объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-87-127

В.И.Юкалов

ФАЗОВЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ КАК ПАРАМЕТРЫ ПОРЯДКА

Направлено в Оргкомитет Всесоюзной конференции
"Современные проблемы статистической физики",
Львов, февраль 1987 г.

1987

Юкалов В.И. Р17-87-127
Фазовые вероятности как параметры порядка

При рассмотрении смесей нескольких фаз необходимо вводить дополнительные характеристики - концентрации или вероятности соответствующих фаз. Эти характеристики, подчиняясь условию детального баланса, являются функциями термодинамических переменных и играют роль новых параметров порядка. Данная концепция проиллюстрирована двумя примерами: смесью ферро- и парамагнитной фаз и ядерной материей, состоящей из мультикварковых кластеров.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Yukalov V.I. P17-87-127
Phase Probabilities as Order Parameters

When considering mixtures of several phases one has to introduce such additional characteristics as probabilities or concentrations of corresponding phases. These characteristics, being subjected to the detailed - balance condition, are functions of thermodynamic variables and play the role of new order parameters. This concept is illustrated by two examples: by a mixture of ferro- and paramagnetic phases and by the nuclear matter consisting of multiquark clusters.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987

В случае систем, представляющих собой смеси различных фаз, возникает необходимость введения дополнительных характеристик, имеющих смысл вероятностей или концентраций соответствующих фаз [I,2]. Ниже на двух примерах будет проиллюстрировано, что эти дополнительные характеристики можно рассматривать как параметры порядка.

Первый пример - это смесь ферро- и парамагнитной фаз. Эффективный гамильтониан такой смеси можно представить [I,2] в следующем виде[3,4]:

$$H = \bigoplus_{\alpha} H_{\alpha} \qquad (\alpha = 1, 2),$$

$$H_{\alpha} = \frac{N}{2} w_{\alpha}^{2} U - w_{\alpha}^{2} \sum_{ij} J_{ij} \vec{S}_{i\alpha} \vec{S}_{j\alpha}, \tag{I}$$

в котором константа кристаллического поля[5]

$$U = \frac{1}{N} \sum_{ij} \left(\Phi_{ij} - \frac{1}{2} J_{ij} \right) \equiv \Phi - \frac{1}{2} J \tag{2}$$

содержит прямое взаимодействие Φ_{ij} и обменное J_{ij}. Фазы различаются по своим параметрам порядка

$$\sigma_{\alpha} = \frac{1}{S} \left| < \frac{1}{N} \sum_{i} \vec{S}_{i\alpha} > \right|, \tag{3}$$

причем считается, что α = I соответствует ферромагнитной, а $\alpha = 2$ парамагнитной фазам :

$$\sigma_{1} \equiv \sigma \neq 0 \quad , \quad \sigma_{2} \equiv 0 . \tag{4}$$

Индекс фазы у оператора $\mathcal{A}_{\alpha}$ показывает, что средние значения

$$< \mathcal{A}_{\alpha} > \equiv < \mathcal{A} >_{\alpha}$$

вычисляются с помощью метода ограничивающего следа [6] при выполнении условий (4).

Фазовые вероятности, или концентрации, определяются минимизацией термодинамического потенциала. Из двух величин w_1 и w_2, вследствие условия нормировки

$$w_1 + w_2 = 1 , \tag{5}$$

только одна является независимой, поэтому можно ввести упрощение обозначений:

$$w \equiv w_1 \; , \quad w_2 \equiv 1-w \, .$$

Величина w играет роль дополнительного параметра порядка, показывающего, в какой пропорции смешаны фазы.

Если обменный интеграл J_{ij} принадлежит к классу потенциалов Каца, то задача решается точно /4/, в термодинамическом пределе, и находятся явные уравнения для вероятности ферромагнитной фазы

$$w = \frac{u}{2(u-\sigma^2)} \tag{6}$$

и удельной намагниченности

$$\sigma = B_S\,(2w^2\sigma/T) \; , \tag{7}$$

где $B_S(\cdot)$ – функция Бриллюэна и

$$u \equiv \frac{U}{J} \; , \quad T \equiv \frac{\Theta}{J} \; .$$

В рассматриваемой системе может происходить переход из чистой ферромагнитной фазы в смешанное состояние /7,8/; соответствующая точка перехода называется точкой нуклеации и определяется условием

$$w = 1 \quad (T = T_n) \, , \tag{8}$$

которое дает

$$u = 2(u-\sigma_n^2) \; , \quad \sigma_n = B_S\,(2\sigma_n / T_n) \, . \tag{9}$$

Исследуя поведение системы вблизи температуры нуклеации, удобно ввести относительную температуру

$$\tau_n \equiv \frac{T - T_n}{T_n} \; .$$

Тогда вероятность ферромагнитной фазы можно представить в виде

$$w \simeq \begin{cases} 1 \, , & T < T_n \, , \\ 1 - A_n \tau_n^{\varepsilon_n} \, , & T > T_n \, , \end{cases} \tag{10}$$

характерном для термодинамических величин вблизи критических точек. Показатель ε_n следует назвать критическим индексом нуклеации, или нуклеационным индексом. В данном случае $\varepsilon_n = 1$.

Система всегда остается чистой ферромагнитной, то есть $w \equiv 1$, если $T_n = T_0$, где

$$T_0 = \frac{2}{3} S(S+1) \; . \tag{11}$$

Если же $T < T_0$, то система переходит в смешанное состояние раньше, чем достигается критическая точка, в которой $\sigma = 0$,

$$w = \frac{1}{2} \quad (T = T_c) \, , \tag{12}$$

где

$$T_c = \frac{1}{6} S(S+1) \; . \tag{13}$$

Ферромагнитная вероятность вблизи критической точки представляется асимптотическим выражением

$$w \simeq \begin{cases} \frac{1}{2} + A_-(-\tau)^{\varepsilon_-} \, , & T < T_c \, , \\ \frac{1}{2} - A_+ \tau^{\varepsilon_+} \, , & T > T_c \, , \end{cases} \tag{14}$$

в котором

$$\tau \equiv \frac{T - T_c}{T_c} \; .$$

Для данной задачи

$$\varepsilon_- = \begin{cases} 1 \, , & u \neq u_t \, , \\ \frac{1}{2} \, , & u = u_t \, , \end{cases} \qquad \varepsilon_+ = 0 \; ; \tag{15}$$

скачок критического индекса происходит в трикритической точке

$$u_t = \left(\frac{20}{3}\right) \frac{S^2(S+1)^2}{S^2 + (S+1)^2} \; , \quad T_c = T_t \; .$$

Таким образом, свойства системы сильно зависят от параметра кристаллического поля u . Для оценки величины последнего в модели желе имеем

$$\Phi = \frac{6e^2}{5}\left(\frac{4\pi\rho}{3}\right)^{1/3}, \quad \mathcal{J} = \frac{3e^2}{4}\left(\frac{3\rho}{\pi}\right)^{1/3},$$

e -заряд, ρ - плотность электронной жидкости. Это дает

$$\frac{\Phi}{\mathcal{J}} = \frac{8}{5}\left(\frac{4\pi^2}{9}\right)^{1/3} = 2,6 \;; \quad u = 2,1 .$$

Более подробно свойства системы в зависимости от величины u перечислены в таблице.

Таблица

Характеристики фазовых переходов в системе при разных значениях константы кристаллического поля u

u	Температура нуклеации	Температура фазового перехода	Порядок фазового перехода
$(-\infty,0)$	-	T_0	2
0	T_0	T_0	$2 \to I$
$(0,2\delta^2)$	$0<T_n<T_0$	$T_c<T_I\leq T_0$	I
$2\delta^2$	0	$T_c<T_I<T_0$	I
$(2\delta^2, u_t)$	-	$T_c<T_I<T_0$	I
u_t	-	T_t	$I \to 2$
(u_t, ∞)	-	T_c	2

В качестве второго примера рассмотрим ядерную материю, являющуюся смесью n - кварковых мешков при n = 3;6;9;I2 , то есть так называемую Дубненскую модель /9,I0/. Параметром порядка здесь служит число n .

Гамильтониан этой модели имеет вид

$$H = \bigoplus_n H_n \quad (n = 3,6,9,12),$$

$$H_n = \sum_{ks}\left(\sqrt{k^2 + M_n^2} - \mu_n\right) a_n^+(k,s)\, a_n(k,s), \tag{I6}$$

k - волновой вектор, M_n-масса n - кваркового мешка с набором спина и изоспина s и полевым оператором $a_n(k,s)$, μ_n - химический потенциал. Мешки движутся в свободном пространстве с объемом

$$V_f = V - \sum_n w_n \frac{N}{n} v_n , \tag{I7}$$

где v_n - объем мешка, N - полное число кварков в системе, а концентрация n - кварковой фазы определяется равенством

$$w_n = \frac{n}{N} \sum_{ks} \langle a_n^+(k,s)\, a_n(k,s) \rangle . \tag{I8}$$

Между мешками происходят реакции взаимного превращения при условии детального баланса и сохранении барионного заряда, что дает для химических потенциалов соотношение

$$\mu_n = \mu\, n . \tag{I9}$$

Кварковый химический потенциал μ находится из нормировки

$$w_3 + w_6 + w_9 + w_{12} = 1 . \tag{20}$$

Наконец, полагается, как это принято в теории мешков, что между их массами и объемами существует пропорция

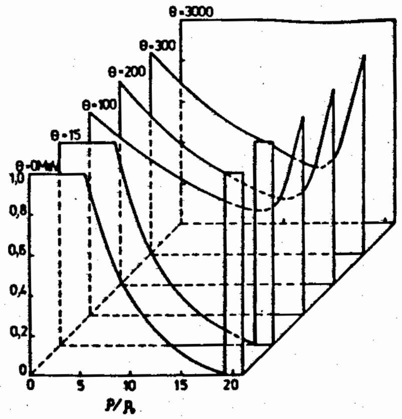
$$\frac{M_m}{M_n} = \frac{v_m}{v_n} .$$

Найденные уравнения, задающие концентрации w_n , достаточно громоздки /I0/, поэтому здесь приводятся результаты численного решения при разных температурах Θ для w_3 , w_6 и w_9 как функций приведенной плотности

$$\rho/\rho_0 = N/V\rho_0 ,$$

где ρ_0 - нормальная кварковая плотность ядерной материи. Величина w_{12} оказалась пренебрежимо малой, порядка $I0^{-2}$.

Приведенные примеры показывают, что в случае смесей фазовые вероятности действительно играют роль дополнительных параметров порядка.



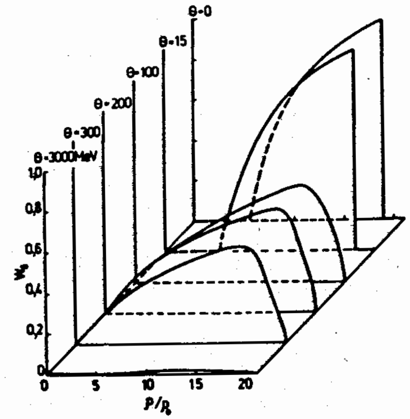


Рис. I. Вероятность нуклонной компоненты W_3.

Рис. 2. Вероятность шестикварковой компоненты W_6.

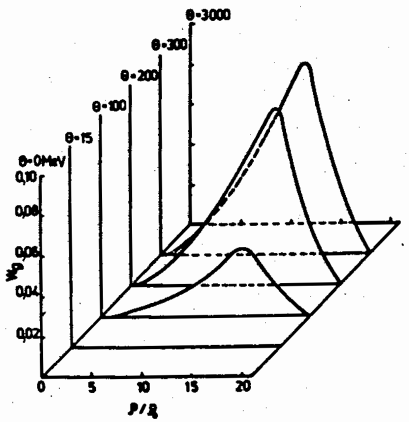


Рис. 3. Вероятность девятикварковой компоненты W_9.

Литература

I. Yukalov V.I. Statistical theory of heterophase fluctuations.- Physica, I98I, IO8A, No 2, p. 402-4I6.

2. Yukalov V.I. Theory of melting and crystallization.- Phys. Rev., I985, B32, No I, p. 436-446.

3. Yukalov V.I. Spontaneous restoration of broken symmetry.- Phys. Lett., I98I, 85A, No 2, p. 68-7I.

4. Shumovsky A.S., Yukalov V.I. Exact solutions for heterophase ferromagnets.- Physica, I982, IIOA, No 3, p. 5I8-534.

5. Yukalov V.I. Ferromagnets wth heterophase fluctuations.- Comm. Oxf. Univ., DTP 47-8I, Oxford, I98I.

6. Юкалов В.И. Процедура квазиусреднения для гетерофазных смесей.- Дубна, I986 (ОИЯИ, PI7-86-262).

7. Юкалов В.И. Фазовые переходы и спонтанное нарушение симметрии.- В кн. Проблемы статистической механики, Дубна, I978 (ОИЯИ ДI7-II490), с. 437-444.

8. Shumovsky A.S.,Yukalov V.I. Equilibrium nucleation- a new type of phase transition.-Chem.Phys.Lett., I985,II7,No6,p.6I7-62I.

9. Балдин А.М., Назмитдинов Р.Г., Чижов А.В., Шумовский А.С., Юкалов В.И. О сосуществовании адронного и шестикваркового фазовых состояний в ядерной материи.- ДАН СССР, I984, 279, № 3, с. 602-606.

IO. Chizhov A.V., Nazmitdinov R.G., Shumovsky A.S., Yukalov V.I. Statistical model of coexisting multiquark clusters.- Nucl. Phys., I986, A449, No 4, p. 660-672.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 февраля I987 года.