объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-87-128

Н.Н.Боголюбов (мл.), П.А.Поляков, М.А.Тасев

РАДИАЦИОННОЕ ЗАТУХАНИЕ НОВОГО ВИДА ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ОДНОМЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

Направлено в журнал "Теоретическая и математическая физика"

1987

Рассмотрим электронно-ионную газовую систему, находящуюся в бесконечно большом объеме. Положим, что в среднем данная система квазинейтральна и однородна в пространстве. Тогда, как известно, в такой системе возможны плазменные волны, открытые в 1928 г. Ленгмюром [1]. Кинетическая теория этих колебаний была создана Власовым [2,3], который получил дисперсионное уравнение для собственных плазменных волн. На основании найденного уравнения Власов предсказывал наряду с ленгмюровскими волнами еще один вид плазменных волн, фазовая скорость которых близка к тепловой скорости частиц [3]. Однако, как показали дальнейшие исследования, при нерелятивистских температурах этот вид волн не реализуется ввиду сильного затухания [4]. Формально плазменное дисперсионное уравнение имеет и другие решения, которые при нерелятивистских температурах физически не интересны из-за большой мнимой части комплексной частоты [5]. Недавно в работах [6,7] было показано, что в случае одномерной плазмы при релятивистской температуре наряду с ленгмюровскими волнами в плазме может существовать еще один вид слабозатухающих волн. Следует отметить, что указанная одномерная плазменная модель рассматривалась в ряде статей [8–10], согласно которым такая система может быть реализована при наличии сильного внешнего магнитного поля.

Целью настоящей работы является исследование влияния радиационного торможения зарядов в коллективном поле волны на затухание нового вида плазменной моды, обнаруженной в [6,7]. Как известно, в случае релятивистской плазмы радиационное затухание плазменных волн превышает затухание за счет кулоновских столкновений [11].

Рассмотрим релятивистское кинетическое уравнение Власова с учетом радиационного торможения зарядов [12,13]:

$$u^i \frac{\partial f}{\partial x^i} + \frac{1}{mc} \frac{\partial}{\partial u^n} [(\frac{e}{c} F^{ni} u_i - g^n) f] = 0, \qquad /1/$$

где u^i - 4-вектор скорости, g^n - сила радиационного торможения, равная [12]

$$g^n = \frac{2}{3} \frac{e^3}{mc^2} \frac{\partial F^{ni}}{\partial x^j} u_i u^j - \frac{2}{3} \frac{e^4}{m^2 c^5} F^{ni} F_{ji} u^j +$$

$$+\frac{2}{3}\frac{e^4}{m^2c^5}(F_{ij}u^j)(F^{im}u_m)u^n, \qquad /2/$$

f - восьмимерная функция распределения, связанная с семимерной соотношением

$$f = f(x^i, u^1, u^2, u^3)\,2\theta(u_o)\delta(u_i u^i - 1), \qquad /3/$$

F^{ni} - тензор электромагнитного поля, определяемый из уравнений Максвелла:

$$F^{ni} = \frac{\partial A^n}{\partial x_i} - \frac{\partial A^i}{\partial x_n}, \qquad \frac{\partial^2 A^i}{\partial x_n \partial x^n} = 4\pi\int e u^i f d^4u. \qquad /4/$$

Линеаризуя систему уравнений /1/-/4/ относительно отклонений от квазиравновесного состояния и используя стандартную процедуру решения полученной системы уравнений [5], для фурье-гармоник возмущений электромагнитного поля находим следующее дисперсионное уравнение:

$$1 + \Sigma\frac{4\pi e^2}{mc^2}\int_L \frac{u_o u^1}{k_\alpha u^\alpha k_o}\frac{\partial}{\partial u^1}[(1 - i\frac{2}{3}r_o k_j u^j)f_o(\vec{u})]\,d^3u = 0, \qquad /5/$$

где $f_o(\vec{u})$ - невозмущенная трехмерная функция распределения частиц по скоростям, k_α - четырехмерный волновой вектор ($k_\alpha = k_o, k_1, 0, 0$), суммирование подразумевается по сортам частиц /электронам и ионам/, L - контур интегрирования, $r_o = e^2/mc^2$ - классический радиус электрона /иона/.

Будем полагать, что тепловой разброс частиц плазмы имеется только вдоль оси x /вдоль внешнего магнитного поля/ и подчинен релятивистскому закону Максвелла /распределение Ютнера-Синга [14]/, то есть [7]

$$f_o(\vec{u}) = n(2K_1(\alpha))^{-1}\exp(-\alpha u_o)\delta(u_2)\delta(u_3), \qquad /6/$$

где $K_1(\alpha)$ - функция Макдональда [15], $\delta(u_n)$ - функция Дирака, $\alpha = mc^2/T$, t - температура.

Уравнение /5/ без учета радиационного торможения в ультрарелятивистском температурном пределе ($\alpha \ll 1$) исследовано в работах [6,7], где было показано, что в этом случае уравнение /5/ можно выразить через известную специальную функцию. Покажем, что в нашем случае дисперсионное уравнение /5/ при условии /6/ выражается через те же самые специальные функции. Действительно, учитывая равенство

$$\frac{\partial}{\partial u^1}[(1 - i\frac{2}{3}r_o k_j u^j)f_o] = (1 - i\frac{2}{3}r_o k_\alpha u^\alpha)\frac{\partial f_o}{\partial u^1} + (\frac{k_o}{\alpha}\frac{\partial f_o}{\partial u^1} + \frac{k_1}{\alpha}\frac{u_o}{u^1}\frac{\partial f_o}{\partial u^1}), \qquad /7/$$

вместо уравнения /5/ находим

$$1 + \Sigma\frac{4\pi e^2}{mc^2}(1 + i\frac{2}{3}r_o\frac{k_\alpha k^\alpha}{k_o\alpha})\int_L\frac{u_o u^1}{k_\alpha u^\alpha k_o}\frac{\partial f_o}{\partial u^1}d^3u + \Sigma\frac{4\pi e^2}{mc^2}(-i\frac{2}{3}\frac{r_o}{k_o})\int_L u_o u^1\frac{\partial f_o}{\partial u^1}d^3u = 0. \qquad /8/$$

Проведем над последним слагаемым в /8/ цепочку преобразований:

$$\int u_o u^1\frac{\partial f_o}{\partial u^1}d^3u = -\frac{\alpha}{2K_1(\alpha)}\int u^1u^1\exp(-\alpha u_o)du^1 = \frac{-\alpha}{2K_1(\alpha)}\int(u_o^2 - 1)\exp(-\alpha u_o)du^1 = \frac{\alpha}{2K_1(\alpha)}(1 - \frac{\partial^2}{\partial\alpha^2})\int e^{-\alpha u_o}du^1 = \alpha - \frac{\alpha}{K_1(\alpha)}\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}K_1(\alpha) = 2\alpha + K_2(\alpha)/K_1(\alpha). \qquad /9/$$

Таким образом, последнее слагаемое дисперсионного уравнения /8/ выражается через специальные функции - $K_\nu(\alpha)$ -функции Макдональда. Другой интеграл в /8/ совпадает с аналогичным интегралом из работы [7], в которой он выражен через специальную функцию - $E_1(z)$ - интегральную показательную функцию мнимого аргумента. В результате для ультрарелятивистской одномерной плазмы ($\alpha \ll 1$) находим следующее дисперсионное уравнение:

$$1+\Sigma\left(1+i\frac{2}{3}r_0\frac{k_i u^i}{k_0\alpha}\right)\frac{\alpha a^2\omega_p^2}{2k^2c^2K_1(\alpha)}\{K_1(\alpha)+\frac{a^2-1}{2}[J(a)-J(-a)]+$$

$$+i\pi\theta(-\mathrm{Im}\,\omega)\theta(-\mathrm{Re}\,\omega+kc)(a^2-1)^{1/2}\exp(-\alpha a)\}- \qquad /10/$$

$$-\Sigma\, i\frac{2}{3}r_0k_0\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\left(2\alpha+\frac{K_2(\alpha)}{K_1(\alpha)}\right),$$

где $\omega_p^2=4\pi e^2 n/m$ - плазменная частота, $k=|\vec{k}|$, $\omega=k_0c$, $a=kc/(k^2c^2-\omega^2)^{1/2}$, $\theta(x)$ - функция Хевисайда,

$$J(a)=\exp(\alpha a)\left\{\frac{\ln[(a^2-1)^{1/2}+a]}{(a^2-1)^{1/2}}-\frac{1}{a}[E_1(\alpha a)+\ln(2a)+\right.$$

$$\left.+(\ln\frac{\alpha}{2}+C)\exp(-\alpha a)]\right\}. \qquad /11/$$

В области фазовых скоростей волн ω/k, близких к скорости света, когда $|a|\gg 1$, уравнение /10/ можно упростить и свести к виду

$$1+\Sigma\left(1+i\frac{2}{3}r_0\frac{k_iu^i}{k_0\alpha}\right)\frac{\omega_p^2z^2}{4\alpha k^2c^2}\Psi(z)- \qquad /12/$$

$$-\Sigma\, i\frac{2}{3}\frac{r_0\omega_p^2}{c\omega}\left(2\alpha+\frac{K_2(\alpha)}{K_1(\alpha)}\right),$$

где $z=\alpha a$,

$$\Psi(z)=zE_1(-z)\exp(-z)-zE_1(z)\exp(z)+2+ \qquad /13/$$

$$+i2\pi\theta(-\mathrm{Im}\,z)\,z\exp(-z).$$

Рассмотрим уравнение /12/ в области значений волновых векторов, удовлетворяющих неравенству

$$k^2c^2\ll\omega_p^2/\alpha. \qquad /14/$$

Тогда уравнение /12/ в первом приближении примет вид

$$\Psi(z)=0, \qquad /15/$$

где для простоты пренебрегается влиянием ионной компоненты, так как $m_i\gg m_e$. Следовательно, вопрос о существовании собственной плазменной моды в области /14/ сводится к вопросу о существовании корней трансцендентного уравнения /15/. Согласно результатам работ /6,7/ уравнение имеет комплексный корень:

$$z_0=x+iy=7{,}467-7{,}092\cdot i. \qquad /16/$$

Далее, полагая $z=z_0+\Delta z$, где $|\Delta z|\ll z_0$, и линеаризуя уравнение /12/ относительно Δz, в следующем приближении находим

$$\Delta z=\Delta x+i\Delta y,$$

где

$$\Delta x=b\frac{\phi''}{\phi'^2+\phi''^2},\qquad \Delta y=b\frac{\phi''}{\phi'^2+\phi''^2}. \qquad /17/$$

Здесь

$$\phi'=\mathrm{Re}\left[\frac{d}{dz}z^2\Psi(z)\right]_{z=z_0},\qquad \phi''=\mathrm{Im}\left[\frac{d}{dz}z^2\Psi(z)\right]_{z=z_0}, \qquad /18/$$

$$b=i\frac{2}{3}\frac{r_0\omega_p^2}{c\omega}(2\alpha+K_2(\alpha)/K_1(\alpha)). \qquad /19/$$

Из формул /16/-/19/, принимая во внимание обозначения $z=\alpha a$, для частоты колебаний $\omega'=\mathrm{Re}\,\omega$ и для декремента затухания $\gamma=\mathrm{Im}\,\omega$ находим

$$\omega'=kc\left[1-\frac{\alpha^2}{2}\frac{(x+\Delta x)^2-(y+\Delta y)^2}{((x+\Delta x)^2+(y+\Delta y)^2)^2}\right], \qquad /20/$$

$$\gamma=\alpha^2\frac{(x+\Delta x)(y+\Delta y)}{((x+\Delta x)^2+(y+\Delta y)^2)^2}kc. \qquad /21/$$

Используя таблицы значений для функции $E_1(z)$, для производной функции $\Psi(z)$ в точке $z = z_0$ находим

$$\gamma = 0{,}5 \cdot 10^{-2} a^2 kc + 0{,}9 \cdot 10^{-3} a \frac{r_0 \omega_p^2}{c}. \qquad /22/$$

Второе слагаемое в выражении /22/ представляет собой радиационное затухание плазменной волны, а первое - бесстолкновительное затухание Ландау. Отметим, что радиационное затухание рассмотренной плазменной моды не зависит от волнового вектора плазменной волны и для широкого класса параметров плазменной среды много меньше затухания Ландау. Из полученного выражения /22/ следует также, что радиационное затухание данного вида волн в $0{,}9 \cdot 10^{-3} a$ раз меньше радиационного затухания ленгмюровских волн в холодной плазме /13/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Langmuir I. - Proc.Nat.Acad.Sci.Amer., 1928, 14, p.628.
2. Власов А.А. - ЖЭТФ, 1938, 8, с.291.
3. Власов А.А. - Теория многих частиц. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950.
4. Ландау Л.Д. - ЖЭТФ, 1946, 16, с.574.
5. Эккер Г. Теория полностью ионизованной плазмы. М.: Мир, 1974.
6. Поляков П.А. Новый вид колебаний в свободной релятивистской плазме. Препринт физического факультета МГУ, № 1/1983, Москва.
7. Поляков П.А. - ЖЭТФ, 1983, 19, с.815.
8. Ломинадзе Д.Г., Михайловский А.Б., Сагдеев Р.З. - ЖЭТФ, 1979, 77, с.1951.
9. Михайловский А.Б. - Письма в астрономический журнал, 1979, 5, с.604.
10. Закатов Л.П. и др. - Письма в ЖЭТФ, 1972, 15, с.16.
11. Кузьменков Л.С., Поляков П.А. - ЖЭТФ, 1982, 82, с.139.
12. Кузьменков Л.С. - ДАН СССР, 1978, 241, с.322.
13. Кузьменков Л.С., Поляков П.А. - Вестник Московского университета, серия: физика, астрономия, 1978, 19, № 3, с.95.
14. де Гроот С., ван Леувен В., ван Верн Х. Релятивистская кинетическая теория. М.: Мир, 1983.
15. Справочник по специальным функциям /под редакцией М.Абрамовица и И.Стиган/. М.: Наука, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 февраля 1987 года.

Боголюбов Н.Н. /мл./, Поляков П.А., Тасев М.А.

P17-87-128

Радиационное затухание нового вида плазменных волн в релятивистской одномерной плазме

Исследовано дисперсионное уравнение для плазменных волн в релятивистской одномерной плазме с учетом радиационного торможения заряженных частиц. Показано, что вследствие торможения зарядов излучением в коллективном поле волны второй вид плазменных колебаний имеет дополнительное затухание в ультрарелятивистском температурном пределе, которое оказалось меньше аналогичного затухания плазменных волн при нерелятивистской температуре.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Bogoliubov N.N.(jr.), Polyakov P.A., Tassev M.A.

P17-87-128

Plasma Wave Radiative Attenuation of a New Kind in Relativistic One-Dimensional Plasma

The dispersion law for plasma waves in relativistic one-dimensional plasma is investigated taking into account radiative damping of charged particles. This kind of plasma oscillations is shown to undergo an additional attenuation in ultra-relativistic case due to radiative braking of charged particles in the collective field of the wave. This extra attenuation is proved to be less than one at nonrelativistic temperatures.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987