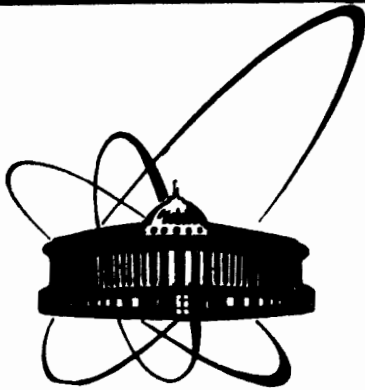


87-341.



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

P17-87-341

**В.И.Юкалов**

**ИНВЕРСОН-ПОЛЯРИТОННАЯ ФАЙЛАМЕНТАЦИЯ  
В ЛАЗЕРНЫХ СРЕДАХ**

Направлено в журнал "Optica Acta"

**1987**

## 1. Введение

Во многих лазерных системах, как резонаторных<sup>/1/</sup>, так и безрезонаторных<sup>/2-6/</sup>, наблюдалось следующее явление: луч лазера распадался на пучок тонких нитей, хорошо заметных на фотографиях. Распределение нитей в пространстве было хаотическим и от эксперимента к эксперименту случайным. Указывалось<sup>/7/</sup>, что это явление можно объяснить энергетической выгодностью нитевидной структуры луча по сравнению с однородной, и что филаментация аналогична фазовому переходу типа расслоения<sup>/8/</sup>.

В данной работе предлагается последовательная теория, трактующая филаментацию возбуждений в лазерной среде как неравновесный фазовый переход. Определяется параметр порядка, описывающий степень неоднородности инверсионных и поляритонных возбуждений, как функция характеристики накачки. Найдена интенсивность излучения и показано, что существует режим стационарного стимулированного сверхизлучения.

Везде ниже константа Планка  $\hbar \equiv 1$ .

## 2. Двухуровневые атомы

Пусть рассматриваемая система одинаковых многоуровневых атомов содержит выделенную пару атомных уровней с разностью энергий  $\varepsilon$ , близкой к частоте  $\omega$  усиливаемой лазерной моды. Как обычно, говоря о двухуровневых атомах, имеем в виду, что расстройка  $\Delta$  удовлетворяет условию квазирезонанса

$$|\Delta| = |\omega - \varepsilon| \ll \varepsilon \quad (1)$$

Очевидно, что пространственные структуры возбуждений могут возникнуть, если только длина волны электромагнитного поля  $\lambda$  гораздо меньше характерных размеров системы. При этом число излучателей, находящихся в ближней зоне относительно каждого из атомов, пренебрежимо мало по сравнению с полным числом атомов. Следовательно, энергию взаимодействия атомов через поле переизлучения можно представить в приближении волновой зоны<sup>/9/</sup>.

Гамильтониан такой системы атомов имеет вид

$$H = \frac{\varepsilon}{2} \sum_i \left[ 1 + \sigma_i^z(t) \right] - \frac{1}{2} \sum_i \left[ \vec{p}_i^+(t) \vec{E}_i^-(t) + \vec{E}_i^*(t) \vec{p}_i^-(t) \right] - \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \left[ \vec{p}_i^+(t) \vec{E}_{ij}(t) + \vec{E}_{ij}^+(t) \vec{p}_i(t) \right],$$

в котором оператор дипольного момента

$$\vec{p}_i(t) = \vec{e} d_0 \sigma_i^-(t) \quad (|\vec{e}|=1); \quad (3)$$

$\sigma_i^j$ , при  $j = x, y, z$ , матрицы Паули;  $\sigma_i^\pm = \frac{1}{2} (\sigma_i^x \pm i \sigma_i^y)$ ; поле усиливается лазерной моды

$$\vec{E}_i(t) = \vec{e}_0 E_0 e^{i(kz_i - \omega t)} \quad (|\vec{e}_0|=1, k = \frac{\omega}{c}); \quad (4)$$

поле переизлучения

$$\vec{E}_{ij}(t) = \frac{1}{c^2 r_{ij}} \vec{n}_{ij} \times [\vec{n}_{ij} \times \ddot{\vec{p}}_j(t_{ij})], \quad (5)$$

причем

$$r_{ij} \equiv |\vec{r}_i - \vec{r}_j|, \quad \vec{n}_{ij} \equiv \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{r_{ij}}, \quad t_{ij} \equiv t - \frac{r_{ij}}{c},$$

$$\ddot{\vec{p}}_j(t_{ij}) = -\omega^2 \vec{p}_j(t) e^{ikr_{ij}}.$$

В гамильтониане (2) удобно в явной форме выделить входящие в него матрицы Паули. Для этого подставим в (2) оператор дипольного момента (3) и поле переизлучения (5), преобразованное к виду

$$\vec{E}_{ij}(t) = \vec{E}_{ij} \sigma_j^-(t), \quad (6)$$

здесь

$$\vec{E}_{ij} = \frac{k^2 d_0}{r_{ij}} \vec{n}_{ij} \times [\vec{e} \times \vec{n}_{ij}] e^{ikr_{ij}}.$$

В результате получаем псевдоспиновое представление

$$H = \frac{\varepsilon}{2} \sum_i [1 + \sigma_i^z(t)] - \frac{d_0}{2} \sum_i \vec{e} [\sigma_i^+(t) \vec{E}_i(t) + \vec{E}_i^*(t) \sigma_i^-(t)] -$$

$$- \frac{d_0}{2} \sum_{i \neq j} \vec{e} [\sigma_i^+(t) \sigma_j^-(t) \vec{E}_{ij} + \vec{E}_{ij}^* \sigma_j^+(t) \sigma_i^-(t)], \quad (7)$$

в котором взаимодействие атомов через обмен фотонами имеет структуру обычного диполь-дипольного взаимодействия /10/.

Записывая гейзенберговские уравнения движения, учтем наличие конечной ширины атомных уровней, характеризуемое константами релаксации для разности населенностей  $-\gamma_1$  и для поляризации  $-\gamma_2$ . Будем полагать, что система находится в условиях стационарной внешней накачки с характеристикой

$$\xi = \frac{1}{N} \sum_i D_i, \quad (8)$$

имеющей смысл средней разности населенностей, задаваемой полем накачки. Тогда получаем следующие уравнения движения для оператора разности населенностей:

$$i \frac{d}{dt} \sigma_i^z(t) = d_0 \vec{e} [\vec{E}_i^*(t) \sigma_i^-(t) - \sigma_i^+(t) \vec{E}_i(t)] -$$

$$- 2 d_0 \vec{e} \sum_j \text{Re} \vec{E}_{ij} [\sigma_i^+(t) \sigma_j^-(t) - \sigma_j^+(t) \sigma_i^-(t)] - i \gamma_1 [\sigma_i^z(t) - D_i], \quad (9)$$

и для лестничного оператора:

$$i \frac{d}{dt} \sigma_i^-(t) = \varepsilon \sigma_i^-(t) + \frac{d_0}{2} \vec{e} \vec{E}_i(t) \sigma_i^z(t) +$$

$$+ d_0 \vec{e} \sum_j \text{Re} \vec{E}_{ij} \sigma_i^z(t) \sigma_j^-(t) - i \gamma_2 \sigma_i^-(t). \quad (10)$$

Оператор  $\sigma_i^z$  описывает инверсионные возбуждения, а  $\sigma_i^-$  - поляритонные.

### 3. Средняя энергия

Стандартные условия работы лазерных систем соответствуют комнатным температурам  $\Theta \sim 10^{-14}$  эрг, гораздо меньшим, нежели межуровневое расстояние  $\varepsilon \sim 10^{-12}$  эрг. Следовательно, температурные возбуждения можно не принимать во внимание, а надо считать, что система находится в стационарном состоянии с наименьшей внутренней энергией, совпадающей при  $\Theta = 0$  со свободной энергией. Это относится также и к квазистационарным состояниям при длительности излучающего импульса  $\tau_p \gg \hbar/\omega \sim 10^{-15}$  с.

Разделяя входящие в гамильтониан переменные на быстрые и медленные, запишем средние от них в форме

$$\langle \sigma_i^z(t) \rangle = D_i^z, \quad \langle \sigma_i^\pm(t) \rangle = D_i^\pm e^{\pm i\omega t}. \quad (II)$$

Рассмотрим ситуацию, когда лазерное поле существенно сильнее среднего поля диполя,

$$n^{1/2} \frac{k^2 d_0}{|E_0|} \ll 1 \quad (n \equiv N/V), \quad (I2)$$

$V$  - объем системы.

При этом для парных корреляторов можно использовать расщепление

$$\langle \sigma_i^+(t) \sigma_j^-(t) \rangle = \langle \sigma_i^+(t) \rangle \langle \sigma_j^-(t) \rangle \quad (i \neq j).$$

Тогда среднее от гамильтониана (7) представляется суммой

$$\langle H \rangle = W_0 + W, \quad (I3)$$

состоящей из энергии одиночных атомов

$$W_0 = \frac{\varepsilon}{2} \sum_i (1 + D_i^z) - d_0 \vec{e} \sum_i \text{Re} (\vec{E}_i^* D_i^-)$$

и энергии взаимодействия

$$W = -d_0 \vec{e} \sum_{i \neq j} \text{Re} (\vec{E}_{ij}^* D_i^+ D_j^-).$$

Усредняя уравнения (9) и (10) при учёте (II) и (I2), находим

$$D_i^z = \frac{\Delta^2 + \gamma_2^2}{\Delta^2 + \gamma^2} D_i^z, \quad (I4)$$

$$D_i^- = (\vec{e} \vec{e}_0) \frac{d_0 E_0 (\Delta - i\gamma_2)}{2(\Delta^2 + \gamma^2)} D_i^- e^{ikz_i},$$

где эффективная ширина распада

$$\gamma = \gamma_2 \left[ 1 + (\vec{e} \vec{e}_0)^2 \frac{|d_0 E_0|^2}{\gamma_1 \gamma_2} \right]^{1/2}.$$

Используя (I4), убеждаемся, что энергия одиночных атомов

$$W_0 = \frac{N}{2} \left\{ \varepsilon + \xi \frac{\Delta^2 + \gamma_2^2}{\Delta^2 + \gamma^2} \left[ \varepsilon - (\vec{e} \vec{e}_0)^2 \frac{|d_0 E_0|^2 \Delta}{\Delta^2 + \gamma_2^2} \right] \right\}$$

не зависит от того, однородно или нет распределены возбуждения в пространстве. Однако этого нельзя сказать априори об энергии взаимодействия

$$W = - \sum_{i \neq j} J_{ij} D_i D_j \quad (I5)$$

с эффективным потенциалом

$$J_{ij} = J \nu_{ij} / k z_{ij},$$

$$J = (\vec{e} \vec{e}_0)^2 |E_0|^2 \frac{k^3 d_0^4 (\Delta^2 + \gamma_2^2)}{4(\Delta^2 + \gamma^2)^2},$$

$$\nu_{ij} = \left[ 1 - (\vec{e} \vec{n}_{ij})^2 \right] \cos k(z_{ij} - z_j) \quad (z_{ij} \equiv z_i - z_j).$$

Единственное, что отсюда сразу же видно, это то, что системе энергетически выгодно упорядочить атомные диполи вдоль направления поляризации лазерного поля, так, чтобы  $\vec{e} \parallel \vec{e}_0$ . В дальнейшем этот факт будет учитываться.

Пусть рассматриваемый образец имеет обычную для лазеров форму цилиндра радиуса  $R$  и длины  $L$ . При вычислении средней энергии удобно перейти к непрерывному представлению с помощью замены

$$D_i \rightarrow D(\vec{r}_i), \quad \sum_{i=1}^N \rightarrow \frac{N}{V} \int d\vec{r}_i.$$

Интегрирование здесь ведется по всему объему образца.

Обычно плотность инверсии  $D(\vec{r})$  считается постоянной везде внутри рабочего объема. Однако может оказаться, что неоднородное распределение возбуждений с энергетической точки зрения выгоднее однородного. Поэтому в общем случае  $D(\vec{r})$  необходимо рассматривать как функцию координат. Направляя ось  $\vec{z}$  вдоль оси цилиндра, положим

$$D(\vec{r}) = D(x, y). \quad (I6)$$

Тогда для характеристики накачки (8) имеем

$$\xi = \frac{1}{V} \int D(\vec{r}) d\vec{r} = \frac{1}{\pi R^2} \int D(x, y) dx dy. \quad (I7)$$

Оси  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$  повернем так, чтобы диагональ между ними совпала с вектором поляризации лазерного поля  $\vec{e}$ . При этом

$$(\vec{e} \vec{n}_{ij})^2 = (x_{ij}^2 + y_{ij}^2) / 2z_{ij}^2.$$

Энергия взаимодействия (I5) принимает вид

$$W = -\frac{nN\tilde{f}}{\pi k R^2} \int \varphi(\rho) D(x, y) D(x', y') dx dy dx' dy', \quad (I8)$$

где

$$n \equiv \frac{N}{V}, \quad \rho^2 \equiv (x-x')^2 + (y-y')^2, \\ \varphi(\rho) = \int_{-L}^{+L} \frac{\cos k(\sqrt{\rho^2+z^2}-z)}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \left(1 - \frac{|z|}{L}\right) \left[1 - \frac{\rho^2}{2(\rho^2+z^2)}\right] dz.$$

Стандартная форма лазеров соответствует

$$R \ll L. \quad (I9)$$

Это неравенство позволяет упростить выражение (I8). Используя замену переменных

$$u = k(\sqrt{\rho^2+z^2}-z),$$

преобразуем функцию  $\varphi(\cdot)$  к интегралу

$$\varphi(\rho) = \int_{k\rho^2/2L}^{2kL} \frac{\cos u}{u} \left\{ \left(1 - \frac{u^2 - k^2\rho^2}{2ukL}\right) \left[1 - 2\left(\frac{k\rho u}{u^2 + k^2\rho^2}\right)^2\right] \right\} du.$$

Главный вклад в этот интеграл вносит область наименьших значений переменной  $u$ . Разлагая выражение в фигурных скобках вблизи  $u = k\rho^2/2L$  и ограничиваясь первым членом разложения, получаем

$$\varphi(\rho) = -\frac{1}{2} Ci\left(\frac{k\rho^2}{2L}\right), \quad Ci(x) \equiv -\int_x^\infty \frac{\cos u}{u} du.$$

Для средней энергии (I8) находим

$$W = \frac{n\tilde{f}N}{2\pi k R^2} \int Ci\left(\frac{k\rho^2}{2L}\right) D(x, y) D(x', y') dx dy dx' dy'. \quad (20)$$

#### 4. Файламентация возбуждений

Функция  $D(x, y)$  описывает распределение возбуждений в пространстве. Плотности инверсионных и поляритонных возбуждений, согласно (II) и (I4), пропорциональны друг другу и функции  $D(x, y)$ . Следовательно, плотности обоих типов возбуждений либо одновременно однородны, либо нет. Во втором случае инверсионные и поляритонные возбуждения образуют в пространстве одну и ту же структуру.

Исследуем сначала случай однородной плотности возбуждений:

$$D(x, y) = \xi. \quad (21)$$

Тогда выражение (20) дает среднюю энергию однородной системы

$$W_{uni} = \frac{n\tilde{f}N\xi^2}{2k} \int_0^{2R} Ci\left(\frac{k\rho^2}{2L}\right) \varphi(\rho, R) \rho d\rho, \quad (22)$$

в которой

$$\varphi(\rho, R) = \frac{1}{\pi^2 \rho^2} \int_{-s}^{+s} dx \int_{-s}^{+s} dy \int_0^{2\pi} d\varphi \Theta(\sqrt{s^2-x^2}-y) \Theta(\sqrt{s^2-x^2}+y) \times \\ \times \Theta(s - \rho \cos \varphi + x) \Theta(s + \rho \cos \varphi - x) \times \\ \times \Theta(\sqrt{s^2-(x-\rho \cos \varphi)^2} - \rho \sin \varphi + y) \Theta(\sqrt{s^2-(x-\rho \cos \varphi)^2} + \rho \sin \varphi - y)$$

и

$$\textcircled{H}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

При уменьшении аргумента до нуля интегральный косинус расходится:

$$C_i(x) \approx C + \ln x - \frac{x^2}{4} \quad (x \ll 1, C \approx 0,577).$$

При больших аргументах  $C_i(x)$  сильно осциллирует и стремится к нулю:

$$C_i(x) \approx \frac{\sin x}{x} \quad (x \gg 1).$$

Значит, основной вклад в интеграл (22) вносит область переменной  $\rho$  вблизи нуля. Учитывая, что

$$\psi(\rho, \rho) \approx 2\pi \quad (\rho \ll \xi),$$

имеем

$$W_{uni} = - \frac{f N^2 \xi^2}{4 k^2 R^2} g\left(\frac{2kR^2}{L}\right), \quad (23)$$

где

$$g(x) = - \int_0^x C_i(s) ds = \sin x - x C_i(x).$$

Перейдем теперь к неоднородному случаю, когда инверсон-поляритонные возбуждения стягиваются в нити радиуса  $R_f$ , число которых  $N_f$ , так что

$$D(x, y) = \begin{cases} \xi_f & \text{внутри нитей,} \\ 0 & \text{вне нитей.} \end{cases} \quad (24)$$

Условие (I7) дает для числа нитей:

$$N_f = \frac{\xi}{\xi_f} \left(\frac{R}{R_f}\right)^2. \quad (25)$$

Полная энергия взаимодействия равна произведению энергии одной нити на число нитей:

$$W_{non} = W_f \cdot N_f.$$

Энергия одной нити определяется аналогично (22), откуда

$$W_f = \frac{nf N R_f^2 \xi_f^2}{2k R^2} \int_0^{2R_f} C_i\left(\frac{k\rho^2}{2L}\right) \psi(\rho, R_f) \rho d\rho.$$

Делая те же упрощения, что и для (23), находим

$$W_f = - \frac{f N^2 R_f^2 \xi_f^2}{4k^2 R^4} g\left(\frac{2kR_f^2}{L}\right).$$

Очевидно, что если здесь провести подстановку  $\xi_f \rightarrow \xi$ ,  $R_f \rightarrow R$ , тогда  $N_f \rightarrow 1$ , и мы возвращаемся к (23).

Таким образом, энергия взаимодействия при неоднородном распределении возбуждений равна

$$W_{non} = - \frac{f N^2 \xi \xi_f}{4k^2 R^2} g\left(\frac{2kR_f^2}{L}\right). \quad (26)$$

Система, находящаяся в стационарных условиях, стремится перейти в состояние с наименьшей свободной энергией. Как указывалось выше, в данном случае влияние теплового термостата пренебрежимо мало, и свободная энергия практически совпадает с внутренней. Выражение (26) содержит два параметра,  $R_f$  и  $\xi_f$ , которые надо выбрать так, чтобы обеспечить наименьшее значение энергии взаимодействия.

Радиус нити задается уравнением

$$\frac{\partial W_{non}}{\partial R_f} = 0 \quad \left( \frac{\partial^2 W_{non}}{\partial R_f^2} > 0 \right).$$

Подставляя сюда (26), имеем

$$C_i\left(\frac{2kR_f^2}{L}\right) = 0.$$

Из множества нулей интегрального косинуса  $C_i(x)$  надо выбрать тот, который приводит к абсолютному минимуму энергии (26). Таким является первый нуль  $x_1 = 0,62$ , что для радиуса нити дает

$$R_f = 0,56 \sqrt{L/k} = 0,22 \sqrt{\lambda L}. \quad (27)$$

Нули интегрального косинуса находились здесь с помощью числовых таблиц. Радиус нити можно найти и аналитически, используя разложение для  $C_i(x)$  при  $x < \pi$ , что приводит к приближенному выражению

$$g(x) \approx (1-C)x - x \ln x + x^3/12 \quad (x < \pi).$$

Отсюда

$$R_p \approx (\lambda L e^{-C/4\pi})^{1/2} = 0,21 \sqrt{\lambda L}.$$

Как видно, это приближенное значение  $R_p$  очень хорошо согласуется с (27).

Остальные нечетные нули  $C_i(x)$  отвечают локальным минимумам энергии (26), то есть метастабильным состояниям. Например, третий нуль  $x_3 = 6,4$  дает радиус нити

$$R_p' = 0,71 \sqrt{\lambda L}.$$

Однако

$$g(6,4) = 0,15 \ll g(0,62) = 1,1.$$

Число нулей интегрального косинуса бесконечно, но число метастабильных состояний конечно, так как радиус нити не может быть больше  $R$ .

Таким образом, энергия взаимодействия в случае нитевидной структуры возбуждений равна

$$W_{\text{non}} = -0,28 \frac{f N^2 \xi \xi_f}{k^2 R^2}. \quad (28)$$

Из сравнения (28) с (23) вытекает, что нитевидная структура выгоднее однородной, если

$$\xi g(x, \frac{R}{R_f}) < \xi_f g(x_1) \quad (W_{\text{non}} < W_{\text{uni}}), \quad (29)$$

где  $x_1 = 0,62$ . Поскольку

$$g(x_1) = \text{abs max}_x g(x) = 1,1,$$

постольку неравенство (29) справедливо всегда при выполнении естественных условий

$$R_f < R, \quad \xi_f > \xi. \quad (30)$$

При достаточно мощной накачке  $\xi_f$  стремится к максимальному значению  $\xi_f = 1$ .

Итак, системе выгоднее находиться в состоянии с нитевидным распределением инверсионных и поляритонных возбуждений, нежели в однородном. Физические причины этого можно пояснить следующим образом. Формула (20) показывает, что эффективный потенциал взаимодействия возбуждений пропорционален

$$C_i(k_f^2/2L) \rightarrow -\infty \quad (f \rightarrow 0),$$

то есть образуется глубокая потенциальная яма, в которой возбуждения и локализируются, стягиваясь в нити. Распределение нитей в пространстве хаотично, поскольку функция  $C_i(x)$  фактически зануляется при  $x > 2k R_f^2/L$ , то есть нити между собой не взаимодействуют. Для возникновения же упорядоченной решетки из нитей необходимо, чтобы между ними существовало достаточно сильное взаимодействие.

Приведем численные оценки, соответствующие характерным величинам, фигурирующим в экспериментах [2-4, 6]. Возьмем  $\lambda = (5 \div 6) \cdot 10^{-5}$  см,  $R = 0,1 \div 0,3$  см,  $L = 20 \div 50$  см. При этом неравенство (19), использовавшееся при расчетах, выполняется,  $R/L \sim 10^{-2}$ . Критерий выгоды нитевидной структуры возбуждений выполняется как сильное неравенство, так как  $k R^2/L \sim 10^2$ , откуда  $g(\infty) \ll 1$ . Радиус нити  $R_f = (1 \div 2) \cdot 10^{-2}$  см. Число нитей находится по формуле (25), из которой  $N_f \sim 10^2 \div 10^3$ . Найденные значения для  $R_f$  и  $N_f$  отлично согласуются с экспериментальными данными.

## 5. Параметр порядка

Для последовательного описания инверсион-поляритонной филаментации как фазового перехода между однородным и неоднородным состоянием возбуждений необходимо определить параметр порядка. Этот переход напоминает переходы типа кристаллизации или расслоения [8], но только в данном случае неоднородность возникает в подсистеме возбуждений, тогда как пространственное распределение самих атомов не меняется.

Параметр порядка, показывающий степень неоднородности, можно определить как отклонение локальной инверсии  $\langle \sigma_i^z(t) \rangle$  от её значения  $\bar{\sigma}(\xi)$ , полученного в результате усреднения по системе. Из (II), (I4) и (8) находим

$$\begin{aligned} \langle \sigma_i^z(t) \rangle &= \frac{\Delta^2 + \gamma_2^2}{\Delta^2 + \gamma^2} D_i \equiv \sigma_i(\xi), \\ \bar{\sigma}(\xi) &\equiv \frac{1}{N} \sum_i \sigma_i(\xi) = \frac{\Delta^2 + \gamma_2^2}{\Delta^2 + \gamma^2} \xi. \end{aligned} \quad (31)$$

Удобно определить приведенный параметр порядка:

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\sum_i \sigma_i(\xi) - \bar{\sigma}(\xi)}{\bar{\sigma}(1)} = \xi_f - \xi. \quad (32)$$

Вследствие того, что плотность инверсии пропорциональна плотности поляризации, такой же параметр порядка можно построить из локальной поляризации. Согласно (3), (II) и (I4) имеем

$$\langle \vec{p}_i(t) \rangle = \vec{e} E_0 \frac{d_0^2 (\Delta - i r_2)}{2(\Delta^2 + r^2)} D_i e^{i(kz_i - \omega t)},$$

$$\bar{p}(\xi) \equiv \frac{1}{N} \sum_i p_i(\xi), \quad p_i(\xi) = \left| \langle \vec{p}_i(t) \rangle \right|. \quad (33)$$

Вводя безразмерный параметр порядка

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\sum_i p_i(\xi) - \bar{p}(\xi)}{\bar{p}(\xi)} = \xi_f - \xi, \quad (34)$$

убеждаемся, что он совпадает с (32). Роль термодинамической переменной здесь играет характеристика накачки  $\xi$ .

Исследуем процессы, происходящие в системе при постепенном включении накачки. Для этого удобно выразить число нитей (25) и их радиус (27) через число Френеля:

$$N_f = 6,58 F \frac{\xi}{\xi_f}, \quad R_f = 0,39 \frac{R}{\sqrt{F}} \quad \left( F \equiv \frac{\pi R^2}{\lambda L} \right). \quad (35)$$

Пока мощность внешней накачки настолько мала, что её недостаточно для полного возбуждения даже одной нити, в системе образуется единственная неполно возбужденная нить с радиусом  $R_f$  и плотностью инверсии  $\xi_f$ , определяемой из (35) при  $N_f = 1$ :

$$\xi_f = 6,58 F \xi \quad (\xi < \xi_c).$$

Как только характеристика накачки достигает критического значения  $\xi = \xi_c$ , единственная существующая в системе нить возбуждается полностью, так что  $\xi_f = 1$ , откуда

$$\xi_c = 0,15 / F. \quad (36)$$

При  $\xi > \xi_c$  надо полагать  $\xi_f = 1$ , а среднее число нитей находить по формуле

$$N_f = 6,58 F \xi \quad (\xi > \xi_c).$$

Усиление накачки приводит к увеличению числа нитей с одинаковыми радиусами. Однако  $N_f$  не может быть больше  $N_0$ , максимального числа нитей, при котором осуществляется плотная упаковка рабочего объема. При достижении накачкой величины

$$\xi_0 = 0,15 N_0 / F \quad (37)$$

нити начинают взаимодействовать между собой, и плотность возбуждений расплывается, равномерно заполняя весь объем. Таким образом, при  $\xi = \xi_0$  происходит переход в однородное состояние. При последующем увеличении характеристики накачки  $\xi$  от  $\xi_0$  до единицы система остается однородной:  $\xi_f = \xi$ ,  $N_f = 0$ . Суммируя сказанное, имеем

$$\xi_f = \begin{cases} \xi / \xi_c, & 0 < \xi \leq \xi_c, \\ 1, & \xi_c \leq \xi \leq \xi_0, \\ \xi, & \xi_0 < \xi \leq 1. \end{cases} \quad (38)$$

В промежутке  $\xi_c \leq \xi \leq \xi_0$ , когда  $\xi_f = 1$ , величина  $N_f$  означает эффективное среднее число нитей, поэтому  $N_f$  не обязательно целое число:

$$N_f = \begin{cases} 1, & 0 < \xi \leq \xi_c, \\ \xi / \xi_c, & \xi_c \leq \xi \leq \xi_0, \\ 0, & \xi_0 < \xi \leq 1. \end{cases} \quad (39)$$

В качестве параметра порядка (32) или (34) получаем

$$\bar{\sigma}_f = \begin{cases} (\xi / \xi_c)(1 - \xi_c), & 0 < \xi \leq \xi_c, \\ 1 - \xi, & \xi_c \leq \xi \leq \xi_0, \\ 0, & \xi_0 < \xi \leq 1. \end{cases} \quad (40)$$

Критическая накачка (36), необходимая для полного возбуждения одной нити, и пороговая накачка (37), при которой происходит переход между однородным и неоднородным состояниями возбуждений, зависят от числа Френеля. Так как  $R_f < R$ , то, согласно (35),  $F > 0,15$ . При числах Френеля в интервале  $0 \leq F \leq 0,15$  филаментация в системе невозможна,  $N_0 = 0$ . При больших числах Френеля, когда

$$0,5 < \frac{R_f}{R} < 1; \quad 0,15 < F < 0,6,$$

в рабочем объеме может поместиться только одна нить,  $N_0 = 1$ , причем

$$0,25 < \xi_c = \xi_0 < 1.$$

При ещё больших числах Френеля, когда

$$0,35 < \frac{R_f}{R} < 0,5; \quad 0,6 < F < 1,2,$$

в системе могут поместиться две нити,  $N_0 = 2$ , при этом

$$0,12 < \xi_c < 0,25 < \xi_0 < 0,5.$$



Чем больше число Френеля, тем легче происходит филаментация возбуждений,

$$\xi_c \rightarrow 0, \xi_0 \rightarrow 0, \bar{z} \quad (F \rightarrow \infty).$$

Переход типа филаментации или дефиламентации относится к фазовым переходам первого рода со скачком параметра порядка

$$\Delta \sigma = 1 - \xi_0 < 0, \neq 5.$$

Подчеркнем еще раз, что при таком неравновесном фазовом переходе пространственное распределение самих атомов не меняется. В случае газов и жидкостей оно остается однородным, в случае кристаллов - периодическим с периодом соответствующей решетки. При этом над неизменной базисной структурой атомов образуется сверхструктура возбуждений. Возникновение таких сверхструктур, индуцированных внешними воздействиями, возможно и при других неравновесных переходах. Например, под действием переменного электромагнитного поля в парамагнитных металлах могут появляться пучности возбуждений, имеющие форму чередующихся плоских слоев с периодом, гораздо большим, чем среднее межатомное расстояние /II-13/. Эти возбуждения представляют собой геликоны при низких частотах и магнотны при сверхвысоких радиочастотах, то есть индуцируются при геликонном и спин-волновом резонансах соответственно. Геликон-магнотная стратификация и инверсон-поляритонная филаментация служат примерами резонансных фазовых переходов /14/.

## 6. Интенсивность излучения

Полная поляризация системы представляет собой сумму

$$\vec{P}(t) = \sum_i \langle \vec{P}_i(t) \rangle, \quad (41)$$

состоящую из одноатомных поляризаций (33). Дифференциальная интенсивность излучения

$$dI = \frac{1}{2c^3} |\ddot{\vec{P}}(t)|^2 \sin^3 \vartheta d\vartheta = \frac{3}{4} I \sin^3 \vartheta d\vartheta, \quad (42)$$

в которой  $\vartheta$  - угол между поляризацией (41) и направлением наблюдения, имеет характерную иглообразную форму. Полная интенсивность излучения

$$I = \frac{8}{3} \bar{z} \omega (I_2 + I_3), \quad (43)$$

в которой

$$\bar{z} = 2\pi^3 |E_0|^2 \frac{d_0^4 (\Delta^2 + \delta_2^2)}{\lambda^3 (\Delta^2 + \gamma^2)^2}, \quad (44)$$

состоит из двух слагаемых. Первое, пропорциональное

$$I_2 = N \xi \xi_f = \begin{cases} N \xi^2 / \xi_c, & 0 < \xi \leq \xi_c, \\ N \xi, & \xi_c \leq \xi \leq \xi_0, \\ N \xi^2, & \xi_0 < \xi \leq 1, \end{cases} \quad (45)$$

описывает обычное излучение, сопровождающее спонтанный распад. Второе слагаемое, пропорциональное

$$I_3 = N^2 \frac{\xi^2 \lambda^2}{\pi^2 L^2} \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}, \quad (46)$$

соответствует сверхизлучательному процессу. Система находится в сверхизлучательном режиме при выполнении неравенства

$$N \frac{\xi}{\xi_f} \left| \frac{\lambda}{\pi L} \sin \frac{\pi L}{\lambda} \right|^2 \gg 1. \quad (47)$$

Это неравенство может иметь место при достаточно большом  $N$ , даже если  $\lambda \ll L$ . Упрощенный вариант (47) при условии  $\lambda \ll L$  допустимо представить в форме

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \ll \frac{\lambda}{L} \ll 1. \quad (48)$$

Переход к сосредоточенной системе означает формальную замену  $\lambda \rightarrow \infty$ . Тогда вместо (47) имеем

$$N \frac{\xi}{\xi_f} \gg 1. \quad (49)$$

Таким образом, при справедливости критерия (47) в системе осуществляется стационарное стимулированное сверхизлучение с интенсивностью

$$I = N^2 \bar{z} \omega \frac{2 \xi^2 \lambda^2}{3 \pi^2 L^2} \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}. \quad (50)$$

Возникновение этого сверхизлучения обязано взаимодействию атомов через поле переизлучения (5), в результате чего системе оказывается энергетически выгодно перейти в упорядоченное состояние, при котором поляризации отдельных атомов (3) ориентируются параллельно поляризации лазерного поля (4). Появление такого ориентационного порядка

## 7. Комментарии

вполне естественно для всякой системы, в которой отсутствуют дополнительные разупорядочивающие факторы. Развитие коллективных процессов, приводящих к излучению с интенсивностью (50), было бы затруднено или даже невозможно, например, для систем, состоящих из дипольно анизотропных кластеров, напоминающих анизотропную капельную структуру некоторых нематиков /15/ или для других систем с замороженным дипольным беспорядком, аналогичным спиновому /16,17/.

Характеристика накачки  $\xi$  может рассматриваться как независимая переменная, если на систему, кроме лазерного поля (4), действуют другие монохроматические поля, с помощью которых и контролируется величина  $\xi$ . Допустимо также представить ситуацию, когда единственное внешнее поле, действующее на систему, — это лазерное поле (4), и никаких иных внешних полей нет. Тогда характеристика накачки  $\xi$  связана с амплитудой лазерного поля  $E_0$  законом сохранения энергии

$$\frac{|E_0|^2}{4\pi} = \varepsilon n \bar{b}(\xi) + \frac{2\pi I}{\omega V},$$

согласно которому вся подводимая к системе энергия тратится на создание средней разности заселенностей и на излучение. Подставляя сюда  $\bar{b}(\xi)$  из (31),  $I$  из (50) и  $\gamma$  из (44) и вводя обозначения

$$\alpha \equiv \frac{|E_0|^2 (\Delta^2 + \gamma^2)}{4\pi \varepsilon n (\Delta^2 + \gamma^2)}, \quad \beta \equiv \frac{32\pi^3 n d_0^4 N}{3\lambda (\Delta^2 + \gamma^2) L^2} \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda},$$

получаем связь

$$\xi = \frac{(1 + 4\alpha^2 \beta)^{1/2} - 1}{2\beta}.$$

Теперь  $\xi$  можно трактовать как функцию независимой переменной  $\alpha$ . Из предыдущего следуют асимптотические выражения

$$\xi \approx \alpha \quad (\alpha \rightarrow 0),$$

$$\xi \approx \xi_m = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \quad (\alpha \rightarrow \infty).$$

Параметр порядка (40) можно тоже рассматривать как функцию от  $\alpha$ . При этом допустимы две ситуации. Первая, когда  $\xi_m > \xi_0$ , тогда вся последовательность физических событий, происходящая при увеличении  $\alpha$ , та же, что и описанная ранее при увеличении  $\xi$ . Если же  $\xi_m \leq \xi_0$ , то плотной упаковки нитей никогда не происходит; существует максимальное число нитей, равное  $\xi_m / \xi_c$ , являющееся асимптотическим пределом при  $\alpha \rightarrow \infty$ , причем  $\xi_m / \xi_c < N_0$ .

В том случае, когда дипольные переходы запрещены, все изложенное выше сохраняет смысл для магнито-дипольных переходов. Достаточно лишь везде заменить поляризацию  $\vec{P}_i(t)$  на магнито-дипольный момент  $\vec{m}_i(t)$ , а электрические поля  $\vec{E}_i(t)$  и  $\vec{E}_{ij}(t)$  — на соответствующие магнитные поля  $\vec{H}_i(t)$  и  $\vec{H}_{ij}(t)$ . В системах с магнито-дипольными переходами должна возникать филаментация возбуждений, которую по аналогии с инверсон-поляритонной можно назвать инверсон-магнетонной филаментацией. В таких системах возможен режим стационарного стимулированного магнито-дипольного сверхизлучения.

Проведенное рассмотрение справедливо для любых излучений с длинами волн, гораздо меньшими размеров системы. Оно годится как для оптического, так и для рентгеновского и гамма-диапазонов. Более того, чем меньше длина волны, тем более точны приближения, определяющие форму гамильтониана (2). Так, для гамма-диапазона, когда длина волны гораздо меньше межатомного расстояния, каждый атом находится строго в волновой зоне относительно любого другого атома. Разумеется, говоря о гамма-переходах, надо иметь в виду переходы между ядерными, а не электронными уровнями. Как известно /18,19/, системы, излучающие на рентгеновских и гамма-частотах, описываются так же, как и те, что излучают на оптических частотах. Однако вследствие разницы в характерных числовых константах возникновение сверхизлучения в рентгеновском и гамма-диапазонах значительно затруднено из-за слабой корреляции, связанной с фотонным обменом. Более подробное обсуждение этого вопроса можно найти в обзоре Андреева, Емельянова и Ильинского /20/.

Корреляция между атомами (ядрами) существенно усиливается при наличии дополнительного лазерного поля, как это и было продемонстрировано выше. Следовательно, в анализе модели с гамильтонианом (2) по сути дела содержится описание нового механизма, позволяющего упростить создание сверхизлучающих систем в рентгеновском и гамма-диапазонах с помощью внешних поляризующих полей.

Автор признателен В.И. Емельянову за полезные дискуссии.

Литература

1. Cullis A.G., Webber H.C. Bailey P.-J. Phys., 1979, E12, p. 688.
2. Королёв Ф.А., Абросимов Г.В., Одинцов А.И., Якунин В.П.  
-Опт. спектр, 1970, 28, с. 540.
3. Абросимов Г.В.-Опт. спектр., 1971, 31, с. 106.
4. Королёв Ф.А., Абросимов Г.В., Одинцов А.И.-Опт. спектр.,  
1972, 33, с. 725.
5. Ищенко В.И., Лисицин В.Н., Ражев А.М., Раутиан С.Г.,  
Шалагин А.М.-Письма в ЖЭТФ, 1974, 19, с. 669.
6. Королёв Ф.А., Одинцов А.И., Туркин Е.Г., Якунин В.П.  
-Квант. электр., 1975, 2, с. 413.
7. Емельянов В.И., Юкалов В.И.-Опт. спектр., 1986, 60, с. 634.
8. Yukalov V.I.-Acta Phys. Pol., 1980, A57, p. 295.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.-Теория поля. М.: Наука, 1973.
10. Kudryavtsev I.K., Shumovsky A.S.-Opt. Acta, 1979, 26, p. 827.
11. Юкалов В.И.-ФММ, 1973, 36, с. 686.
12. Юкалов В.И.-Радиофизика, 1975, 18, с. 1039.
13. Yukalov V.I. In: Solid State Physics, Inst. Phys.,  
York, 1981, p. 71.
14. Yukalov V.I.-Comm. Oxford Univ., DTP 98-80, Oxford, 1980.
15. Casagrande C., Fabre P., Guedeau M., Veysse M.  
-Europhys. Lett., 1987, 3, p. 73.
16. Пастур Л.А., Филотин А.Л.-ТМФ, 1978, 35, с. 193.
17. Parisi G.-Phys. Rev. Lett., 1979, 43, p. 1754.
18. Terhune I.H., Baldwin G.S.-Phys. Rev. Lett., 1965, 14, с. 589.
19. Емельянов В.И., Климонтович Ю.Л.-Опт. спектр., 1976, 41, с. 933.
20. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А.-УФН, 1980, 131,  
с. 653.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги,  
если они не были заказаны ранее.

Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р. 50 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.
Д13-85-793	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна 1985.	4 р. 80 к.
Д3,4,17-86-747	Труды У Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 мая 1987 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Юкалов В.И.  
Инверсон-поляритонная файламентация  
в лазерных средах

P17-87-341

Процесс образования нитевидной структуры инверсон-поляритонных возбуждений в системе двухуровневых атомов описывается как неравновесный фазовый переход. Определен параметр порядка, соответствующий этому переходу, в зависимости от характеристики накачки. Показана возможность стационарного стимулированного сверхизлучения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Yukalov V.I.  
Inversion-Polariton Filamentation  
in Laser Media

P17-87-341

The formation of a filamentary structure of inversion-polariton excitations in a system of two-level atoms is treated as a nonequilibrium phase transition. The order parameter corresponding to this transition is defined depending on the characteristic of pumping. It is shown that a stationary stimulated superradiance is possible.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987