

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

П757

P17-87-636

В.Б.Приезжев, С.А.Терлецкий*

ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ НАПРАВЛЕННЫХ
ЛИНЕЙНЫХ ПОЛИМЕРОВ

Направлено в "J. de Physique"

* Институт электросварки им.Е.О.Патона АН УССР, Киев

1987

1. Введение

Хорошо известный подход к расчету поверхностных свойств полуразбавленных полимерных растворов^{/1/} дает следующую зависимость поверхностного натяжения системы гибких линейных полимеров от плотности

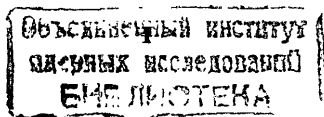
$$\sigma \sim \rho^{3/2}, \quad (1)$$

где ρ - объемная доля мономеров, входящих в состав макромолекул в растворе. Используемая для получения выражения^{/1/} аналогия полимер-магнетик эффективно работает, как известно, только при небольших значениях ρ , когда раствор обладает скейлинговыми свойствами^{/1-3/}. При больших ρ поведение поверхностного натяжения зависит от деталей межмолекулярного взаимодействия на уровне мономеров^{/1/}.

В этой связи представляются интересными попытки построения решаемых моделей полимерных систем, учитывающих эффекты исключенного объема и дающих зависимость $\sigma(\rho)$ в широком интервале значений ρ . В настоящей работе получены выражения для поверхностного натяжения σ в решеточной модели направленных линейных полимеров, находящихся в контакте с неадсорбирующей твердой стенкой.

Расчеты проведены для размерностей системы $d = 2, 3$ в рамках приближения, аналогичного приближению свободных фермионов^{/4,5/}. Реальными системами, к которым применима предложенная модель, могут быть продукты направленной полимеризации бифункциональных мономеров, находящиеся в жидкой среде в условиях хорошего атермического растворителя. Кроме того, рассматриваемая здесь модель, по-видимому, может описывать поведение полимерных растворов в тонких трубках, где макромолекулы, как правило, существенно вытянуты^{/1/}.

Метод вычислений, применяемый в данной работе, позволяет комбинаторным способом найти статистическую сумму модели и безразмерную плотность поверхностного натяжения при всех значениях плотности полимеров. Формулировка модели, изложение метода даны в разд.4. В разд.3 получены выражения для поверхностного натяжения и произведены расчеты



для случаев $d = 2, 3$. Полученные результаты обсуждаются в разд. 4.

2. Формулировка модели и метод решения

При $d = 2$ модель направленных линейных полимеров с исключенным объемом, находящихся в контакте с неадсорбирующей твердой стенкой, строится следующим образом. Вводится горизонтальная одномерная решетка, по узлам которой блуждают точечные частицы. Эти частицы не могут попадать одновременно в один узел, а также в начало координат. Далее вводится вертикальная координата, вдоль которой откладываются положения блуждающих частиц в зависимости от времени. Вертикальная координата отождествляется с числом шагов блуждающих частиц. На полученной двумерной решетке за единицу времени каждая частица перемещается на один шаг по вертикали, причем две разные частицы никогда не попадают в один узел и не пересекают вертикальную линию, проходящую через начало координат. На решетку накладываются условия периодичности. При этом все траектории частиц имеют вид замкнутых направленных путей. Полученная система ломаных линий представляет собой модель направленных линейных полимеров с исключенным объемом^{6/}.

Аналогично строится модель при $d = 3$. При этом разворачиваются во времени блуждания частиц, происходящие на простой квадратной решетке^{4,7,8/}. Отражающая стенка вводится путем запрета попадания частиц на одну из координатных осей.

Отождествим звено полимера с шагом пути блуждающей частицы и припишем ему статистический вес (активность) x . Тогда каждый замкнутый путь на решетке длины K шагов имеет вес x^K . Вес произвольной конфигурации g_n , состоящей из n замкнутых путей, определяется так:

$$\chi(g_n) = \prod_{j=1}^n x^{K_j}. \quad (2)$$

Статистическая сумма модели может быть записана в соответствии с (2) в следующем виде:

$$\Lambda(x) = \sum_n \sum_{g_n} \chi(g_n), \quad (3)$$

где суммирование идет по всем возможным конфигурациям замкнутых путей, избегающих друг друга.

Безразмерная плотность поверхностного натяжения σ на один узел границы с площадью S определяются так:

$$\sigma = -T \lim S^{-1} (\ln \Lambda - \ln \Lambda_0), \quad (4)$$

где Λ и Λ_0 - статистические суммы моделей с границей и без нее; через $T \lim$ обозначен термодинамический предел.

Введем обозначение

$$\lambda(x) = S^{-1} \ln \Lambda(x). \quad (5)$$

Плотность полимеров (концентрация мономеров, макромолекул на узел решетки) определяется через статистическую сумму следующим образом:

$$\rho(x) = T \lim \frac{x \partial}{\partial x} \lambda(x). \quad (6)$$

Поэтому выражение (6) можно переписать в виде

$$\sigma = - \int_0^x \frac{\rho(x, y)}{y} dy. \quad (7)$$

где y - активность полимерных звеньев на границе.

Расчет поверхностного натяжения полимеров начнем с изложения метода вычисления статистической суммы.

Мы воспользуемся приемом, который позволяет переформулировать проблему перечисления всех замкнутых пересекающихся путей как более простую задачу о направленном случайном блуждании единственной частицы на решетке. При $d = 2$ этот прием приводит к точному решению задачи. В случае $d = 3$ он приводит к приближению типа свободных фермионов. Подробный анализ этого приближения дан в работах^{5,8/}. Здесь мы ограничимся кратким изложением метода.

Вспомогательная функция

$$\chi(g_n) = (-1)^n \prod_{j=1}^n x^{K_j} \quad (8)$$

тоже является весом набора путей g_n , только каждый путь из g_n взвешен со знаком "минус". Пусть P - произвольный, непериодический, возможно, самопересекающийся путь, возвращающийся в исходную точку после $K = kM$ шагов, где $k \geq 1$ - целое, M - размер решетки по вертикали. Пусть K_P - число шагов в пути P , тогда справедлива формула^{9/}

$$\prod_P (1 - x^{K_P}) = \sum_n \sum_{g_n} \tilde{\chi}(g_n), \quad (9)$$

где в левой части стоит произведение по всем возможным замкнутым непериодическим путям. Простое рассуждение, поясняющее (9), состоит в следующем. Каждому члену в разложении левой части (9) можно сопоставить конфигурацию путей на решетке. Для конфигурации с пересечением в любой точке эквивалентны два представления: в виде двух путей P_1 и P_2 , пересекающихся в этой точке, а также в виде единственного

однократно самопересекающегося пути. В разложении левой части (9) первой ситуации соответствует вес $(-1)^{K_{P_1}} (-1)^{K_{P_2}}$, а второй — вес $(-1)^{K_{P_1} + K_{P_2}}$. Поэтому вклады от пересекающихся и самопересекающихся путей сокращаются, и остаются только члены, соответствующие всем слагаемым суммы $\sum_g \tilde{\chi}(g)$.

Связь между $\chi(g)$ и $\tilde{\chi}(g)$ устанавливается следующим образом. В случае $d = 2$ блуждание происходит по двумерной решетке, свернутой в тор, поэтому любой путь, охватывающий решетку в одном направлении более одного раза, обязательно самопересекается. Следовательно, в сумме $\sum_g \tilde{\chi}(g)$ остаются пути, охватывающие решетку только один раз и, значит, все они состоят из M шагов. Поэтому простая замена переменных $\tilde{\chi} \rightarrow \chi e^{i\pi/M}$ приводит к перемене знака в каждом пути. Тогда $\sum_g \tilde{\chi}(g) \rightarrow \sum_g \chi(g)$, и в термодинамическом пределе $M \rightarrow \infty$, $\Lambda(x)$ и $\tilde{\Lambda}(x)$ совпадают. В случае $d = 3$ указанная замена переменных не исключает пути, охватывающие решетку более одного раза. Эти пути входят в статистическую сумму, причем пути с двукратным обходом решетки входят в статистическую сумму со знаком "минус", с трехкратным обходом — со знаком "плюс" и т.д. Нетрудно убедиться, что такое приближение для статистической суммы полностью соответствует приближению свободных фермионов [4, 8].

Из равенства (3) с учетом (9) имеем

$$\begin{aligned} \ln \Lambda(x) &= \sum_P \ln(1 - x^{K_P}) = - \sum_P \sum_{j=1}^{\infty} \frac{x^{jK_P}}{j} = \\ &= - \sum_{\vec{r}} \sum_K \frac{N_K(\vec{r}) x^K}{K}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $N_K(\vec{r})$ — число всех замкнутых путей длины K , начинающихся и заканчивающихся в точке решетки \vec{r} .

Статистическую сумму модели со стенкой обозначим через $\Lambda(x, y)$, учитывая, что вес полимерного звена на границе равен y . Через $W_K(l|m; x, y)$ обозначим вес всех путей, начинающихся в точке l и заканчивающихся после K шагов в точке m . Пусть l_0 — произвольная точка решетки, принадлежащая границе. Тогда справедливо равенство

$$\frac{y \partial}{\partial y} \ln \Lambda(x, y) = - S \sum_K W_K(l_0 | l_0; x, y). \quad (11)$$

Действительно, в (11) дифференцирование по y отбирает среди путей, входящих в логарифм статсуммы (10), только те, которые хотя бы один раз попадают на границу. Если путь попадает на границу ν раз, то его вес содержит множитель y^ν . Действие оператора $y \partial / \partial y$ приводит к появлению перед этим весом множителя ν . Значит в левой

части (11) каждый путь, попадающий на границу ν раз, учитывается ν — кратно. Множитель S в правой части (11) означает, что каждый путь может начинаться в любой точке границы. Поэтому путь, попадающий на границу ν раз, также учитывается в правой части (11) ν раз.

На основании равенств (6), (7), (11) для поверхностного натяжения σ имеем

$$\sigma = T \lim_x \int_0^x \frac{dy}{y} \sum_K W_K(l_0 | l_0; x, y). \quad (12)$$

Вместо суммирования по путям, имеющим длину, кратную M ($K = kM$), удобно перейти к сумме по путям с произвольным числом шагов. Это можно сделать, добавляя к весу каждого шага дополнительный множитель $e^{2\pi i j / M}$. Тогда, опуская аргументы x, y , можно написать

$$\sum_K W_K(l_0 | l_0) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sum_{n \geq 0} [W_n(l_0 | l_0) - 1], \quad (13)$$

так как

$$\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M e^{2\pi i \frac{j}{M} n} = \delta_{n, mM}, \quad (14)$$

где $m \geq 1$ — целое.

Единица в правой части (13) компенсирует член $W_0(l_0 | l_0) = 1$, отсутствующий в левой части. Таким образом, проблема вычисления поверхностного натяжения модели сводится к нахождению производящей функции простых случайных блужданий, начинающихся и заканчивающихся в одной точке на границе:

$$W(l_0 | l_0) = \sum_{n \geq 0} W_n(l_0 | l_0). \quad (15)$$

3. Расчет поверхностного натяжения

Полученное в разд. 2 выражение для σ после перехода к термодинамическому пределу можно записать через производящую функцию случайного блуждания в следующем виде:

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} \int_0^x \frac{dy}{y} \int_0^{2\pi} d\beta [W(l_0 | l_0; x e^{i\beta}, y e^{i\beta}) - 1]. \quad (16)$$

Напомним, что блуждание происходит на одномерной решетке в случае двумерной модели и на двумерной решетке при $d = 3$. Поэтому положим $l_0 = 0$ при $d = 2$ и $l_0 = (0, 0)$ при $d = 3$.

Для вычисления $W(0|0)$ и $W(0,0|0,0)$ рассмотрим уравнение эволюции функций $W_n(l|m; x, y)$

$$W_{n+1}(l|m) = \sum_{l'} \gamma(l, l') W_n(l'|m), \quad (17)$$

где $\gamma(l, l')$ - матрица перехода из точки l в точку l' . Последнюю удобно представить в виде

$$\gamma(l, l') = p(l-l') + q(l, l'), \quad (18)$$

где $p(l-l')$ - матрица перехода для направленного блуждания по неограниченной решетке, $q(l, l')$ - матрица "дефектов", описывающая направленное блуждание вблизи стенки.

Дальнейшие расчеты удобно для $d = 2$ и $d = 3$ выполнить отдельно.

а. $d = 2$.

В этом случае матрицы $p(l-l')$ и $q(l, l')$ имеют вид

$$p(l-l') = x \delta_{l, l'+1} + x \delta_{l, l'-1}, \quad (19)$$

$$q(l, l') = x \delta_y \delta_{l', 0} (\delta_{l, l'+1} + \delta_{l, l'-1}), \quad (20)$$

где y - вес ребер решетки, по которым блуждание попадает на границу, $\delta_y = (y-x)/x$.

Принимая, что $W_0(l|m) = \delta_{l, m}$, из (15) получим уравнение для $W(l|m)$:

$$\dot{W}(l|m) - \sum_{l'} p(l-l') W(l'|m) = \delta_{l, m} + \sum_{l'} q(l, l') W(l'|m). \quad (21)$$

Пусть фурье-образ $W(l|m)$ есть

$$\tilde{W}(\varphi|m) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} e^{il\varphi} W(l|m). \quad (22)$$

Тогда из уравнения (21) имеем

$$[1 - \lambda(\varphi)] \tilde{W}(\varphi|m) = e^{im\varphi} + \delta_y \lambda(\varphi) W(0|m), \quad (23)$$

где $\lambda(\varphi)$ - "структурная функция" блуждания на решетке

$$\lambda(\varphi) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} e^{-il\varphi} p(l) = 2x \cos \varphi. \quad (24)$$

Переход к обратному фурье-преобразованию дает из (23):

$$W(l|m) = G(l-m) + \delta_y G(l) W(0|m) - \delta_y \delta_{l, 0} W(0|m). \quad (25)$$

Отсюда искомая функция $W(0|0)$ равна

$$W(0|0) = \frac{G(0)}{1 + \delta_y (1 - G(0))}, \quad (26)$$

где решеточная функция Грина $G(0)$ определяется равенством

$$G(0) \equiv d^{-1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - \lambda(\varphi)} = \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}. \quad (27)$$

Из выражений (16), (26), (27) следует, что поверхностное натяжение с учетом замены $x \rightarrow x e^{i\beta}$ и $y \rightarrow y e^{i\beta}$ в (26), (27) дается формулой

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\beta \int_0^x \frac{dy}{y} \left[\frac{1}{d + \delta_y (d-1)} - 1 \right] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln |d| d\beta. \quad (28)$$

Применение формулы Йенсена к вычислению последнего интеграла приводит окончательно к простому результату

$$\sigma = \theta(x - \frac{1}{2}) \ln 2x, \quad (29)$$

где $\theta(x) = 1, x \geq 0; \theta(x) = 0, x < 0$.

Значение $x_c = \frac{1}{2}$ есть критическая точка модели. Для $x > x_c$ на решетке возникают полимеры, при $x < x_c$ - решетка пуста.

б. $d = 3$.

В этом случае матрицы $p(l-l')$ и $q(l, l')$ имеют вид

$$p(l-l') = x \{ \delta_{l, l'+1} \delta_{l_2, l'_2} + \delta_{l, l'-1} \delta_{l_2, l'_2} + \delta_{l_1, l'_1} \delta_{l_2, l'_2-1} + \delta_{l_1, l'_1} \delta_{l_2, l'_2+1} \}, \quad (30)$$

$$q(l, l') = x \delta_y \delta_{l', 0} \{ \delta_{l_1, 1} \delta_{l_2, l'_2} + \delta_{l_1, -1} \delta_{l_2, l'_2} + \delta_{l_1, 0} \delta_{l_2, l'_2+1} + \delta_{l_1, 0} \delta_{l_2, l'_2-1} \}. \quad (31)$$

Аналогично тому, как это было сделано в предыдущем пункте, можно получить следующее соотношение для фурье-образов от $W(l|l_0)$:

$$\tilde{W}(\vec{\varphi}|\vec{l}_0) (1 - \lambda(\vec{\varphi})) = e^{i\vec{l}_0 \cdot \vec{\varphi}} + \delta_y \lambda(\vec{\varphi}) \tilde{W}(0, \varphi_2 | \vec{l}_0), \quad (32)$$

где $\vec{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2)$, $\vec{l}_0 = (l_1^0, l_2^0)$, $\lambda(\vec{\varphi}) = 2x(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)$.

Обратное фурье-преобразование в (32) по φ_1 дает

$$\tilde{W}(\ell_1, \varphi_2 | \vec{\ell}_0) = \frac{G(x, 0, \varphi_2)}{1 + \delta_y (1 - G(x, 0, \varphi_2))}, \quad (33)$$

где

$$G(x, 0, \varphi_2) \equiv \frac{1}{d} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_1}{1 - \lambda(\varphi_1)} = \frac{1}{\sqrt{(1 - 2x \cos \varphi_2)^2 - 4x^2}}. \quad (34)$$

Обратное фурье-преобразование по φ_2 в (39) при $\vec{\ell}_0 = (0, 0)$ дает окончательное выражение для искомой производящей функции $W(0|0)$:

$$W(0|0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_2 (d + \delta_y (d-1))^{-1}. \quad (35)$$

Для поверхностного натяжения из (16), (36) имеем

$$\sigma = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \int_0^{2\pi} d\beta \ln |d|. \quad (36)$$

Применение формулы Йенсена к вычислению интеграла в (36) дает окончательно для поверхностного натяжения

$$\sigma = \frac{2}{\pi} \theta(x - \frac{1}{4}) \left\{ \ln 4x \cdot \arccos \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2 \int_0^{\arccos \frac{1}{2\sqrt{x}}} \ln \cos \varphi d\varphi \right\}. \quad (37)$$

Здесь $x_c = 1/4$ - критическая точка модели при $d = 3$.

4. Анализ и обсуждение результатов

Для анализа полученных выражений плотности поверхностного натяжения (29) и (37) как функций плотности полимеров ρ необходимо исключить активность χ .

В случае $d = 2$ нам потребуется выражение для $\rho(x)$. Такую зависимость легко получить, если заметить, что из формул (6), (II) и (I3-I5) следует следующее выражение для ρ на решетке без границ ($y = x$):

$$\rho(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\beta [W(0|0; x e^{i\beta}) - 1]. \quad (38)$$

С учетом выражений (26), (27) нетрудно получить следующий результат:

$$\rho(x) = \frac{2}{\pi} \theta(x - 1/2) \cdot \arccos \frac{1}{2x}. \quad (39)$$

Поэтому для поверхностного натяжения из равенств (29) и (39) имеем для всех $1 > \rho > 0$:

$$\sigma(\rho) = -\ln \cos \frac{\pi\rho}{2}, \quad d = 2. \quad (40)$$

Таким образом, асимптотическое поведение поверхностного натяжения дается формулами при $d = 2$:

$$\sigma(\rho) = \frac{\pi^2}{8} \rho^2, \quad \rho \rightarrow 0, \quad (41)$$

$$\sigma(\rho) = -\ln \pi/2 - \ln(1-\rho), \quad \rho \rightarrow 1. \quad (42)$$

В случае $d = 3$ исключение активности из (37) можно сделать только при $\rho \rightarrow 0$ и $\rho \rightarrow 1$ с использованием следующих результатов работы /10/:

$$\rho(x) = \frac{\delta}{\pi} \tau, \quad \tau = x - x_c, \quad \tau \ll 1. \quad (43)$$

$$\rho(x) = 1 - \frac{\epsilon}{\pi^2} (1 + 3 \ln 2) + \frac{\epsilon}{\pi^2} \ln \epsilon, \quad \epsilon = x^{-1} \ll 1. \quad (44)$$

С учетом этих выражений искомые асимптотики поверхностного натяжения, как видно из (37), (43), (44), даются формулами

$$\sigma(\rho) = \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \rho^{3/2}, \quad \rho \rightarrow 0, \quad (45)$$

$$\rho(\sigma) = 1 - \frac{\sigma}{\pi^2} e^{-\sigma}, \quad \sigma \rightarrow \infty. \quad (46)$$

Последняя формула неявно задает асимптотику поверхностного натяжения в трехмерной системе в пределе плотной упаковки полимеров на решетке.

Итак, в настоящей работе предложена решеточная модель направленных полимеров, взаимодействующих с непроницаемой стенкой. Гибкие полимерные цепочки не пересекаются друг с другом за счет ближкодействующего отталкивания. Перечисление полимерных конфигураций проведено комбинаторным методом, который при $d = 2$ дает точный результат, а при $d = 3$ приводит к приближению типа свободных фермионов. Разность свободных энергий для модели с непроницаемой стенкой и модели на неограниченной решетке дает аналитическое выражение для поверхностного натяжения. Анализ полученных формул показывает, что при $d = 2$ в пределе низкой плотности $\sigma \sim \rho^2$, а при плотности, близкой к плотной упаковке, $\sigma \sim -\ln(1-\rho)$. При $d = 3$ приближение свободных фермионов дает при малых ρ результат $\sigma \sim \rho^{3/2}$, совпадающий с зависимостью, получаемой из аналогии полимер - магнетик /11/ для полураз-

бавленного изотропного полимерного раствора. В нашей модели режим полуразбавленного раствора реализуется при сколь угодно малой ненулевой плотности полимеров. При больших ρ в пределе плотной упаковки в трехмерном случае мы находим поправки к логарифмическому закону, полученному при $d = 2$.

Несмотря на совпадение закона $\rho^{3/2}$ для трехмерных изотропных и направленных моделей полимеров, корреляционные свойства этих моделей совершенно различны. Для оценки эффективной корреляционной длины в полуразбавленном режиме для данной модели можно воспользоваться результатами работы [4]. В [4] была найдена зависимость свободной энергии, которая для осмотического давления модели направленных полимеров дает при $d = 3$ асимптотику

$$\Pi \sim \tau^2, \quad \tau = \chi - \chi_c, \quad \tau \rightarrow 0 \quad (47)$$

Отсюда, учитывая равенство (43), находим, что при малых

$$\Pi \sim \rho^2. \quad (48)$$

Используя известную оценку для поверхностного натяжения полуразбавленного раствора [1]

$$\Pi \sim \sigma \xi \quad (49)$$

из (48) находим

$$\xi \sim \rho^{-1/2}, \quad d = 3. \quad (50)$$

Таким образом, эффективные корреляции в полуразбавленном растворе направленных линейных полимеров с исключенным объемом сильно отличаются от корреляций в изотропной системе, в которой, $\xi \sim \rho^{-3/4}$.

Литература

1. П.-Ж. де Жен. Идеи скейлинга в физике полимеров М.: Мир, 1982, 368 с.
2. K.Binder In: "Phase Transitions and Critical Phenomena" ed. C.Domb, J.L.Lebowitz, Academic Press, London, 1983, pp.1-144.
3. J. des Cloizeaux J.de Physique v36 (1975), pp.281-291.
4. E.I.Kornilov, V.B.Priezzhev Z.Phys v.54B, (1984) p,351.
5. V.B.Priezzhev J.Stat.Phys. v.44, (1986) N5-6, pp.921-932.
6. J.F.Nagle Proc. R.Soc.Lond.Ser.A. v.337, (1974), pp.569-589
7. S.M.Bhattacharjee, J.F.Nagle, D.A.Huse, M.E.Fisher J.Stat.Phys. v.32. (1983) pp.361-
8. T. Izuyama, Y.Akutsu J.Phys.Soc.Jap. v.51, (1982) pp.50-58.

9. P.W.Kasteleyn in: "Graph Theory and Theoretical Physics" ed by Harry F. Academic Press, London, 1967, p.44.

10. А.А.Литвин, В.Б.Приезжев Сообщения ОИЯИ Р-17-87-4, 1987, 12с.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 августа 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
-	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/	13 р.50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.
Д9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. /2 тома/	13 р.45 к.
Д7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986	7 р.10 к.
Д2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа-86". Дубна, 1986	4 р.45 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Приезжев В.Б., Терлецкий С.А.

P17-87-636

Поверхностное натяжение направленных линейных полимеров

Модель направленных самоизбегающих полимеров на двумерной и трехмерной решетках в присутствии бесконечной стенки решается в приближении свободных фермионов. Изучается зависимость поверхностного натяжения σ от плотности полимеров ρ . Показано, что при малых ρ для $d = 2$ $\sigma \sim \rho^2$, а для $d = 3$ $\sigma \sim \rho^{3/2}$. Закон $\rho^{3/2}$ совпадает с аналогичным законом в модели изотропных полимеров.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Priezzhev V.B., Terletskij S.A.

P17-87-636

Surface Tension of Directed Linear Polymers

The self-avoiding directed polymer model on a two- and three-dimensional lattice in the presence of infinite boundary is solved in the free fermion approximation. The surface tension σ dependence versus density of polymers ρ is studied. It is shown that $\sigma \sim \rho^2$ for $d=2$ and $\sigma \sim \rho^{3/2}$ for $d = 3$ when ρ is small. The law $\rho^{3/2}$ coincides with that obtained for an isotropic model.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987