

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P17-87-788

Т.М.Мишонов

**ФОНОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДВУМЕРНОГО ПЛАЗМОНА**

Направлено в "Journal of Physics C"

**1987**

## 1. Введение

Двумерный плазмон есть хорошо исследованное возбуждение квазидвумерных электронов на поверхности жидкого гелия в инверсном канале Si MOSFET или в GaAs-(AlGa)As гетероструктурах (см. обзор<sup>1/1</sup>). Целью настоящей работы является исследование фонованого канала распада двумерного плазмона при частотах более низких по сравнению с частотами оптических фононов кристаллической решетки  $\omega_{Lo}$ ,  $\omega_{To}$ . Несмотря на то, что для самого плазмонного затухания доминирует рассеяние на примесях, этот процесс может оказаться важным в такой технической задаче, как трансформация электромагнитного поля в звук в далекой инфракрасной области FIR.

## 2. Модель

Для исследования качественной природы эффекта ограничимся простейшей возможной моделью одной только заполненной поверхностной зоны. На рис. I показана гетероструктура типа обсуждаемой в<sup>2/2</sup>.

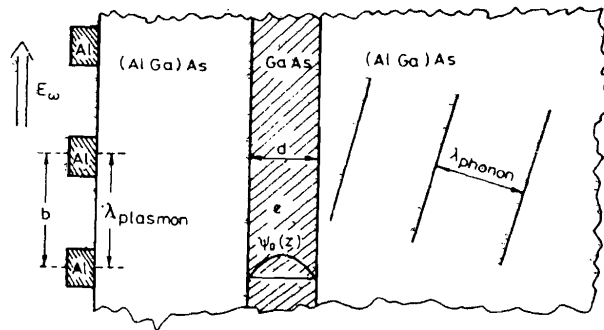


Рис. I. Трансформация электромагнитного поля в звук при помощи гетероструктуры. Микроволновое поле  $E_w$  получает импульс от Al грейтинга и возбуждает плазмон, который излучает фонон.

Электроны тонкого слоя GaAs движутся практически свободно в плоскости интерфейса  $(x, y)$ , а в  $z$ -направлении они локализованы в

потенциальном барьере, который более узкозонный, чем (AlGa)As. В модели плоских зон<sup>3/3</sup> электронная волновая функция дается выражением

$$\varphi_0(z) = (2/d)^{1/2} \sin(\pi z/d), \quad 0 < z < d. \quad (1)$$

Для общности дальнейших рассмотрений будем считать, что имеем полный набор функций  $\varphi_n$ , описывающих как различные возбужденные состояния слоя из рис. I, так и другие слои в случае сверхрешетки.

Частотная зависимость проводимости инверсного слоя достаточно хорошо описывается формулой Друде<sup>4/4</sup>

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} / (1 - i\omega\tau), \quad (2)$$

где

$e$  - заряд электрона,  $n$  - число электронов на единицу площади,  $\tau$  - феноменологическое время жизни,  $m$  - эффективная электронная масса;  $m_{GaAs} = 0,07$ ,  $\omega$  - частота.

Кроме кулоновского взаимодействия между электронами будем учитывать и их взаимодействие с кристаллической решеткой в модели желе при помощи феноменологического деформационного потенциала (см., например, <sup>5/5</sup>), для электрон-электронного взаимодействия имеем

$$U_{\omega, k} = (4\pi e^2/\epsilon)/k^2 - g^2 k^2 / [k^2 - (\omega/c)^2 - i0], \quad (3)$$

где

$\epsilon$  - диэлектрическая константа, практически одинаковая для GaAs и (AlGa)As,  $\hbar k$  - переданный трехмерный импульс;  $k = (k_x, k_y, k_z)$ ,  $c$  - скорость звука,  $g$  - константа связи.

По порядку величины константа  $g$  выражается через деформационный потенциал  $\bar{U}_d$  и плотность кристаллической решетки:

$$g \sim \bar{U}_d^2 / \rho u^2.$$

В координатном представлении  $\vec{r} = (x, y, z)$ , и в статическом пределе  $\omega = 0$  получаем

$$U(\vec{r}) = (e^2/\epsilon)/|\vec{r}| - g^2 \delta(\vec{r}).$$

В БКШ теории  $g$  параметризует контактное притяжение между электронами, вызванное обменом виртуального фонована.

В стандартном диэлектрическом формализме дисперсия плазмона

$$\omega_{pl}(q) \text{ есть решение уравнения}$$

$$\omega_{pl}^2(q) = \frac{2\pi n e^2}{m \epsilon} k, \quad (4)$$

где  $V_{\omega, q}$  - матричные элементы взаимодействия квазидвумерных электронов,  $\Pi_{\omega, q}$  - поляризационный оператор; отклик двумерной электронной плотности  $\delta n_{\omega, q}$  на малые флуктуации потенциала

$$\delta \varphi(\rho, t) = \delta \varphi_{\omega, q} \exp(-i\omega t + i q \rho),$$

$q = (q_x, q_y)$  - двумерный волновой вектор,  $\rho = (x, y)$ .

Затухание волн возникает как из адсорбционной части поляризационного оператора  $\Pi$ , так и из мнимой добавки к взаимодействию  $V$ , учитывающей излучение звука и уход этой фононной энергии в объем образца. Фононное затухание получим выделением пропорциональной  $\chi_{ij}^2$  части из  $\text{Im } \omega_{pl}$ .

Последовательно в следующих разделах рассмотрим матричные элементы взаимодействия, поляризационный оператор и, анализируя плазмонную дисперсию, найдем интенсивность фононного излучения.

### 3. Матричные элементы взаимодействия

Пока величина  $\Pi_{\omega, k}$ , определяемая формулой (3), представляет собой трехмерный пропагатор; для вычисления матричных элементов квазидвумерных электронов  $V$  необходимо перейти в координатное представление по отношению к координате  $Z$ . Первоначально вычислим матричные элементы взаимодействия  $W(z)$  двух двумерных электронов, движущихся в плоскостях, параллельных интерфейсу (см. рис. 2).

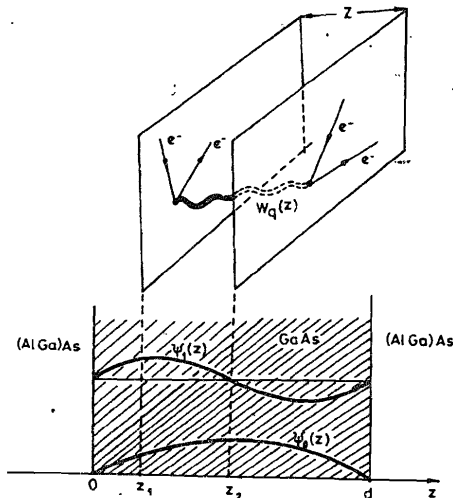


Рис. 2. Схематическое представление расчета матричного элемента взаимодействия.

Здесь  $Z$  - расстояние между плоскостями. Далее, с помощью волновых функций  $\varphi_n(z)$  можно найти матричные элементы, участвующие в дисперсионном уравнении (4):

$$V_{mn, ij} = \int \varphi_m^*(z_2) \varphi_n^*(z_2) W(z_2 - z_1) \varphi_i(z_1) \varphi_j(z_1) dz_1 dz_2.$$

Эта формула, которая приведена для иллюстративных целей, показывает, что в матричных элементах участвуют 4 электронных состояния. В нашей чересчур упрощенной модели существенен только диагональный член  $i = j = m = n = 0$  с  $\varphi_0(z)$  из (1). Конечно, и соответствующая матрица в уравнении (4) имеет размерность  $I \times I$ .

Элементарное интегрирование дает

$$W(z) = (2\pi c^2 / \epsilon) e^{-q|z|} / q - g [\delta(z) + q_0^2 e^{-Q|z|} / Q].$$

Здесь  $Q = (q^2 - q_0^2 - i0)^{1/2}$ ,  $q_0 = \omega / u$ ,  $q_x = k_x$ ,  $q_y = k_y$ . Малая мнимая добавка  $i0$  в фононном пропагаторе (3) однозначно определяет аналитическое продолжение в случае, когда фазовая скорость  $\omega / q$  превышает скорость звука  $u$ :

$$Q \rightarrow -i \tilde{Q}, \quad \tilde{Q} = (q_0^2 - q^2)^{1/2}.$$

При  $\omega > q u$  взаимодействие  $W(z)$ , т.е. амплитуда электрон-фононного рассеяния, получает мнимую добавку. Переход из статического фононного притяжения к излучению продольных акустических фононов (см. рис. 1)

$$e^{-Q|z|} \rightarrow e^{i \tilde{Q} |z|}$$

аналогичен переходу из статического кулоновского поля к черенковскому излучению сверхсветового источника в электродинамике. Окончательно для матричных элементов находим:

$$V_{nm, ij} = (2\pi c^2 / \epsilon q) \chi_{nm, ij} - g [\chi_{nm, ij} + i (q_0^2 / \tilde{Q}) \chi_{nm, ij} (-i \tilde{Q})]; \quad (5)$$

$$\chi_{nm, ij} = \int \varphi_n(z) \varphi_m(z) \varphi_i(z) \varphi_j(z) dz,$$

$$\chi_{nm, ij} = \int \varphi_n(z_2) \varphi_m(z_2) e^{-q|z_1 - z_2|} \varphi_i(z_1) \varphi_j(z_2) dz_1 dz_2.$$

Матричные элементы кулоновского взаимодействия (первый член в (5)) дискутировались многократно в теории разных типов поляритонов в по-

лупроводниковых сверхрешетках (см., например,<sup>6/</sup> и цитированную там литературу). Во избежание длинных выражений в дальнейшем сделаем некоторые упрощающие предположения. Для всех микроструктур период грейтинга ( $b$ ) значительно превышает толщину инверсного слоя, и для кулоновского фактора можно ограничиться длинноволновой асимптотикой  $\chi_{00,00}(q) \approx 1$ ,  $q d \ll 1$ . Для двумерных плазмонов число Маха  $Ma = \omega/qv \gg 1$  и  $\tilde{Q} \approx q_0 = \omega/v$ . При низких частотах  $q_0 d \ll 1$ ; разумеется, и для фононного фактора в этом случае имеем  $\chi(-iq_0) \approx 1$ . Последнее неравенство не всегда выполнено. При  $\lambda_{ph} = 2\pi v/\omega = d$ , когда длина волны излученного фонона сравнима с толщиной слоя, деструктивная интерференция разных участков на глубине инверсного слоя уменьшает амплитуду фононного излучения.

При сделанных предположениях для оценки по порядку величины интенсивности фононного излучения в дисперсионном уравнении (4) будем использовать выражение

$$V \approx (2\pi e^2/\epsilon)q - i g (\omega/v). \quad (6)$$

Рассмотрим теперь отклик инверсного слоя на электрические поля, параллельные интерфейсу.

#### 4. Поляризованный оператор - Формула ДрUDE

Для отклика двумерной электронной плотности

$$\delta n(\rho, t) = n_{\omega, q} \exp i(q\rho - \omega t)$$

при малых осцилляциях электростатического потенциала

$$\delta \varphi(\rho, t) = \varphi_{\omega, q} \exp i(q\rho - \omega t)$$

согласно определению (6) имеем

$$n_{\omega, q} = P_{\omega, q} (e\varphi_{\omega, q}).$$

Если в законе Ома

$$j_{\omega, q} = \sigma_{\omega} E_{\omega, q},$$

где  $\sigma$  определена формулой (2), выразим электрическое поле через градиент потенциала

$$E_{\omega, q} = -iq\varphi_{\omega, q}$$

и используем закон сохранения заряда

$$q \cdot j_{\omega, q} = \omega (\epsilon n_{\omega, q}),$$

то получим другое выражение формулы ДрUDE:

$$\Pi = (nq^2/m\omega^2) / (1 + i/\omega\tau). \quad (7)$$

Это выражение представляет собой длинноволновую быструю асимптотику поляризационного оператора. Для применимости (7) необходимо, чтобы длина волны была намного больше междучастичного расстояния  $2\pi/q \gg n^{-1/2}$ . Кроме того, необходимо, чтобы фазовая скорость волны  $\omega/q$  была намного больше характерной скорости движения электронов, например скорости Ферми  $v_F = \hbar n^{1/2}/m$  при низких температурах  $k_B T \ll m v_F^2/2$ . Этот вид для  $\Pi$  вместе со взаимодействием (6) будем использовать в уравнении для дисперсии (4).

#### 5. Уравнение дисперсии

Произвольные колебания электронной плотности могут создавать звук, но, когда плазмоны резонансно возбуждаются как промежуточное расстояние, интенсивность процесса может значительно увеличиться. В условиях распространения волн  $\omega\tau \gg 1$ ; решая уравнение для дисперсии  $D = 1 - \sqrt{\Pi} = 0$  с  $\Pi$  из (7) и  $V$  из (6), в нулевом приближении по малым параметрам  $g, \tau^{-1}$  получаем известное выражение для плазменной дисперсии:

$$\omega_{pl}^2(q) = (2\pi n e^2 / \epsilon m) q.$$

Длина волны плазмона фиксируется периодом грейтинга  $\lambda_{pl} = 2\pi/q = b$ .

Омическая диссипация и фононное излучение создают малые мнимые добавки к частоте плазмона  $\omega = \omega_{pl} - i\gamma/2$ . Мнимая часть частоты представляет собой декремент плазмонного затухания.

В первом приближении по малым параметрам  $g, \tau^{-1}$  (как принято в физике плазмы, см.<sup>19/</sup>) получаем

$$\gamma = 2 \frac{\text{Im } D(\omega_{pl}, q)}{\partial_{\omega} \text{Re } D(\omega, q)|_{\omega_{pl}}} =$$

$$= \omega_{pl} \left[ (\omega\tau)^{-1} + g(\omega_{pl}/v) \times \right.$$

$$\left. \times \text{Re } \chi(-i\omega_{pl}/v) / (2\pi e^2 / \epsilon q) \right];$$

$$\operatorname{Re} \chi_{mn,ij}(-i\tilde{Q}) = C_{mn} C_{ij} - S_{mn} S_{ij},$$

$$C_{mn} = \int \varphi_m(z) \varphi_n(z) \cos(\tilde{Q}z) dz,$$

$$S_{ij} = \int \varphi_i(z) \varphi_j(z) \sin(\tilde{Q}z) dz.$$

Первый член, пропорциональный  $(\omega\tau)^{-1}$ , всегда более важен для  $\gamma$  и представляет собой омическую диссипацию. Второй член, пропорциональный  $g$ , описывает фононное излучение. Для парциальной вероятности фононного распада, представляющей собой отношение второго слагаемого к первому, получаем

$$P_{ph} \sim 2(\omega_{pl}\tau) \left\{ g / \left[ (4\pi e^2/\epsilon) / (q\omega_{pl}/u) \right] \right\}.$$

Сравнение с физикой сверхпроводимости, где фононный член во взаимодействии (3) превышает кулоновский, показывает, что слагаемое в фигурных скобках  $\{ \dots \}^{-1}$ , если  $g$  и  $\omega_{pl}/u$  сравнимы с константой обратной решетки. Для электронного инверсионного слоя, конечно,  $g$ ,  $\omega_{pl}/u \ll \dot{A}^{-1}$ , что дает для вероятности оценку по порядку

$$P \sim 1 / \lambda_{pl} [ \dot{A} ] \lambda_{ph} [ \dot{A} ].$$

Для заданной вероятности фононного распада интенсивность излученных фононов можно оценить по интенсивности генерированных плазмоннов. Более точную оценку для  $P_{ph}$  можно получить, взяв, например,

$$U_d = 7,0 \text{ eV}/8/$$

$$\rho_0 = 5,4 \text{ г} \times \text{см}^{-3}$$

$$\epsilon = 12$$

$$u = 5,2 \text{ км/с}$$

$$n = 7 \times 10^{11} \text{ см}^{-2} \quad /9/$$

$$\tau = m_j/\mu e = 2 \times 10^{-12} \quad ; \quad \mu = 5 \text{ (м/с)/(В/м)}^{9/}$$

При этих условиях

$$P_{ph} = 10^{-5}$$

$$Ma = (\omega_{pl}/q)/u = 290$$

$$\omega\tau = 18$$

$$\dot{q}_0 d = 46.$$

$$d = 260 \text{ \AA}$$

$$\omega_{pl} = 6,14 \text{ мэВ}$$

$$\lambda_{ph} = 35 \text{ \AA}$$

$$\chi_{00,00} \sim 1/(q_0 d)^2 \sim 10^{-4}$$

## 6. Обсуждение

Проведенный анализ согласуется с результатами, полученными в /10/, где сделан вывод о том, что интенсивность излученных акустических волн, хотя и на несколько порядков ниже по сравнению со случаем пьезосвязи, все-таки находится в возможностях современной экспериментальной техники. Важно отметить, что благодаря грейтингу даже тепловое излучение генерирует резонансным образом плазменные волны с фиксированной частотой и параллельным пучком монохроматических фононов. Настоящее может оказаться важным для некоторых приложений.

Повышение электронной подвижности увеличивает вероятность фононного распада  $P_{ph} \sim \tau$ . Более интересную возможность усиления фононной интенсивности дает случай сверхрешетки, когда  $N$  двумерных электронных слоев излучают синфазно (это будет предметом отдельной работы).

В заключение следует отметить, что использованный подход можно применить и для рассмотрения генерации оптических фононов, если учесть частотную зависимость диэлектрической проницаемости /11/

$$\epsilon(\omega) = \frac{\omega^2 - \omega_{Lo}^2 - i\gamma}{\omega^2 - \omega_{To}^2 - i\gamma} \epsilon_{\infty}.$$

Недавно разработанная фононно-излучательная спектроскопия двумерного электронного газа /12/, наверное, окажется подходящей для детектирования излученных фононов.

Автор благодарен А.С.Шумовскому и Э.Петру за полезные обсуждения.

## Литература

1. T.Ando, A.B.Fowler and F.Stern -Rev.Mod. Phys. 54, N 2 (1982) 437.
2. S.J.Allen, Jr., D.C.Tsui, F.DeRosa -Phys.Rev.Lett. 35 (1977) 980-983;  
U.Mackens, D.Hertman, L.Prager and J.P.Kotthaus, Phys.Rev.Lett. 52, N 15, 1485, (1984).
3. W.P.Chen, Y.J.Chen, E.Burstein -Surf.Sci. 58 (1976) 263.
4. J.P.Koch -Surf.Sci. 58 (1976) 104.
5. E.M.Lifshitz and L.P.Pitaevskii,  
Statistical Physics Part II, Pergamon, NY, 1982, Sections 64, 32, 16.
6. S.Das Sarma, J.J.Quinn -Phys.Rev. B25 (1982) 7603-7618.
7. В.Л.Гинзбург, А.А.Рухадзе. "Волны в магнитоактивной плазме", М. 1975 - Наука.

8. O.Madelung, M.Schulz and H.Weiss editors, "Semiconductors", Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, Landolt-Börnstein Series, Group III, Vols. 17a and 17b (Springer, Berlin, 1982).
9. D.Olego, A.Pinczuk, A.C.Gossard, W.Wiedman -Phys.Rev. B26 (1982) 7867.
10. M.V.Krashennnikov, M.B.Sultanov, A.V. Chaplik -Sov.Phys. - JETP 50 (1979) 821-824.
11. S.Das Sarma, M. Mason - Ann.Phys.(NY) 163 (1985) 78.
12. M.R.Rothenfusser, L.Köster and W.Dietsche -Phys.Rev. B34 (1986) 5518.

Рукопись поступила в издательский отдел  
3 ноября 1987 года.

Мишонов Т.М.

P17-87-788

Фононное излучение двумерного плазмона

Рассмотрено излучение акустических фононов плазменными волнами квазидвумерных электронов в полупроводниковых инверсных слоях. Электрон-фононное взаимодействие учитывается феноменологическим деформационным потенциалом в модели желе.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики, ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод О.С.Виноградовой

Mishonov T.M.

P17-87-788

The Phonon Emission from A Two-Dimensional Plasmon

The acoustic-phonon radiation by the plasma waves of quasi-two-dimensional inversion electron layers is considered. Electron-phonon interaction is taken into account by the phenomenological deformation potential in the jelly model.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987