объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-87-119

А.С.Шумовский, Фам Ле Киен, Э.И.Алискендеров

# КОЛЛЕКТИВНОЕ СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В СИСТЕМЕ ИЗ ДВУХ АТОМОВ С МНОГОФОТОННЫМИ ПЕРЕХОДАМИ, НАХОДЯЩИХСЯ В РЕЗОНАТОРЕ

Направлено в "Journal de Physique"

1987

Последние экспериментальные наблюдения [1-4] спонтанного излучения ридберговских атомов в резонаторе дают возможность проверять предсказания простых точнорешаемых электродинамических моделей, включающих взаимодействие одной моды поля излучения с несколькими атомами /см. обзор [5] /. Точные решения для коллективного спонтанного излучения ансамбля $N$ атомов, помещенных внутри идеального резонатора и возбуждаемых в состояние, в котором только один атом возбужден, получены в [6] .Исследованы влияния затуханий резонатора для случая одноатомных симметричных возбуждений дикковского типа [7] . Обсуждены точнорешаемые модели двух двухуровневых атомов с однофотонными переходами в резонаторе без потери [8-12,31] , показано, что такие интересные квантовые эффекты, как сверхизлучения, пленение излучения, осцилляции Раби с вакуумным состоянием поля, затухания и восстановления осцилляций Раби, тоже имеют место. При этом особое внимание уделено временному поведению числа фотонов и инверсии населенностей атомов. В этой работе мы рассматриваем коллективное спонтанное излучение двух двухуровневых атомов с многофотонными переходами. Рассмотрен случай, когда оба атома возбуждены.

Гамильтониан для двух двухуровневых атомов, взаимодействующих с одномодовым полем излучения в идеальном резонаторе, через $m$-фотонных переходов в приближении вращающейся волны /ПВВ/ имеет следующий вид:

$$H = H_A + H_F + H_{AF} ,$$

$$H_A = \sum_{j=1}^{2} \hbar\omega_0 R_j , \qquad H_F = \hbar\omega a^+ a, \qquad /1/$$

$$H_{AF} = \sum_{j=1}^{2} \hbar g (R_j^+ a^m + R_j^- a^{+m} ),$$

где $R_j^z$, $R_j^{\pm}$ - операторы инверсии населенностей уровней и переходов $j$-го атома, $\omega_0$ - частота атомного перехода, $\omega = \omega_0/m$ - частота моды поля, $a^+$, $a$ - операторы рождения и уничтожения фотона, $g$ - константа связи. Здесь надо упомянуть, что развитие лазеров сделало возможным изучение и наблюдение таких нелинейных явлений, как многофотонные переходы с последовательностью от однофотонных переходов до 28-фотонных переходов [13] .

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ оба атома находятся в возбужденном состоянии, а поле в вакуумном состоянии. Мы ожидаем, что в этой ситуации будут возникать самоиндуцированные осцилляции Раби, как в случае спонтанного излучения одного атома с однофотонным переходом: излученное поле долго будет находиться в резонаторе и в конце концов поглотится атомами. Такая ситуация изучена для случая многих атомов с однофотонными переходами [14-16,5] и недавно - для случая многофотонных переходов [17-20] .

Введем собственные состояния свободного члена $H_A + H_F$ гамильтониана:

$$|\alpha, \beta ; n\rangle \equiv |\alpha\rangle_{A_1} |\beta\rangle_{A_2} |n\rangle_F ; \quad \alpha, \beta = +, - ; \ n = 0,1,2,\ldots , \qquad /2/$$

волновую функцию целой системы в представлении взаимодействия находим в виде

$$|\psi(t)\rangle = |+,+,0\rangle A_+(t) + |-,-,2m\rangle A_-(t) + (|+,-;m\rangle + |-,+,m\rangle) B(t), \qquad /3/$$

где

$$A_+(t) = 1 - \frac{g^2 m!}{\Omega_R^2} \sin^2(\Omega_R t),$$

$$A_-(t) = - \frac{g^2\sqrt{(2m)!}}{\Omega_R^2} \sin^2 (\Omega_R t), \qquad /4/$$

$$B(t) = -i \frac{g\sqrt{m!}}{2\Omega_R} \sin(2\Omega_R t)$$

и

$$\Omega_R = g\sqrt{\frac{1}{2}\left[m! + \frac{(2m)!}{m!}\right]}. \qquad /5/$$

Из этих уравнений мы находим среднее значение числа фотонов:

$$\langle N(t)\rangle = 2m \frac{g^2 m!}{\Omega_R^2} \sin^2(\Omega_R t) \{1 + \frac{g^2[(2m)!/m! - m!]}{2\Omega_R^2} \sin^2(\Omega_R t)\} . \qquad /6/$$

Видно, что $\langle N(t)\rangle$ осциллирует с двумя частотами: $2\Omega_R$ и $4\Omega_R$. Существование двух типов самоиндуцированных осцилляций Раби показывает одну из особенностей коллективного спонтанного излучения [8].

Используя /6/, мы находим максимальное значение:

$$\langle N\rangle_{max} = 8m\frac{(2m)!}{[m! + (2m)!/m!]^2}. \qquad /7/$$

Заметим, что это значение меньше, чем $2m$. Последнее есть число фотонов, потенциально излученных двумя отдельно возбужденными атомами. Таким образом, рассмотренная здесь система из двух первоначально возбужденных атомов не излучает всю запасенную энергию. Это означает проявление эффекта когерентного пленения[6], которое возможно в системе из-за интерференции между излучательными процессами двух атомов. Степень пленения дается фактором

$$R \equiv 1 - \langle N\rangle_{max}/2m = \left[\frac{(2m)!/m! - m!}{(2m)!/m! + m!}\right]^2. \qquad /8/$$

Для случаев одно- и двухфотонного переходов, т.е. когда $m = 1$ и $m = 2$, мы имеем соответственно $R = 1/9$ и $R = 25/49$. Это ясно показывает, что чем больше мультипликативность фотонов атомного перехода, тем больше фактор $R$ и, следовательно, выше степень пленения.

Время, за которое число фотонов достигает максимального значения /7/, есть

$$t_{max\,N} = (1 + 2k)t_R; \quad k = 0,1,2,\ldots, \qquad /9/$$

где $t_R$ есть полупериод Раби, который выражается следующей формулой:

$$t_R = \frac{\pi}{2\Omega_R} = \frac{\pi}{g\sqrt{2[m! + (2m)!/m!]}}. \qquad /10/$$

Из /6/ также видно, что $\langle N(t)\rangle$ равен нулю при времени $t_{ON} = 2kt_R$ /$k = 0,1,2\ldots$/. Итак, $t_R$ есть характерное время длительности процесса коллективного спонтанного излучения в системе. Коллективные особенности становятся очевидными, если мы сравним полученные результаты с одноатомным случаем, когда волновая функция, число фотонов, фактор пленения излучения и характерное время излучения даются формулами [18,19,5]

$$|\psi(t)\rangle_{(1)} = \cos(\sqrt{m!}\,gt)|+;0\rangle - i\sin(\sqrt{m!}\,gt)|-;m\rangle, \qquad /11а/$$

$$\langle N(t)\rangle_{(1)} = m\sin^2(\sqrt{m!}\,gt), \qquad /11б/$$

$$R_{(1)} = 1 - \max\langle N(t)\rangle_{(1)}/m = 0, \qquad /11в/$$

$$t_R^{(1)} = \frac{\pi}{2\sqrt{m!}\,g}. \qquad /11г/$$

Из /10/ и /11г/ мы находим, что характерное время $t_R$ двухатомного случая меньше, чем характерное время $t_R^{(1)}$ одноатомного случая:

$$\frac{t_R}{t_R^{(1)}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + (2m)!/(m!)^2}} < 1. \qquad /12/$$

Для случаев одно- и двухфотонных переходов /$m = 1,2$/ мы имеем соответственно $t_R/t_R^{(1)} = \sqrt{2/3}, \sqrt{2/7}$. Из /12/ видно, что чем больше мультипликативность фотонов $m$, тем меньше соотношение $t_R/t_R^{(1)}$ и, следовательно, выше степень атомных коопераций в коллективном процессе.

Рассмотрим далее скорость излучения $I(t)$, вычисленную из /6/:

$$I(t) = \frac{d}{dt}\langle N(t)\rangle =$$

$$= 2m\frac{g^2 m!}{\Omega_R}\sin(2\Omega_R t)\{1 + 2\frac{(2m)!/m! - m!}{(2m)!/m! + m!}\sin^2(\Omega_R t)\}. \qquad /13/$$

Легко устанавливается, что $I(t)$ достигает максимального значения

$$I_{max} = 2m\frac{g^2 m!}{\Omega_R}\frac{3D + \sqrt{D^2 + (1/2)}}{4D - 1}\sqrt{1 - (D - \sqrt{D^2 + \frac{1}{2}})^2} \qquad /14/$$

при времени

$$t_{max\,I} = t_D + 2kt_R, \quad k = 0,1,2,\ldots, \qquad /15/$$

где введены обозначения:

$$D = \frac{1}{2}\,\frac{(2m)!/m!}{(2m)!/m! - m!} \qquad /16/$$

и характерное время

$$t_D = t_R \arccos\left(D - \sqrt{D^2 + \frac{1}{2}}\right)/\pi . \qquad /17/$$

Кроме того, $I(t)$ равна нулю при времени $t_{0I} = kt_R, k = 0,1,2,\ldots$ . Наконец, при времени $t_{\min I} = (2t_R - t_D) + 2kt_R$, $k = 0,1,2,\ldots$, скорость излучения $I(t)$ имеет отрицательное минимальное значение: $I_{\min} = -I_{\max}$ . Это соответствует процессам перепоглощения. Соотношение /17/ между характерными временами $t_D$ для пиков и $t_R$ для нулей скорости излучения $I(t)$ показывает, что $t_D < t_R$ и $t_D > t_R/2$. Последнее неравенство означает, что форма кривой, описывающей эволюцию $I(t)$ во временном интервале $0 \geq t \leq t_R$ , асимметрична относительно времени пика $t_D$ /см. рисунок/. Это особенность коллективного поведения. В случае одного атома в идеальном резонаторе [21,22,5] осцилляции скорости излучения описываются синусоидальными функциями, симметричными относительно пиков /см. /18а//.

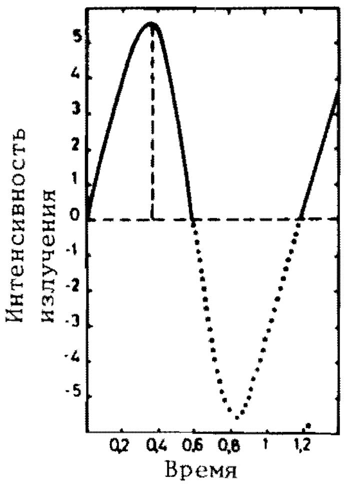


Рис. 1. Эволюция скорости излучения $I(t)$ в случае двухфотонного перехода ($m = 2$). Единица времени – $1/g$. Непрерывная линия соответствует излучению $I > 0$. Точечная линия – поглощению $I < 0$. Видна асимметрия кривой относительно $t_D$.

Согласно /11б/ скорость излучения $I^{(1)}(t)$ , его максимальное значение $I^{(1)}_{\max}(t)$ и характерное время $t^{(1)}_D$ для одноатомного случая имеют вид

$$I^{(1)}(t) = m\sqrt{m!}\; g \sin(2\sqrt{m!}\, gt), \qquad /18а/$$

$$I^{(1)}_{\max} = m\sqrt{m!}\; g, \qquad /18б/$$



$$t^{(1)}_D = \frac{\pi}{4\sqrt{m!}\, g} . \qquad /18в/$$

Из /17/, /18в/ и /10/ мы находим, что соотношение $t_D/t^{(1)}_D$ меньше единицы и уменьшается быстрее, когда мультипликативность фотонов $m$ увеличивается. В частности, для случаев $m = 1,2,3,10$ мы соответственно находим $t_D/t^{(1)}_D \simeq 0{,}934$, $0{,}648$, $0{,}380$, $0{,}0004$. Используя /14/, /16/, /5/ и /18б/, далее можно показать, что для случая $m = 1$ $2 < I_{\max}/I^{(1)}_{\max} < 4$ и $I_{\max}/I^{(1)}_{\max} < 2$ , когда $m \geq 2$, $I_{\max}/I^{(1)}_{\max} < 1$ , когда $m \geq 4$. Кроме того, численные расчеты для случаев $m = 1,2,3,4$ и 10 дают значения соответственно $I_{\max}/I^{(1)}_{\max} \simeq 2{,}241$, $1{,}968$, $1{,}284$, $0{,}727$ и $0{,}014$. Таким образом, коллективное поведение рассмотренной системы сильно отличается от суперфлуоресцентного поведения ансамбля возбужденных атомов в резонаторе низкой добротности [23-26,5], где максимум скорости излучения пропорционален квадрату числа атомов. Полученные результаты ясно показывают влияние эффекта пленения, который вводится в ограниченное сверхизлучение в случае $m = 1$ и в субизлучение в случаях $m \geq 2$.

Теперь мы исследуем статистику фотонов в коллективном спонтанном излучении, применяя решения /3/ и /4/. С этой целью мы вычислим нормализованную корреляционную функцию как

$$g^{(2)}(t) = \frac{\langle N^2(t)\rangle - \langle N(t)\rangle}{\langle N(t)\rangle^2} . \qquad /19/$$

Здесь число фотонов $\langle N(t)\rangle$ дается выражением /6/, а среднее от квадрата числа фотонов находится из /3/ и /4/ и имеет вид

$$\langle N^2(t)\rangle = 2m^2\frac{g^2 m!}{\Omega_R^2}\sin^2(\Omega_R t)\left\{1 + \frac{g^2[3(2m)!/m! - m!]}{2\Omega_R^2}\sin^2(\Omega_R t)\right\}. \qquad /20/$$

С определением /19/ условие для антигруппировки фотонов /субпуассоновская статистика/ может быть написано просто как $g^{(2)}(t) < 1$ [27,28].

Для $t \neq 2kt_R$ , $k = 0,1,2,\ldots$, мы легко видим, что

$$g^{(2)}(t) = \frac{1}{\left[1 + \frac{1}{3}\sin^2\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\, gt\right)\right]^2} < 1 \qquad /21/$$

для $m = 1$,

$$g^{(2)}(t) > 1 \qquad \text{для случаев } m \geq 2. \qquad /22/$$

Это означает, что в системе двух атомов спонтанно излученные фотоны имеют субпуассоновскую статистику /антигруппировка фотонов/ в случае однофотонного перехода, а в других многофотонных случаях - суперпуассоновскую статистику /группировка фотонов/ для всех времен, кроме моментов времени, когда поле находится в состоянии вакуума. Максимальная степень антигруппировки фотонов возможна только в случае m=1,она характеризуется фактором $g^{(2)}_{min}$ = 9/16 /см. /21//. Ситуация меняется для системы, состоящей только из одного возбужденного атома. В этом случае корреляционная функция $g^{(2)}(t)$ находится из /11a/, /19/ и имеет вид

$$g^{(2)}(t) = \frac{m-1}{m} \frac{1}{\sin^2(\sqrt{m!}\, gt)}; \quad t \neq \frac{k\pi}{g\sqrt{m!}}; \quad k = 0,1,2,... \qquad /23/$$

Из /23/ мы находим, что эффект антигруппировки фотонов имеет место для любой мультипликативности фотонов m в случае одного атома и выражение для максимальной степени антигруппировки фотонов определяется фактором $g^{(2)}_{min} = 1 - 1/m$. Таким образом, и кооперативность, и многофотонность в общем уменьшают возможность и значение антигруппировки фотонов. Это уменьшение отчасти сходно с уменьшением антигруппировки и сжатия в резонансной флуоресценции [29,30].

В данной работе мы дали строгое и детальное рассмотрение коллективного спонтанного излучения из систем двух двухуровневых атомов с многофотонными переходами в идеальном резонаторе. Характеристики динамики фотонов и статистики фотонов вычислены. Показано, что такие интересные квантовые эффекты, как самоиндуцированные осцилляции Раби, пленения излучения, ограниченные сверхизлучения /в случае m = 1/, субизлучения /в случае m≥2/ и антигруппировка фотонов /в случае m = 1/, возможны. Рассмотрев влияние кооперативности и многофотонности на поведение излучения, показали, что уменьшаются характерные времена, возможности и значения антигруппировки фотонов. Замечено, что антисимметричность кривой излучения относительно времени пика есть особенность коллективного поведения. Влияние затуханий в резонаторе на динамику и статистику фотонов в системе будет обсуждаться в следующей работе.



ЛИТЕРАТУРА

1. Goy P., Raimond J.M., Gross M., Haroche S. Phys.Rev.Lett., 1983, 50, 1903.
2. Raimond J.M., Goy P., Gross M., Fabre C., Haroche S. Phys.Rev.Lett., 1982, 49, 117, 1924.
3. Kaluzny Y., Goy P., Gross M., Raimond J.M., Haroche S. Phys.Rev.Lett., 1983, 51, 1175.
4. Meschede D., Walther H., Mueller G. Phys.Rev.Lett., 1985, 54, 551.
5. Haroche S., Raimond J.M. Adv.Atom.Mol.Phys., 1985, 20, 347. Eds. D.R.Bates, B.Bederson (Academic Press, New York),1985.
6. Cummings F.W., Dorri Ali. Phys.Rev., 1983, A28, 2282.
7. Seke J. Phys.Rev., 1986, A33, 739.
8. Papadopoulos G.S. J.Phys., 1980, A13, 1423.
9. Van C.L. Act.Phys.Pol., 1985, A68, 647.
10. Deng Z. Opt.Commun., 1985, 54, 222.
11. Walls D.F. J.Phys., 1971, A4, 813.
12. Barnett S.M., Knight P.L. Optica Acta, 1984, 31, 435,1203.
13. Bloomfield L.A., Stoneman R.G., Gallagher T.F. Phys.Rev. Lett., 1986, 57, 2512.
14. Tavis M., Cummings F.W. Phys.Rev., 1969, 188, 692.
15. Bonifacio R., Preparata G. Phys.Rev., 1970, A2, 336.
16. Scharf G. Helv.Phys.Act., 1970, 43, 806.
17. Sebawe Abdalla M., Hassan S.S., Obada A.S. Phys.Rev., 1986, A34, 4869.
18. Buck B., Sukumar C.V. Phys.Lett., 1981, 83A, 211; J.Phys., 1984, A17, 885.
19. Singh S. Phys.Rev., 1982, A25, 3206.
20. Compagno G., Peng J.S., Persico F. Opt.Commun., 1986, 57, 415.
21. Jaynes E.T., Cummings F.W. Proc. IEEE, 1963, 51, 89.
22. Allen L., Eberly J.H. Optical Resonance and Two-Level Atoms (Willey, New York), 1975.
23. Bonifacio R., Schwendimann P., Haake F. Phys.Rev., 1971, A4, 302, 854.
24. Agarwal G.S. In: Springer Tracts in Modern Physics, No.70, Springer-Verlag, Berlin and New York, 1970.
25. Gross M., Haroche S. Phys.Rep., 1982, 93, 302.
26. Haroche S. In: New Trends in Atomic Physics, Proceedings of the Les Houches Summer School, Session 38, edited by G.Grynberg, R.Stora (North-Holland Publ., Amsterdam),1984, Part 1.
27. Loudon R. Rep.Progr.Phys., 1980, 43, 913.

28. Paul H. Rev.Mod.Phys., 1982, 54, 1061.
29. Agarwal G.S., Brown A.C., Narducci L.M., Vetry G. Phys. Rev., 1977, A15, 1613.
30. Anantha Lakshmi P., Agarwal G.S. Opt.Commun., 1984, 51, 425.
31. Agarwal G.S. J.Opt.Soc.Am., 1985, B2, 480.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 февраля 1987 года.



Шумовский А.С., Фам Ле Киен, Алискендеров Э.И. P17-87-119
Коллективное спонтанное излучение
в системе из двух атомов с многофотонными
переходами, находящихся в резонаторе

Вычислены характеристики коллективного спонтанного излучения в системе из двух двухуровневых атомов с многофотонными переходами. Показано, что кооперативность атомов и фотонная мультипликативность существенно влияют на поведение динамики и статистики излученных фотонов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

**Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987**

Перевод авторов

Shumovsky A.S., Fam Le Kien, Aliskenderov E.I. P17-87-119
Collective Spontaneous Emission from
a System of Two Atoms with Multiphoton
Transitions in a Cavity

Characteristics of the collective spontaneous emission of a system consisting of two two-level multiphoton-transition atoms excited in a lossless resonant cavity are calculated. The photon-multiplicity collective behaviour is found to affect the photon dynamics and statistics considerably.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

**Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987**