

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P17-87-497

Т.М.Мишонов

**К ТЕОРИИ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ
ПЛОСКОСТИ ДВОЙНИКОВАНИЯ**

Направлено в журнал "Физика низких температур"

1987

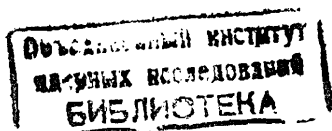
1. Введение

СПЦ представляет собой интересный тип двумерной сверхпроводимости /1-5/. В теоретических работах /6-8/ сделана попытка объяснить свойства СПЦ в рамках теории Гинзбурга-Ландау (ГЛ) (см. также /9-10/). Например, фазовая диаграмма, полученная с помощью численных расчетов /8/, хорошо согласуется с результатами диамагнитных измерений /5/. Целью настоящей работы является получение фазовой диаграммы и остальных термодинамических свойств аналитическим методом в рамках подхода ГЛ. Кроме того, найдены термодинамические характеристики СПЦ, наиболее подходящие для сравнения с экспериментальными результатами.

СПЦ наблюдается для многих металлов, из которых Sn /1,2/ и Nb /3/ наиболее хорошо исследованы. При температуре T_S , незначительно превышающей температуру объемного фазового перехода T_C , СПЦ наблюдается по аномальному диамагнитному моменту. В рамках теории ГЛ СПЦ описывается добавлением подходящих граничных условий /6,7/, которые отражают усиление сверхпроводящих свойств вблизи ПД. Аналогичная модель использовалась ранее для описания поверхностного магнетизма /11,12/, а также подавления поверхностной сверхпроводимости и эффекта близости на границе разных металлов /13/. (Для введения см., например, /14/). Близость T_S к T_C ($\tau_c \equiv (T_S - T_C) / T_C \sim 10^{-2}$) объясняется интенсивным разрушением куперовских пар в объеме нормального металла, окружающего тонкий слой СПЦ.

Для Nb , единственного сверхпроводника второго рода, в котором обнаружена СПЦ, в непосредственной близости к T_C наблюдается еще один /3/ фазовый переход при температуре T^* . В узком температурном интервале $T^* - T_C = 0,015 \text{ K}$ ($T_S - T_C = 0,110 \text{ K}$), вдоль ПД может протекать сверхпроводящий ток. Хлюстикова и Москвина /3/ предположили, что фазовый переход при T^* является топологическим переходом, связанным с исчезновением или появлением несвязанных вихрей (переход Березинского - Костерлица - Таулеса (БКТ)).

Для поликристаллического Sn (типичного сверхпроводника первого



рода, $\alpha_{Sn} = 0,13$) на фазовой плоскости температуры T и магнитного поля H наблюдается интересный излом на кривой переохлаждения (граница абсолютной неустойчивости нормальной фазы) при температурах $T < T_c$ /15/. Это явление тоже, по-видимому, связано с СПД.

2. Модель и результаты

Точность измерения фазовой диаграммы СПД и количество получаемой информации достаточны для сопоставления с существующей теорией. В настоящей работе показано, что экспериментальные данные согласуются с теорией, основанной на уравнениях ГЛ с граничными условиями вида

$$-\partial_z \psi \Big|_{z=\pm 0} = \pm \psi'(z=0) / \lambda. \quad (I)$$

На плоскости двойникования положено $z = 0$. Экстраполяционная длина λ представляет собой единственный новый параметр теории СПД; "оценка этой постоянной требует, однако, более детального микроскопического исследования" /16/. Вопрос о фазовой диаграмме СПД рассматривался в работах /6,7/, исследовался численно методом конечных элементов /8/ и аналитически в случае сверхпроводников предельно первого рода $\alpha = 0$ /5/. Следуя работе /8/, введем безразмерную температуру $t = (T - T_c) / (T_s - T_c)$. Пусть $H_s = H_c(t = -1)$ - критическое магнитное поле, $\xi_s = \xi(t = -1)$ - корреляционный радиус /16/ и $\psi_s = |\psi(t = -1)|$ - параметр порядка объемного материала при температуре $T_c - (T_s - T_c)$. Как показывает дальнейший анализ, уравнение для перехода СПД дает равенство $\lambda = \xi_s$. Введем еще безразмерное магнитное поле, параллельное ПД $h = H / H_s$, безразмерный параметр порядка $\theta = \psi / \psi_s$ и расстояние до ПД $x = z / \xi_s$.

Найденный нами путем разложения по степеням малого параметра α термодинамический потенциал G СПД первого рода в этих безразмерных переменных выглядит следующим образом:

$$G / [\xi_s H_s^2 / 8\pi] = 2 \left[2^{3/2} \int_0^{\theta_m} (\theta^4 + 2t\theta^2 + h^2)^{1/2} d\theta - 2\theta_m^2 - B^* \alpha^{1/2} h^{3/2} - C \alpha^{3/2} h^{1/2} t + O(\alpha^{5/2}) \right], \quad (2)$$

где θ_m - максимальная величина параметра порядка вблизи ПД $\theta_m^2 = (1-t) + [(1-t)^2 - h^2]^{1/2}$.

Константа $B^* = 2,06$ выражается через решение универсального уравнения ГЛ /17/

$$\begin{aligned} \dot{X}(\tau) &= X^2(-\tau) \dot{X}(\tau), \quad (\dot{}) = d() / d\tau \\ X(+\infty) &= 1, \quad X(-\infty) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

описывающего распределение параметра порядка и вектор-потенциала вблизи границы нормальной и сверхпроводящей фазы:

$$B^* = 2^{3/4} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{X}(1-\dot{X}) d\tau.$$

Вектор - потенциал A и параметр порядка ψ в соответствующих безразмерных единицах выражаются друг через друга (см. рис.1):

$$\bar{A}(\tau) = \bar{\psi}(-\tau) = X(\tau).$$

$$\text{Здесь } \bar{\psi} = 2^{1/4} (\alpha h)^{-1/2} (\psi / \psi_s),$$

$$\bar{A} = 2^{-1/4} (\alpha h)^{-1/2} (A / \xi_s H_s),$$

$$\tau = x / [2^{1/4} (\alpha / h)^{1/2}] + const.$$

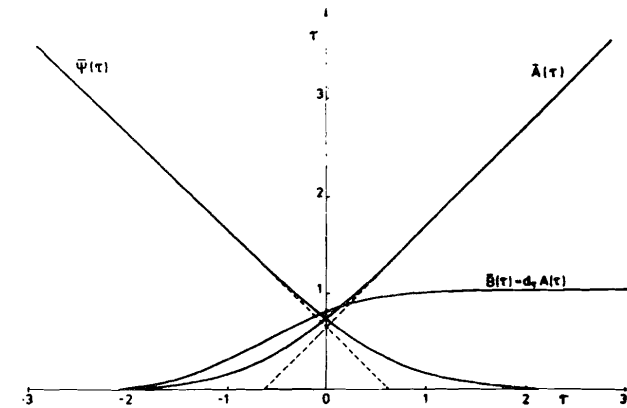


Рис. I.

Распределение безразмерного параметра $\bar{\psi}$, вектор-потенциала \bar{A} и магнитного поля B как функции от расстояния τ до границы между нормальной и сверхпроводящей фазы.

Грубо говоря, туннелирование куперовских пар в нормальную фазу и туннелирование магнитного поля в сверхпроводящую фазу симметричны. Константа B^* имеет механическую интерпретацию: она пропорциональна разности двух действий: по пути с правым поворотом и по прямому пути для велосипедиста, движущегося по поверхности $\Pi = -\bar{A}^2 \bar{\psi}^2$ (см. рис.2). Энергия этого движения пропорциональна сохраняющейся ком-

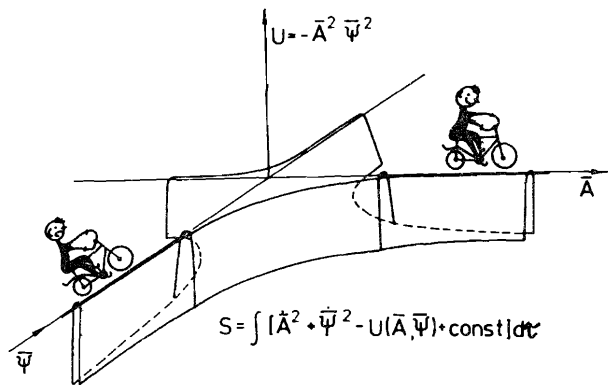


Рис.2. Механическая модель для вычисления поверхностного натяжения.

поненте тензора натяжений σ_{zz}^2 , т.е. известному интегралу уравнения ГЛ. Константа C^* из (2) представляет возмущение этого инстантона под действием малого члена $t \propto \bar{\psi}^2$. Полученные в настоящей работе поправки к термодинамическому потенциалу G представляют термодинамический потенциал границы (толщина которой есть $\Delta \sim (\kappa/h)^{1/2} \xi$) между нормальной и сверхпроводящей фазой. Эти поправки не зависят от распределения параметра порядка в глубине сверхпроводника. Другими словами, мы представляем поверхностное натяжение сверхпроводников в виде (см. рис.3):

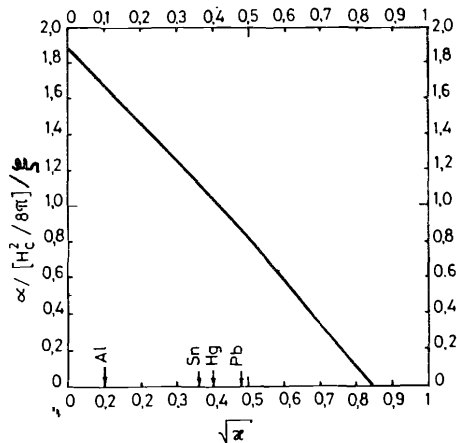


Рис.3.

Зависимость поверхностного натяжения сверхпроводников от параметра κ . Отметим приемлемую точность для простых металлов, которую дает даже первая поправка, пропорциональная $\sqrt{\kappa}$.

$$\alpha / [\xi_s H_s^2 / 8\pi] = A^* - B^* \kappa^{1/2} - C^* \kappa^{3/2}. \quad (4)$$

Основной член (сравни с эллиптическим интегралом (2)):

$$A^* = 2^{3/2} \int_0^1 (\theta^4 - 2\theta^2 + 1)^{1/2} d\theta = 1,89$$

получается в предположении, что при $-t = h = 1$ параметр порядка в глубине образца принимает равновесное значение для объемного материала $\phi = 1$.

Как хорошо известно еще из пионерской работы ГЛ^[17], корневая поправка $\sim \kappa^{1/2}$ существенна, в то время как следующие члены представляют лишь академический интерес даже при современной экспериментальной точности. Коэффициент $C^* = 0,26$ можно оценить из известного условия $\alpha (\kappa = 2^{-1/2}) = 0$.

На рис.4 показана фазовая диаграмма СПД первого рода, полученная из условия термодинамической выгодности сверхпроводящей фазы $G \leq 0$.

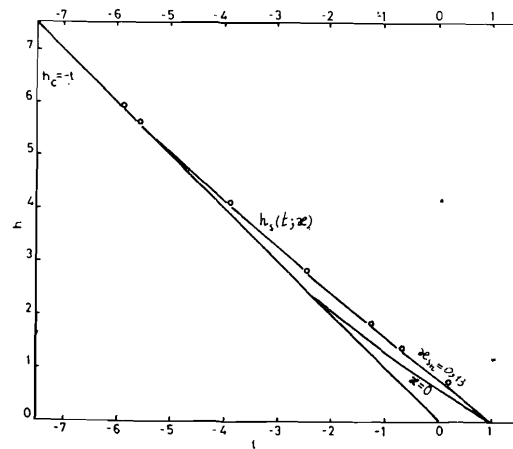


Рис.4.

Критические поля в безразмерных единицах для перехода первого рода $h_c(t; \kappa)$ для СПД с $\kappa = 0,13$. Экспериментальные точки [5]; $\kappa = 0$ [5]. Показано и критическое поле для объемного металла $h_c = -t$.

Критическое поле $h_c(t; \kappa)$ с $\kappa = 0,13$ находится в хорошем соответствии как с экспериментальными данными [5], так и с результатами численных расчетов [8] по методу конечных элементов, даже при удерживании в формуле (2) только поправки $\kappa^{1/2}$. Это соответствие представляет сильный аргумент в пользу рассматриваемой модели с температурно независимой экстраполяционной длиной λ .

Для предельного случая сверхпроводника первого рода ($\kappa = 0$) уравнение $G(t, h) = 0$ дает то же самое критическое поле (см. рис.4), как указанное в [5,8].

Зная термодинамический потенциал, диамагнитный момент и теплоемкость при нулевом магнитном поле можно получить элементарным дифференцированием

$$M/[-\xi_s \mu_s / 4\pi] = 2^{3/2} h \int_0^{\theta_m} d\theta / (\theta^4 + 2t\theta^2 + h^2) - 3B^*(\alpha h)^{1/2}$$

$$C = (4/T_c \alpha^2) (\xi_s \mu_s^2 / 8\pi) / t^{1/2}, \quad h = 0. \quad (5)$$

Теплота фазового перехода находится из уравнения Клаузиуса-Клайперона ^{18/} с магнитным давлением $P = (\mu_s^2 / 8\pi) h^2$, а магнитный момент пропорционален объему узкого слоя СПД.

Ввиду большого значения поправки $\alpha^{1/2}$ в G , фазовые диаграммы разных сверхпроводников и критические поля $h_c(t)$ плохо аппроксимируются формулами для сверхпроводника предельно первого рода $\alpha = 0$.

Закон соответственных состояний получается только для поля переохлаждения. Из вида функционала для термодинамического потенциала

$$G/[\xi_s \mu_s^2 / 8\pi] = \int_{-\infty}^{+\infty} [2(dx\theta)^2 + (A\theta/\alpha)^2 + 2t\theta^2 + \theta^4 - 4\delta(x)\theta^2 + (d_x A - h)^2] dx \quad (6)$$

легко можно заметить в использованных безразмерных единицах, что $1/\alpha$ представляет безразмерный заряд куперовской пары в единицах $\xi_s, \mu_s, T_s - T_c$. При малых θ неэкранированное магнитное поле входит в термодинамический потенциал только в виде комбинации θ/α .

Условия перехода второго рода получаются по аналогии с теорией поверхностной сверхпроводимости как решения уравнения Шредингера ^{17,8/}. При этом требуется совпадение критической температуры $-t(h)$ с основным уровнем гамильтониана

$$H = -d_x^2 + \tilde{h}^2 x^2 - 2\delta(x),$$

где $\tilde{h} = h / 2^{1/2} \alpha$.

Учитывая известную связь между полями перехода первого и второго рода для объемного материала $H_{c2} = 2^{1/2} \alpha H_c$, для СПД I рода безразмерное критическое поле \tilde{h} можно определять через поле переохлаждения H_M , ниже которого метастабильная фаза теряет устойчивость ^{12/}

$$\tilde{h} = H_M(t) / 2^{1/2} \alpha H_c (t = -1).$$

Для СПД II рода \tilde{h} определяется через критическое магнитное поле

СПД H_d ^{13/}:

$$\tilde{h} = H_d / H_{c2} (t = -1).$$

Совпадение критических полей $\tilde{h}(t)$ для всех СПД представляет более жесткий тест для использованной модели, при котором, ввиду отсутствия экранировки, проверяется независимость экстраполяционной длины и от магнитного поля. На рис.5 в разных масштабах показаны критические магнитные поля $\tilde{h}(t)$.

На рис.5а, ввиду отсутствия экспериментальных данных для СПД, полученных измерением диамагнитного момента, нанесена пунктиром прямая, аппроксимирующая эксперименты по измерениям проводимости СПД в Nb в температурном интервале 2±5 К. Эта диаграмма соответствует проводящему "топологическому" фазовому переходу ^{13/}. Близость и параллельный ход кривых, однако, показывают, что проводящий и диамагнитный переход СПД имеют схожую природу.

На рис.5б показана промежуточная область магнитных полей. Точка пересечения $\tilde{h}(t)$ и критическое поле поверхностной сверхпроводимости $h_3 = -1,7 t$ разделяет области, при которых зародышем объемной сверхпроводящей фазы будет не СПД, а поверхностная сверхпроводимость. Если диамагнитная СПД связана с куперовскими парами объемного материала, на кривой переохлаждения будет наблюдаться излом вблизи этой точки $t = -5,7, \tilde{h} = 9,7$.

Рис.5в иллюстрирует фазовую диаграмму в непосредственной близости к T_c . К сожалению, близость к объемному фазовому переходу вызывает сильные флуктуации магнитного момента объема, что мешает обнаружению СПД в точке ее возникновения, и представленные в ^{13/} критические поля \tilde{h} в этой области $T_c, T_c + 0,1$ К должны интерпретироваться как нижний предел для \tilde{h} . Независимо от этих неопределенностей прямые, аппроксимирующие экспериментальные данные для полей переохлаждения для Sn ^{12/} и критические поля для Nb ^{13/}, практически совпадают и находятся примерно на 40% ниже теоретической кривой. Таким образом, закон соответственных состояний для этих двух металлов находится в качественном соответствии с теорией. Это соответствие показывает, что термодинамические свойства СПД можно описывать в рамках теории ГЛ для трехмерного металла, а другая возможная модель двумерного металла ^{11/}, в которой СПД представляет куперовское спаривание двумерных электронов СПД, по-видимому, должна быть отброшена для объяснения диамагнитных свойств. Остановимся на этом вопросе более подробно. Допустим *per absurdum*, что СПД представляет сверхпроводимость двумерных электронов ПД, аналогичных инверсных электронным слоям в полупроводниках или двумерных тамбовских электронов, которые были замечены на поверхности As с помощью фотоэлектронной спектроскопии ^{18/}.

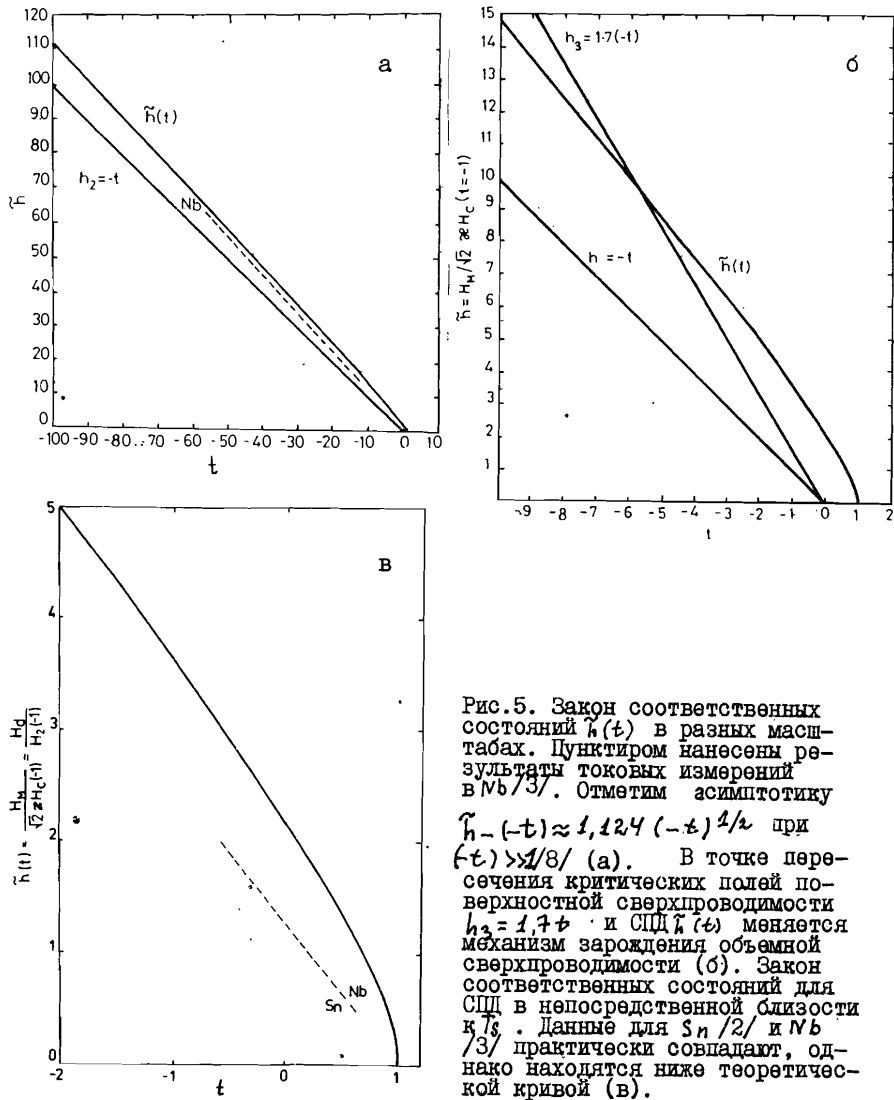


Рис. 5. Закон соответственных состояний $\tilde{h}(t)$ в разных масштабах. Пунктиром нанесены результаты токовых измерений в Nb/3/. Отметим асимптотику $\tilde{h}(-t) \approx 1,124 (-t)^{1/2}$ при $(-t) \gg 1/8$ (а). В точке пересечения критических полей поверхностной сверхпроводимости $h_2 = 1,7t$ и СЦД $\tilde{h}(t)$ меняется механизм зарождения объемной сверхпроводимости (б). Закон соответственных состояний для СЦД в непосредственной близости к T_S . Данные для Sn/2/ и Nb/3/ практически совпадают, однако находятся ниже теоретической кривой (в).

Сравним следствия этого предположения с результатами теории ГЛ. Вблизи T_S , когда экранирование магнитного поля мало, теория диамагнитного момента СЦД и корневой особенности фазовой диаграммы $\tilde{h} \sim (1-t)^{1/2}$ идентична с аналогичной задачей для тонкой сверхпроводящей пластинки/16/ с эффективной толщиной d_{eff} :

$$d_{eff}^2 / 12 = \bar{z}^2,$$

где \bar{z}^2 - среднеквадратическое отклонение двумерных зарядов от ПД. Магнитный момент представляет, на самом деле, ланжевеновский диамагнетизм двумерных зарядов (см. также/19/) с термодинамическим потенциалом

$$\Delta G = (M\omega^2/2) (\bar{z}^2 - \bar{z}^2) n, \quad (7)$$

где

n - двумерная плотность зарядов,

Q, M - заряд и масса частиц; для куперовских пар часто обозначается $Q = 2e, M = 2m_e$;

c - скорость света,

$\omega = QH/Mc$ - циклотронная частота.

В рамках рассматриваемой среднеполевой модели СЦД легко получаются выражения для плотности частиц и "момента инерции"

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(z)|^2 dz = 4 \xi_s \psi_s^2 (1-t^{1/2}), \quad h=0,$$

$$\bar{z}^2 - \bar{z}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 \psi^2(z) dz / n = \xi_s^2 / 2, \quad h=0, t=1.$$

Если СЦД создается таммовскими электронными состояниями на ПД, совпадение даже по порядку \bar{z}^2 для отгибающих волновых функций с ξ_s^2 для Sn и Nb, следующее из закона соответственных состояний, кажется маловероятной случайностью на фоне естественного объяснения в рамках теории ГЛ. Наиболее неясной остается, однако, природа проводящего фазового перехода в Nb/3/. Он заведомо не может быть переходом БКТ (для однородной ПД), температура которого T_{KT} получается решением уравнения

$$(k^2/2M) n(T_{KT}) = k_B T_{KT} / \pi$$

(в качестве обзора смотри, например/20/). Переход БКТ находится в ненаблюдаемой близости к T_S :

$$1 - t_{KT} = Gi^{1/2} / \pi,$$

и вихревые флуктуации пренебрежимы во всей области существования СЦД. Такой вихревой переход БКТ, однако, мог бы наблюдаться для аналогичной системы поверхностного магнетизма типа легкой плоскости, где число Гинзбурга не мало, как для сверхпроводников; например, для Nb: ⁻⁵

$$Gi^{1/2} = 8\pi \kappa^2 (e^2/\kappa c)^2 [T_c / (e^2/\xi(T=0))] = 1, \quad 83 \times 10^5$$

$$\xi(T=0) = (\Phi_0 / 2\pi T_c)^{1/2} (-dH_{c2}/dT)^{1/2},$$

$$\Phi_0 = 2\pi \kappa c / Q.$$

Напомним физический смысл параметра G_i : это критическая температура T_c , выраженная в единицах параметров свободной энергии ГЛ.

Вблизи T^* двумерная плотность куперовских пар более чем на три порядка превышает соответствующую плотность для перехода БКТ, по теоретическим оценкам в принятой модели СПД. Наиболее прямое экспериментальное наблюдение перехода БКТ осуществляется, по-видимому, при помощи непосредственного измерения индуктивности для квадратного образца $L_{\square} / 2l$, где в точке перехода БКТ L_{\square}^{-1} падает скачком, от значения, содержащего только фундаментальные константы:

$$L_{\square, \text{КТ}}^{-1} = 8 (e^2 / \pi \hbar^2) k_B T_{\text{КТ}}, \quad (8)$$

до нуля. Здесь \hbar - константа Планка, k_B - константа Больцмана, e - заряд электрона. В теории СПД для индуктивности получается

$$L_{\square} = M / Q^2 n = (\xi_s / c^2) (\pi \lambda^2) / (1 - t^{1/2}), \quad \lambda \gg 1,$$

которое, наверное, слишком мало для непосредственного экспериментального наблюдения. Если все-таки проводящий переход в Nb^{3/} представляет переход БКТ, например, для таммовских куперовских пар или неоднородности ПД с джозефсоновской связью, то инвариантное соотношение (8) должно иметь место и для этих моделей.

Несмотря на некоторые успешно описанные черты СПД в рамках теории ГЛ, природа проводящего перехода в Nb^{3/} продолжает быть неясной - по всем критериям СПД должна быть и диамагнитной, и проводящей.

В предположении, что в СПД в Nb^{3/} участвуют два сорта куперовских пар: 1) обычные (трехмерные), описываемые при параллельном ПД магнитном поле лагранжианом (6), и 2) дополнительные (локализованные вблизи ПД), описываемые параметром φ , в рамках подхода ГЛ можно использовать феноменологический лагранжиан

$$G / [\xi_s \hbar^2 / 8\pi] = \int_{-\infty}^{+\infty} [2(d_x \theta)^2 + (A\theta / \lambda)^2 + 2t\theta^2 + \theta^4 - 4\delta(x)\theta^2 + (d_x A - h)^2] dx + \int_{-\infty}^{+\infty} [2(d_x \varphi)^2 + (A\varphi / \lambda)^2 + 2t\varphi^2 + \varphi^4 - 4\gamma\delta(x)\varphi^2 + (2tg)\varphi^2\theta^2 + 2\beta\varphi\theta\delta(x)] dx. \quad (9)$$

Сразу возникают три новых параметра:

- γ - константа взаимодействия параметра порядка φ и ПД,
- β - константа трансформации двумерной (таммовской) куперовской пары в трехмерную, т.е. это средняя для ПД амплитуда рассеяния в объем,
- g - константа, описывающая асимметрию взаимодействия двух параметров порядка.

По экспериментально известной зависимости магнитного момента M от температуры t и от поля h можно определить коэффициенты в феноменологическом лагранжиане с помощью обратной задачи механики, восстанавливая потенциал по времени пролета как функцию энергии. Ввиду отсутствия экспериментов по измерению диамагнитного момента в Nb^{3/} восстановление констант γ, g, β в настоящее время невозможно.

Альтернативная возможность в рамках подхода ГЛ состоит в приписывании двумерным куперовским парам жесткого экспоненциального фактора в z -направлении, $e^{-z/\Lambda}$. Здесь новая константа Λ размерности длины описывает затухание волновой функции таммовских электронов в объеме металла, для Ag^{18/} $\Lambda \approx 50 \text{ \AA}$.

3. Получение волновых функций, асимптотики и другие приложения модели

Несколько слов о методе получения волновых функций θ в указанной модели. Как уже отмечалось, благодаря сохранению компоненты тензора натяжения σ_{zz} , уравнения ГЛ (уравнения Эйлера для функционала (6)) имеют первый интеграл

$$2(d_x \theta)^2 + (d_x A)^2 - 2t\theta^2 - \theta^4 - A^2\theta^2 / \lambda^2 = h^2.$$

Интеграл ГЛ можно интерпретировать как энергию фиктивной частицы, движущейся в потенциале

$$U(\theta, A) = -2t\theta^2 - \theta^4 - A^2\theta^2 / \lambda^2,$$

если считать, что x - фиктивное время^{122/}. В случае пренебрежимо малого проникновения магнитного поля в сверхпроводящую область $A = 0$, использование этого интеграла сразу приводит одномерную задачу к квадратурам. Как показано в работах^{123, 24/}, распределение параметра порядка выражается через эллиптические функции. Для изолированной ПД все возможные решения для $\theta(x)$ при $h = 0$, которые показаны графически в известном учебнике^{14/}, можно выразить через элементарные функции:

$$\theta(x) = (2t)^{1/2} / \text{sh}(t^{1/2}|x| + g), \quad t > 0, \lambda > 0 \quad (10a)$$

$$\theta(x) = (-t) \operatorname{cth}((-t)^{1/2} |x| / 2^{1/2} + p), t < 0, \lambda > 0 \quad (10a)$$

$$\theta(x) = (-t) \operatorname{th}((-t)^{1/2} |x| / 2^{1/2} + p), t < 0, \lambda < 0 \quad (10b)$$

Константы p и q определяются из условия для логарифмической производной при ПД

$$\left. \frac{d}{dx} \theta / \theta \right|_{x=\pm 0} = \begin{cases} +1 & \text{для (10a)} \\ +1 & \text{для (10б)} \\ -1 & \text{для (10в).} \end{cases}$$

С этими волновыми функциями связаны распределения магнитного поля и диамагнитного момента СПД. Например, широкое плато параметра порядка $\theta(x)$ при $h = -t + 0$, замеченное при численных экспериментах^{/8/}, представляет гладкую сшивку асимптоты cth (10б) вблизи ПД с асимптотой известного кинка (10в) на границе сверхпроводника и нормального металла. Расходимость магнитного момента $M \sim 1/(h+t)^{1/2}$ вблизи этой точки при $h = -t + 0$ имеет характер замедления времени пролета фиктивной частицы вблизи максимума потенциала при $\theta_B = (-t)^{1/2}$, когда "энергия" h^2 незначительно превышает высоту потенциального барьера $U(\theta_B) = (-t^2)$. При соединении двух максимумов $U(\theta)$ при $h = t = 0$ характер движения этой фиктивной частицы меняется и магнитный момент приобретает вид

$$-M = \operatorname{const} \xi_s \mu_s h^{1/2} \quad (11)$$

Решение (10a) для ланжевеновского диамагнетизма предельно II рода СПД ($\lambda \gg 1$) в условиях пренебрежимости экранировки, после двукратного дифференцирования диамагнитной поправки к термодинамическому потенциалу (7) дает для диамагнитной восприимчивости параллельного к ПД магнитного поля выражение

$$-\chi_{||} = (\xi_s / \pi \lambda^2 t^{1/2}) \int_0^\infty x^2 dx / sh^2(x+q),$$

где $thq = t^{1/2}$. Вблизи T_c при $t \ll 1$ выражение для θ из (10a) дает для χ разложение в ряд по степеням $t^{1/2}$:

$$-\chi_{||} = (\xi_s / \pi \lambda^2 t^{1/2}) \left[\int_0^\infty x^2 dx / sh^2(x) + (3/2 - \ln 2) t^{1/2} + O(t) \right].$$

Однако нельзя говорить о сингулярности самого магнитного момента.

Пропорциональность $M = \chi H$ применима только в области слабых полей $h \ll t$.

В противоположном случае умеренно сильных полей $t \ll h \ll 1$ из (10a) получаем аппроксимацию

$$\theta \approx 2^{1/2} (|x| + 1).$$

Сравнение в уравнении ГЛ (G из (6))

$$\delta G / \delta \theta = -d_x^2 \theta + (A/x)^2 \theta / 2 + 2\delta(x) \theta + \theta^3 = 0$$

нелинейного и магнитного члена

$$\theta^3(x) \sim (hx \theta(x) / \lambda)^2,$$

с указанной выше аппроксимацией для θ показывает, что магнитное поле нельзя считать возмущением на расстояниях от ПД, больших, чем $x_c \sim (\lambda/h)^{1/2}$. Использование этого расстояния в качестве верхнего предела в интеграле для $\overline{z^2}$ (7) снова приводит к закону (II): $M \sim h^{1/2}$.

Для СПД I рода формула для магнитного момента (5) применима только в случае сильных полей $h \gg \lambda$, когда толщина переходной области^{/16/}

$$\Delta \sim \xi (\lambda/h)^{1/2}$$

намного меньше по сравнению с полной толщиной сверхпроводящего слоя СПД

$$L = 2 \times 2^{3/2} \xi_s h \int_0^{\theta_m} d\theta / (\theta^4 + 2t\theta^2 + h^2)^{1/2}.$$

Для оценки диамагнитного момента СПД первого рода в случае слабых полей $h \ll \lambda$ надо решать уравнение для вектор-потенциала

$$-\delta G / \delta A = d_x^2 A - (A/\lambda)^2 A = 0, \quad d_x A|_{\pm\infty} = h.$$

В WKB приближении магнитный момент можно оценить грубо, считая, что магнитное поле туннелирует на расстоянии x_T от ПД, которое определяется из уравнения

$$\int_{x_T}^{x_c} \theta(x) dx = \lambda, \quad -M \sim 8\pi \xi_s x_T. \quad (12)$$

При $t \ll h \ll \lambda$ снова получаем $-M \sim h^{1/2}$, как в (II). Магнитное поле на ПД можно оценить как коэффициент туннелирования (см. /8/)

$$h_{ПД} / h = \exp \left\{ - \int_0^{x_T} (1/\lambda) \theta(x) dx \right\}.$$

Экспериментальные данные для магнитного момента СПД S_n / I , которые попадают в промежуточную область между асимптотиками слабых и сильных магнитных полей (где формулы (12) и (5) неприменимы) описываются интерполяционной формулой

$$-M \sim H \exp \left\{ -H/H_0 - T/T_0 \right\},$$

где H_0 , T_0 - константы. По-видимому, эту аппроксимацию можно согласовать с теорией только с помощью численных расчетов.

Отрицательный знак экстраполяционной длины уничтожает СПД и уменьшает значения параметра порядка вблизи ПД при $T < T_c$. С локальным минимумом θ (точного решения (10b)), однако, связаны такие важные эффекты, как критические токи и силы пиннинга вихрей вблизи: ПД в Nb/26/; границы зерен в крупных сверхпроводниках со структурой типа Al5 и дислокационными стенками в пластическом NbTi. Таким образом, модель СПД можно использовать и для вычисления энергии кора вихря и температурного хода сил пиннинга в теории ГЛ.

Интересную информацию о свойствах СПД можно получить из анизотропии магнитной восприимчивости $\chi_{\perp} / \chi_{\parallel}$ для магнитных полей, соответственно перпендикулярных и параллельных ПД. Если вблизи T_c СПД состоит из сравнительно малых проводящих участков с поперечным размером $R \ll c^2 L_D = M c^2 / n Q^2$, магнитная анизотропия дает оценку порядка типичной площади $\langle R^2 \rangle$ этих участков

$$\chi_{\perp} / \chi_{\parallel} \sim \langle R^2 \rangle, \quad t \approx 1.$$

Для изолированной ПД распределение параметра порядка задается формулами (10), а при $h \gg \infty$ для СПД первого рода через эллиптическую функцию (см. рис.6)

$$\chi / 2^{1/2} = \int_{\theta_a}^{\theta_b} d\theta / (\theta^4 + 2t\theta^2 + h^2)^{1/2}. \quad (13)$$

Отметим, что последнее решение существует вплоть до поля перегрева СПД $h=1-t$, когда СПД термодинамически невыгодна и ее можно в принципе стабилизировать как мыльную пленку, с границей ПД из более высокотемпературного сверхпроводника.

Рассмотрим теперь в качестве модельной задачи двух ПД $z = \pm D/2$ из эквидистантной бесконечной сверхрешетки с константой D . Для энергетически более выгодного распределения θ с минимумом между ПД знак интеграла ГЛ меняется. Стрикционное натяжение, т.е. сила притяжения двух параллельных ПД на единицу площади $(H_s^2 / 8\pi) \sigma$, задается решением уравнения

$$(D/2) / 2^{1/2} \xi_s = \int_{\theta_a}^{\theta_b} d\theta / (\theta^4 + 2t\theta^2 - \sigma)^{1/2},$$

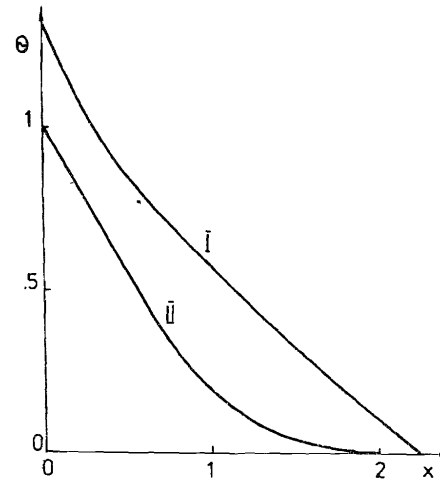


Рис.6. Распределение параметра порядка при $t=0$ вблизи критического магнитного поля переходов I и II рода.

$$\text{где } \theta_b = (1-t) + [(1-t)^2 + \sigma]^{1/2}, \quad \theta_a = -t + (t + \sigma)^{1/2}.$$

Параметр порядка $\theta(x)$ снова выражается через эллиптическую функцию

$$(z/\xi_s) / 2^{1/2} = \int_{\theta_a}^{\theta(z/\xi_s)} d\theta / (\theta^4 + 2t\theta^2 - \sigma)^{1/2}. \quad (14)$$

Критическая температура t_{SL} этой сверхрешетки дается решением уравнения

$$c \operatorname{th} (t_{SL}^{1/2} D / 2 \xi_s) = 1 / t_{SL}^{1/2}.$$

Таким образом, повышение критической температуры сверхпроводимости посредством двойникования $^{27/}$ дает оценку для среднего расстояния между отдельными ПД порядка одного микрона. Отметим, однако, что для настоящих эпитаксиальных сверхрешеток Nb-Cu $^{28/}$ анизотропия критического поля и другие термодинамические свойства удовлетворительно описываются в предположении о непрерывности логарифмической производной $d_z \psi / \psi$ на границе разных металлов. Это показывает, что скачок $d_z \psi / \psi$ на ПД связан с особенностями локальных фононных мод для кристаллически выделенных атомов ПД и эта δ -образная особенность в функционале термодинамического потенциала не может быть реализована в регулярной эпитаксиальной структуре.

Обсудим, при каких условиях модель ГЛ (6) для СПД может быть проверена с максимальной точностью. Критическое поле H_{S1} перехода первого рода СПД в указанных безразмерных единицах $h_s(t) = H_{S1} / H_S$ находится из решения уравнения $G(t, h_s(t)) = 0$. Например, при объемном переходе $t = 0$ ($T = T_c$) для $h_0 \equiv h_s(t=0)$ это уравнение принимает вид

$$2^{3/2} \int_0^{h_0} (A^4 + h_0^2)^{1/2} dA - 2h_0^2 - R^* \alpha^{1/2} h_0^{3/2} + O(\alpha^{5/2}) = 0,$$

где $h_0^2 = 1 + (1 - h_0^2)^{1/2}$, $H_{S1}(t=0) = h_0 H_S$.

Ввиду высокой степени α последнего отброшенного члена, эта формула практически точна для всех сверхпроводников первого рода. Поле переохлаждения при этой температуре тоже известно (см. рис.5в)

$$H_M(t=0) = 2,19 (2^{1/2} \alpha H_S).$$

При заданной температуре $T = T_c$ и строго параллельной ориентации для магнитного поля отношение полей H_M / H_{S1} (каждое из которых можно измерить с процентной точностью) зависит только от α , известной для объемного материала константы. Любое несоответствие между теорией и экспериментом в этой точке говорит о неадекватности принятой модели СПД. Например, причиной хорошего согласия для H_{S1} и несогласия для H_M может быть малая неоднородная добавка в граничное условие (I). Такая поправка используется в теории магнитного эффекта близости ^{/24/} или в теории эффекта Джозефсона ^{/16/}. Эта поправка существует в уравнениях Эйлера для функционала (9) и описывает трансформацию трехмерной куперовской пары в двухмерную.

4. Обсуждение

Проведенный анализ показывает удивительную точность теории ГЛ для поверхностного натяжения сверхпроводников (4) ^{/17/} (см. также ^{/29/}). Эта точность проявляется в хорошем согласии между теорией и экспериментом для фазовой диаграммы СПД I рода (см. рис.4). Приведенные здесь аналитические результаты для фазовой диаграммы согласуются как с ранее рассмотренным аналитически случаем $\alpha = 0^{5/}$, так и с результатами численных расчетов ^{/8/}. Согласие с экспериментом для Sn ^{/5/} имеется на уровне процентной точности.

Несмотря на большие экспериментальные трудности, которые создают флуктуации сверхпроводимости объема, закон соответственных состояний тоже соответствует качественно эксперименту.

В противоположность хорошему согласию эксперимента с теорией ГЛ для критических полей СПД в Sn теория СПД не может объяснить более важное качественное различие - почему СПД так плохо про-

водит ток, как будто куперовские пары СПД не представляют собой куперовские пары объемного металла. Проводящий переход в Nb ^{/3/} не может быть переходом БКТ однородной ПД. T_{KT} дается уравнением

$$T_{KT} \approx T_S - (G_i^{1/2} / \mathcal{JL}) (T_S - T_c),$$

и для сверхпроводников неотличима от T_S .

Укажем некоторые более важные и удобные для сравнения с экспериментом качественные особенности полученных здесь результатов, а также возможные эксперименты, которые могут быть существенными для выяснения микроскопической природы СПД: корневая расходимость $M \sim (h+t)^{-1/2}$ магнитного момента СПД I рода при $H_H \approx H_c(T)$; излом на кривой переохлаждения для сверхпроводников первого рода вблизи

$$T = T_c - 5,7 (T_S - T_c), \quad H = 9,7 (2^{1/2} \alpha H_S);$$

слабый излом магнитного момента при пересечениях линии проводящего фазового перехода в Nb; закон соответственных состояний (см. рис.5).

Представляет интерес сравнение с экспериментом приведенной здесь формулы (5) для магнитного момента СПД. Вблизи тройной точки $-t = h = 6$ для Sn (см. рис.4) ситуация перестает быть лондоновской ^{/16/} $(T_c - T) / T_c > \alpha^2$, однако, неясно, насколько существенными являются нелокальные пипардовские эффекты в экранировке магнитного поля СПД.

Универсальное уравнение ГЛ (3) и уравнения инстантона из рис.2 представляют универсальные уравнения ГЛ ^{/17/}:

$$\bar{\Psi} = \bar{A}^2 \Psi, \quad \bar{A} = \bar{\Psi}^2 \bar{A},$$

в последнее время, однако, они более известны как евклидовы вариант уравнений Янга-Миллса ^{/30-32/}.

Граничное условие (I) используется также и в физике магнетизма. Для многослойной структуры Ge-Fe ^{/34/}, эксперименты по рассеянию нейтронов показывают, что намагниченность распределена неравномерно в глубине слоев. Интересно сравнить это распределение с формулой (I4).

Современные технологии выращивания синтетических структур, как, например, молекулярно-пучковая эпитаксия, дают возможность реализации подходящей модельной системы двумерного магнетизма с анизотропией типа легкой плоскости. Переход БКТ в такой системе всегда существует при $G_i^{1/2} < \mathcal{JL}$. Сам переход БКТ можно наблюдать по исчезновению спиновых волн в T_{KT} , что является аналогом исчезновения кинетической

индуктивности L_0^{-1} сверхпроводников. Более интересную возможность в этом случае для наблюдения перехода БКТ дает почти бездиссипативная динамика связанных вихревых пар при $T = T_{KT} - 0$. Для крутящихся друг около друга вихрей будет наблюдаться специфическое затухание Ландау для вращающегося магнитного поля ^{/35/}.

После основополагающей работы Ферми ^{/36/} δ -образные потенциалы или соответствующее граничное условие (I) использовались многократно в теории рассеяния и в физике фазовых переходов. Для сверхпроводников в рамках подхода "Ginsberg-Landau" ^{/II/} в последний раз (и опять как новый) этот δ -образный член предлагается в работе ^{/37/}.

Автор благодарен В.Л.Покровскому, который обратил его внимание на СПД, за интерес к работе и стимулирующие дискуссии. Автор обязан также И.А.Хлюстикову за терпеливые разъяснения экспериментальной ситуации и Л.Н.Булаевскому и А.И.Буздину за прочтение рукописи и многочисленные ценные замечания. Очень полезные обсуждения автор имел и с П.Физиевым и с Н.Ивановым.

Литература

1. Хайкин М.С., Хлюстикова И.Н.-Письма в ЖЭТФ, 1981, 33, 167; 34, 207.
2. Хлюстикова И.Н., Хайкин М.С.-Письма в ЖЭТФ, 1982, 36, 132.
3. Хлюстикова И.Н., Москвин С.И.-ЖЭТФ, 1985, 89, 1846.
4. Бобров В.С., Зорин С.Н.-Письма в ЖЭТФ, 1984, 40, 345.
5. Буздин А.И., Хлюстикова И.Н.-Письма в ЖЭТФ, 1984, 40, 140.
6. Буздин А.И., Булаевский Л.Н.-Письма в ЖЭТФ, 1981, 34, 118.
7. Аверин В.В., Буздин А.И., Булаевский Л.Н.-ЖЭТФ, 1983, 84, 737.
8. Буздин А.И., Хвориков Н.А.-ЖЭТФ, 1985, 89, 1857.
9. Набутовский В.М., Шапиро Б.Я.-ФНТ, 1981, 7, 855.
10. Nabutovskii V.M., Shapiro B.Ya.-Sol.St. Commun., 1981, 40, 303; -J. Low Temp. Phys., 1982, 49, 465.
11. Mills D.L.-Phys.Rev. B, 1971, 3, 3887.
12. Каганов М.И., Омелянчук А.П.-ЖЭТФ, 1971, 61, 1679.
13. Feder J., Mc. Lachlan D.S.-Phys.Rev. 1969, 177, 763.
14. Уайт Р., Джебелл Т. Дальний порядок в твердых телах, М.: Мир, 1982, стр. 386-388.
15. Faber T.E.-Proc Roy.Soc. A, 1952, 214, 392.
16. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика ч.2, М.: Наука, 1978, гл.У.
17. Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д.-ЖЭТФ, 1950, 20, 1064.
18. Hsieh T.C., Miller T., Chiang T. - C. Phys.Rev.Lett. 1985, 55, 2483.

19. Pakulis E.J.-Phys.Rev. B, 1985, 31, 6807.
20. Паташинский А.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982, стр.191.
21. Fiori A.T., Hebard A.F., Glaberson W.I.-Phys.Rev.B, 1983, 28, 5080.
22. Раджараман Р., Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля. М.: Мир., 1985, гл.1.
23. Krumhansl J.A., Schrieffer J.R.-Phys.Rev. B, 1975, 11, 3535.
24. Simonin J., Lopez A. J. Low. Temp. Phys., 1980, 41, 105.
25. White R.M., Friedman D.J.-ЖММ, 1985, 49, 117.
26. Винников Л.Я., Глебовский В.Г., Москвин С.И. -Письма в ЖЭТФ, 1981, 33, 253.
27. Хлюстикова И.Н., Хайкин М.С. -Письма в ЖЭТФ, 1983, 38, 191.
28. Simonin J. -Phys.Rev. B, 1986, 33, 1970.
29. Милюнов Т.М. Препринт ОИЯИ, Р17-86-704, 1986.
30. Чириков Б.В., Шелепянский Д.Л.-Ядерная физика, 1982, 36, 1568.
31. Николаевский Е.С., Шур Л.Н.-ЖЭТФ, 1983, 85, 3.
32. Матинян С.Г., Саввиди Г.К., Тер-Арутюнян-Саввиди Н.Г. - ЖЭТФ, 1981, 80, 830.
34. Shirane A., Majkrzak X. In: Neutron Scattering in the Nineties, Conference proceedings, Jülich, 14-18 Jan.1985.
35. Покровский В.Л., Уимин Г.В.-Письма в ЖЭТФ, 1985, 41, 105.
36. Fermi E.-Nuovo Cimento, 1934, 11, 157.
37. Simonin J.-Phys.Rev. B, 1986, 33, 7830.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 июля 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р.00 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
Д17-84-850	Труды III международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/	13 р.50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Мионов Т.М.

P17-87-497

К теории сверхпроводимости плоскости двойникования

Найден термодинамический потенциал сверхпроводящего слоя вблизи плоскости двойникования /ПД/ для сверхпроводников первого рода, а также получены поправки к поверхностному натяжению разложением в ряд по степеням параметра Гинзбурга - Ландау κ . Получен закон соответственных состояний для поля переохлаждения сверхпроводимости плоскости двойникования /СПД/ первого рода, а также закон критического поля СПД второго рода. Обсуждаются условия перехода Березинского - Костерлица - Таулеса для эффекта близости, возможные механизмы проводящего фазового перехода СПД и силы пиннинга вихрей вблизи ПД. Полученное в настоящей работе распределение параметра порядка можно использовать и для описания распределения намагниченности в слоистых структурах типа Ge-Fe, которые исследовались недавно с помощью рассеяния нейтронов, а также и сверхрешеток из нормального и сверхпроводящего металла.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод автора

Mishonov T.M.

P17-87-497

To the Twinning Plane Superconductivity Theory

There is found the thermodynamic potential for narrow superconductive layer near the twinning plane (TP) for type-I superconductors. A correction is found also to the surface tension which is proportional to the square root of the Ginzburg - Landau (GL) parameter κ . A rule for corresponding states is found for supercooling field for twinning plane superconductivity (TPS) type-I. Conditions for Berezinskii - Kostelitz - Thouless transition are considered for proximity effect and also possible mechanism for conducting transition TPS and pinning-force near the TP. Founded in this work distribution for order parameter is also suitable for describing of magnetisation in layered structures of type Ge-Fe, which have investigated recently with neutron scattering, and also for superlattices from normal-superconducting metal.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987