec{d}_i)(\vec{d}_j\vec{E}_{j\,eff})\frac{\Delta^2+\gamma_2^2}{(\Delta^2+\Gamma_i^2)(\Delta^2+\Gamma_j^2)}\ .$$

Если диполи $\vec{d}_i$ $(i=1,2,\dots N)$ ориентированы случайным образом, то $I_{coh}(t)=0$. Когерентная составляющая в излучении отлична от нуля, если переменное внешнее поле линейно поляризовано, а накачка сильна:

$$\vec{e}_i=\vec{e} \quad (i=1,2,\dots N), \quad \xi>0 . \tag{20}$$

Тогда, при условии (I7), все диполи выстраиваются вдоль $\vec{e}$, как это следует из (I8). При этом

$$I_{inc}(t)\sim N, \quad I_{coh}(t)\sim N^2 .$$

То есть появляется типичная для сверхизлучения зависимость интенсивности от N^2.

Условие возникновения сверхизлучательного режима, когда $I_{coh}(t)\gg I_{inc}(t)$, зависит от вида возбуждающего поля $\vec{E}_i$ и геометрии образца.

В случае однородного поля $\vec{E}_i=\vec{e}E$ когерентное слагаемое в (I9) всегда больше некогерентного, если $N(\xi E d_0/\gamma_2)^2\gg 1$,

$$I_{coh}(t)=N^2\frac{\xi^2E^2\omega^4d_0^4(\Delta^2+\gamma_2^2)}{3c^3(\Delta^2+\Gamma_{eff}^2)^2} \qquad (\xi>0),$$

$$\Gamma_{eff}^2\equiv\gamma_2^2\left(1+d_0^2E^2/\gamma_1\gamma_2\right).$$

Однако если, как это чаще бывает, возбуждение осуществляется падающей плоской волной

$$\vec{E}_i=\vec{e}Ee^{ikz_i},$$

а образец имеет форму цилиндра с радиусом R и длиной L, причем ось цилиндра направлена вдоль $\vec{z}$, а поляризация усиливаемого поля $\vec{e}\perp z$, то условие появления когерентного режима принимает вид

$$\frac{N\lambda^2}{\pi^2L^2}\sin^2\frac{\pi L}{\lambda}\left(\frac{d_0E}{\gamma_2}\right)^2\gg 1 ,$$

где $\lambda\equiv 2\pi/k$. Это условие получено в результате перехода к непрерывному представлению с помощью замены

$$\frac{1}{N}\sum_i\to\frac{1}{V}\int_V d\vec{r}_i \qquad (V\equiv\pi R^2L).$$

Для рассматриваемого случая интенсивность когерентного излучения равна

$$I_{coh}(t)=N^2\frac{8\pi\omega\xi^2E^2d_0^4(\Delta^2+\gamma_2^2)}{3\lambda L^2(\Delta^2+\Gamma_{eff}^2)^2}\sin^2\frac{\pi L}{\lambda} .$$

В сверхизлучательном режиме $I_{coh}(t)\simeq I(t)$. Так как $L\sim N^{1/3}$, то для данного цилиндрического образца

$$I_{coh}(t)\sim N^{4/3} .$$

Создание сильного внешнего поля в коротковолновом диапазоне $\lambda\lesssim a$, да ещё, как требуется в нашем случае, линейно поляризованного, технически затруднительно. Ещё более трудно создать сильную стационарную накачку с $\xi>0$. Некоторые сложности, возникающие при этом, обсуждались в связи с возможностью создания рентгеновских и гамма-лазеров (Бушуев и Кузьмин /I6/, Дмитриев и Шуряк /I7/, Ильинский и Хохлов /I8/).

4. Сильное постоянное поле

Посмотрим, нельзя ли добиться выстраивания диполей, помещая систему в сильное постоянное поле, для которого

$$|\vec{E}_0|\gg|\vec{E}_i| . \tag{21}$$

Вводя обозначения

$$\langle\sigma_i^z(t)\rangle=D_i^z, \quad \langle\sigma_i^-(t)\rangle=X_i , \tag{22}$$

из уравнений движения (7) и (8) в том же самосогласованном полуклассическом приближении с расцеплениями (9) и (I0) получаем

$$\vec{d}_i\vec{E}_0(X_i-X_i^*)-i\gamma_1(D_i^z-\xi)-$$

$$-2\sum_{j(\neq i)}(\vec{d}_i\,\mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij})(X_i^*X_j-X_j^*X_i)=0,$$

$$(\omega_0-i\gamma_2)X_i+\tfrac{1}{2}(\vec{d}_i\vec{E}_0)D_i^z+\sum_{j(\neq i)}(\vec{d}_i\,\mathrm{Re}\,\vec{E}_{ij})D_i^zX_j=0 .$$

По аналогии с (13) полагаем

$$\sum_j X_j \, \mathrm{Re}\, \vec{E}_{ij} \cong X \sum_j \mathrm{Re}\, \vec{E}_{ij}\,, \quad X \equiv \frac{1}{N}\sum_j X_j\,. \tag{23}$$

Средние (22) связаны соотношением

$$X_i = -\frac{(\vec{d}_i \vec{E}_i^{\,eff}) D_i^2}{2(\omega_0 - i\gamma_2)}\,;$$

здесь эффективное поле

$$\vec{E}_i^{\,eff} = \vec{E}_0 + 2X \sum_{j(\neq i)} \mathrm{Re}\, \vec{E}_{ij}\,. \tag{24}$$

Определение (23) даёт

$$X = -\frac{\xi \sum_i (\vec{d}_i \vec{E}_0)(\omega_0 + i\gamma_2)/2N(\omega_c^2 + \Gamma_i^2)}{1 + \xi \sum_{i\neq j} (\vec{d}_i \,\mathrm{Re}\, \vec{E}_{ij})(\omega_0 + i\gamma_2)/N(\omega_c^2 + \Gamma_i^2)}\,,$$

$$\Gamma_i^2 \equiv \gamma_2^2 \left(1 + \frac{|\vec{d}_i \vec{E}_i^{\,eff}|^2}{\gamma_1 \gamma_2}\right).$$

В результате для средних (22) имеем

$$D_i^2 = \xi \frac{\omega_0^2 + \gamma_2^2}{\omega_0^2 + \Gamma_i^2}\,, \qquad X_i = -\frac{\xi(\omega_c + i\gamma_2)}{2(\omega_0^2 + \Gamma_i^2)}(\vec{d}_i \vec{E}_i^{\,eff})\,. \tag{25}$$

Подставляя (25) в выражение для внутренней энергии

$$\langle \hat{H} \rangle = \frac{\omega_c}{2} \sum_i (1 + D_i^2) - \mathrm{Re} \sum_i (\vec{d}_i \vec{E}_0) X_i - \mathrm{Re} \sum_{i\neq j} (\vec{d}_i \vec{E}_{ij}) X_i^* X_j\,, \tag{26}$$

находим

$$\langle \hat{H} \rangle = N \frac{\omega_c}{2} + \frac{\xi}{2} \sum_i \frac{\omega_0^2 + \gamma_2^2}{\omega_0^2 + \Gamma_i^2} \left[\omega_c + \mathrm{Re}\, \frac{\vec{E}_0 \vec{d}_i}{\omega_0 - i\gamma_2} (\vec{d}_i \vec{E}_i^{\,eff})\right] -$$

$$- \mathrm{Re} \sum_{i\neq j} (\vec{E}_i^{\,eff} \vec{d}_i)^* (\vec{E}_j^{\,eff} \vec{d}_j)(\vec{d}_i \vec{E}_{ij}) \frac{\xi^2(\omega_0^2 + \gamma_2^2)}{4(\omega_c^2 + \Gamma_i^2)(\omega_0^2 + \Gamma_j^2)}\,.$$

Для проведения минимизации внутренней энергии в явном виде используем условие

$$\frac{k^2 d_0^2}{a\,\omega_0} \ll 1\,. \tag{27}$$

Тогда, при учете неравенства $\omega_0 > \Gamma_i$, имеем $\vec{E}_i^{\,eff} \simeq \vec{E}_0$. Отсюда для средней энергии (26) получаем

$$\langle \hat{H} \rangle = \frac{\omega_c}{2} N + \frac{\omega_0}{2} \xi \sum_i \frac{\omega_c^2 + \gamma_2^2 + (\vec{d}_i \vec{E}_0)^2}{\omega_0^2 + \gamma_2^2 + (\gamma_2/\gamma_1)(\vec{d}_i \vec{E}_c)^2} -$$

$$- \sum_{i\neq j} (\vec{E}_0 \vec{d}_i)(\vec{E}_0 \vec{d}_j) \frac{\xi^2 k^3 (\omega_0^2 + \gamma_2^2)}{4(\omega_0^2 + \Gamma_i^2)(\omega_c^2 + \Gamma_j^2)} \times$$

$$\times \left[(\vec{d}_i \vec{d}_j) - (\vec{d}_i \vec{n}_{ij})(\vec{d}_j \vec{n}_{ij})\right] \frac{\cos(k r_{ij})}{k r_{ij}}\,.$$

Определяя векторы поляризации внешнего поля $\vec{e}_0$ и дипольного момента $\vec{\nu}_i$:

$$\vec{E}_0 \equiv \vec{e}_c E_0\,, \quad \vec{d}_i \equiv \vec{\nu}_i d_c \qquad (|\vec{e}_0| = 1 = |\vec{\nu}_i|)\,,$$

и минимизируя среднюю энергию по вектору $\vec{\nu}_i$, в случае сильной накачки имеем

$$(\vec{\nu}_i \vec{e}_c)^2 = \begin{cases} 1, & \gamma_1 < \gamma_2\,, \\ 0, & \gamma_1 > \gamma_2\,. \end{cases} \qquad (\xi > 0)$$

При слабой накачке

$$(\vec{\nu}_i \vec{e}_c)^2 = \begin{cases} 0, & \gamma_1 < \gamma_2\,, \\ 1, & \gamma_1 > \gamma_2\,. \end{cases} \qquad (\xi < 0)$$

Для оптического диапазона обычно $T_1 > T_2$, то есть $\gamma_1 < \gamma_2$. Несколько иная ситуация имеет место при гамма-переходах в мёссбауэровских ядрах: если $\gamma_1 > 10^5$ Гц, то $\gamma_2 = \gamma_1$, если же $\gamma_1 < 10^5$ Гц, то $\gamma_2 \sim 10^5$ Гц (Андреев, Емельянов, Ильинский /2/). Практически для всех мёссбауэровских ядер $T_1 < 10^{-5}$с, следовательно, $\gamma_1 = \gamma_2$. Исключение составляет лишь Ag, для которого $T_1 = 44$ с, значит, $\gamma_1 < \gamma_2$.

В случае $\gamma_1 = \gamma_2$ от поляризации диполей зависит только энергия взаимодействия через поле переизлучения. Для отыскания наименьшего значения этой энергии учтем, что при $\lambda \sim a$ имеем $ka \sim 2\pi$; положим также $\Gamma_i \simeq \gamma_2$. Тогда при любой величине накачки диполи выстраиваются вдоль внешнего поля:

$$(\vec{n}_i \vec{e}_c)^2 = 1 \qquad (\gamma_1 = \gamma_2\,,\ \forall \xi)\,. \tag{28}$$

Находя поляризацию каждого излучателя по формулам (2), (22) и (25):

$$\langle \vec{p}_i(t) \rangle = \vec{d}_i \langle \sigma_i^-(t) \rangle = -\frac{\xi}{2} \vec{d}_i (\vec{d}_i \vec{E}_i^{eff}) \frac{\omega_0 + i\gamma_2}{\omega_0^2 + \Gamma_i^2}\,,$$

можно рассчитать и полную интенсивность излучения:

$$I_c(t) = I_{inc}^o(t) + I_{coh}^c(t)\,,$$

$$I_{inc}^o(t) = \frac{2\omega^4}{3c^3} d_c^2 \sum_i \left(1 + \xi \frac{\omega_0^2 + \gamma_2^2}{\omega_0^2 + \Gamma_i^2} \right)\,, \tag{29}$$

$$I_{coh}^c(t) = \frac{\xi^2 \omega^4}{3c^3} \sum_{i \neq j} (\vec{d}_i \vec{d}_j)(\vec{d}_i \vec{E}_i^{eff})(\vec{d}_j \vec{E}_j^{eff}) \frac{\omega_0^2 + \gamma_2^2}{(\omega_0^2 + \Gamma_i^2)(\omega_0^2 + \Gamma_j^2)}\,.$$

Для случая $(\vec{n}_i \vec{e}_c)^2 = 1$, когда диполи выстроены, осуществляется когерентный режим излучения:

$$I_{coh}^o(t) = N^2 \frac{\xi^2 E_0^2 \omega^4 d_c^4 (\omega_c^2 + \gamma_2^2)}{3c^3 (\omega_c^2 + \Gamma_0^2)^2}\,, \tag{30}$$

$$\Gamma_0^2 \equiv \gamma_2^2 \left(1 + d_c^2 E_c^2 / \gamma_1 \gamma_2 \right) \quad \left(\frac{\gamma_2}{\omega_0} \ll 1\,,\ N \frac{\xi^2 d_0^2 E_0^2}{\omega_0^2} \gg 1 \right)\,.$$

Таким образом, наложение сильного постоянного поля приводит к появлению стационарного сверхизлучения с интенсивностью $I_{coh}^c(t) \sim N^2$.

Сравним интенсивности излучений в когерентном режиме для двух рассмотренных ситуаций: в случае сильного постоянного поля и сильного переменного поля; последнее будем считать однородным. Оценим отношение

$$\frac{I_0(t)}{I(t)} \simeq \frac{I_{coh}^o(t)}{I_{coh}(t)} \qquad (N \gg 1)\,,$$

для которого имеем

$$\frac{I_c(t)}{I(t)} = \frac{E_c^2(\omega_0^2 + \gamma_2^2)}{E^2(\Delta^2 + \gamma_2^2)} \left(\frac{\Delta^2 + \Gamma_{eff}^2}{\omega_0^2 + \Gamma_0^2} \right)^2\,.$$

Учитывая естественные неравенства

$$\omega_0 \gg \Gamma_0\,, \quad \Delta \ll \gamma_2\,,$$

получаем

$$\frac{I_0(t)}{I(t)} \simeq \left(\frac{E_0 \Gamma_{eff}^2}{E \omega_c \gamma_2} \right)^2\,.$$

Если поля E_0 и E одного порядка, к тому же $\Gamma_{eff} \sim \gamma_2$, то

$$\frac{I_c(t)}{I(t)} \sim \left(\frac{\gamma_2}{\omega_0} \right)^2 \ll 1\,, \quad (E_c \sim E)\,.$$

Следовательно, интенсивность сверхизлучения, вызванного сильным постоянным полем, гораздо меньше, чем соответствующая интенсивность, вызванная переменным линейно поляризованным полем той же амплитуды, что и величина постоянного поля. Однако создать сильное постоянное поле гораздо легче, чем сильное переменное линейно поляризованное поле. Поэтому осуществление режима стационарного сверхизлучения за счет наложения сильного постоянного поля представляется весьма перспективным.

5. Магнитные дипольные переходы

Все изложенное выше относится в равной мере и к электрическим, и к магнитным дипольным переходам. В случае последних достаточно везде перейти от электрических к соответствующим магнитным полям, делая замены $\vec{E}_i \to \vec{H}_i$, $\vec{E}_{ij} \to \vec{H}_{ij}$, $\vec{E}_0 \to \vec{H}_0$, а под d_0 подразумевать магнитный момент перехода. При ядерных гамма-переходах d_0 – порядка ядерного магнитного момента μ_n. Магнитодипольные переходы являются основными, когда электродипольные переходы запрещены по четности (Роуз/19/). Магнитные переходы играют важную роль в мёссбауэровских ядрах.

Прямое взаимодействие между магнитными диполями можно не учитывать, так как оно гораздо меньше косвенного взаимодействия через фотоны. Действительно, поле магнитного диполя H_d и поле переизлучения H_{ij} имеют порядки

$$H_d \sim \frac{\mu_n}{a^3}, \quad H_{ij} \sim \frac{\omega^2 \mu_n}{\hbar^2 c^2 a}.$$

Характерная энергия мёссбауэровского перехода $\hbar\omega \sim 10^4 - 10^5$ эВ. Ядерный магнитный момент $\mu_n \sim 10^{-24}$ эрг/Гс $\sim 10^{-12}$ эВ/Гс. Среднее межатомное расстояние $a \sim 10^{-8}$ см. Следовательно, $H_d \sim 1$ Э, $H_{ij} \sim 10^2 - 10^4$ Э. Соответствующие энергии взаимодействия

$$\mu_n H_d \sim 10^{-12} \text{ эВ}, \quad \mu_n H_{ij} \sim 10^{-10} - 10^{-8} \text{ эВ}.$$

Эти оценки хорошо согласуются с экспериментальными данными (Бизина и др. [20]).

Неравенства (17) и (27), использованные для упрощения окончательных результатов, вполне реалистичны. Например, для гамма-переходов на мёссбауэровских ядрах, учитывая, что $k \sim 10^8$ см$^{-1}$, $\Delta < \Gamma_i$, $\Gamma_i \sim 10^{-8}$ эВ, получаем

$$\frac{k^2 \mu_n^2}{a \Gamma_i} \sim 10^{-4}, \quad \frac{k^2 \mu_n^2}{a \omega_0} \sim 10^{-16}.$$

Стационарное сверхизлучение, стимулированное сильным постоянным полем, можно осуществить на мёссбауэровских ядрах в магнетиках. Как правило, для них выполняется условие $|\vec{H}_0| \gg |\vec{H}_L|$ при температурах гораздо ниже критической. Характерное переменное поле, создаваемое радиоактивным источником, имеет амплитуду $H_L \sim 10^{-4}$ Э. Тогда как сверхтонкое поле, возникающее в веществе при появлении намагниченности, $H_0 \sim 10^5$ Э. Для некоторых веществ сверхтонкое поле достигает огромных величин, так, $H_0 \sim 10^6$ Э в случае UO_2 или $H_0 \sim 10^7$ Э в случае Tm .

Литература

1. Dicke R.H. – Phys. Rev., 1954, 93, p. 99.
2. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. – УФН, 1980, 131, с. 653.
3. Gross M, Haroche S.– Phys. Rep., 1982, 93, p. 301.
4. Боголюбов Н.Н. (мл.), Шумовский А.С. – Сверхизлучение. ОИЯИ, Р17-87-176, Дубна, 1987.
5. Bloembergen N., Pound R. – Phys. Rev., 1954, 95, p. 8.
6. Киселев Ю.Ф., Прудкогляд А.Ф., Шумовский А.С., Юкалов В.И.– ОИЯИ,Р14-87-431, Дубна, 1987.
7. Андреев А.В., Ильинский Ю.А., Хохлов Р.В. – ЖЭТФ, 1977, 73, с. 1296.
8. Allen L., Eberly J. – Optical Resonance and Two-Level Atoms. Wiley, New York, 1975.
9. Юкалов В.И. – ОИЯИ,Р17-87-341, Дубна, 1987.
10. Terhune J.H., Baldwin G.C. – Phys. Rev. Lett., 1965, 14, p. 589.
11. Зарецкий Д.Ф., Ломоносов В.В. – ЖЭТФ, 1965, 48, с. 368.
12. Афанасьев А.М., Каган Ю.М. – Письма в ЖЭТФ, 1965, 2, с.130.
13. Borrman J. – Phys. Zeit., 1974, 42, p. 157.
14. Емельянов В.И., Юкалов В.И. – Опт. спектр., 1986, 60, с. 634.
15. Набойкин Ю.В., Самарцев В.В., Зиновьев П.В., Силаева Н.Б.– Когерентная спектроскопия молекулярных кристаллов. Наукова думка, Киев, 1986.
16. Бушуев В.А., Кузьмин Р.Н. – УФН, 1974, 114, с. 677.
17. Дмитриев В.Ф., Шуряк Э.В. – ЖЭТФ, 1974, 67, с. 494.
18. Ильинский Ю.А., Хохлов Р.В. – Радиофизика, 1976, 19, с. 792.
19. Rose M.E. – Multipole Fields. Wiley, New York, 1955.
20. Бизина Г.Е., Беда А.Г., Бугров Н.А., Давыдов А.В. – ЖЭТФ, 1963, 45, с. 1408.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 ноября 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
-	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/	13 р.50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.
Д9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. /2 тома/	13 р.45 к.
Д7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986	7 р.10 к.
Д2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа-86". Дубна, 1986	4 р.45 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Юкалов В.И. Р17-87-841

Стационарное стимулированное сверхизлучение в коротковолновом диапазоне

Рассматривается стационарный процесс излучения системой двухуровневых атомов при длине волны меньше или порядка среднего межатомного расстояния. Учитывается взаимодействие атомов через поле переизлучения. Показывается, что возникновение сверхизлучения возможно при выполнении одного из двух условий: или поле усиливаемой лазерной моды линейно поляризовано, или если кроме падающего переменного поля на систему наложено сильное постоянное поле.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Yukalov V.I. P17-87-841

Stationary Stimulated Superradiation in Short-Wave Region

A stationary process of radiation by a system of two-level atoms is considered; the wavelength being less or of the order of the mean interatomic distance. The interaction of atoms through the reradiation field is taken into account. It is shown that the superradiation is possible if one of the two conditions is fulfilled: either the alternating laser field is linearly polarized, or when besides the falling alternating field a strong constant field is imposed on the system.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987