сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р17-86-792

В.Л.Аксенов, Р.Жакула*

РЕЛАКСАЦИЯ СОЛИТОНОВ В ЛЕГКООСНОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ С ПРИМЕСЯМИ

* Институт ядерных наук им. Б.Кидрича, Белград, СФРЮ

1986

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большое внимание уделяется экспериментальному изучению динамического поведения солитонов в низкоразмерных системах. В реальных соединениях солитоны связаны с термостатом и подвержены различным возмущениям. Поэтому исследование релаксационных процессов, которые определяют диссипацию энергии элементарных возбуждений, может дать важную информацию о вкладе солитонов в экспериментально наблюдаемые величины.

Обычно эффекты диссипации учитывают феноменологически, вводя в динамические уравнения коэффициенты затухания /1/. Систематическое рассмотрение релаксационных и кинетических свойств солитонов было предложено в работе /2/ на основе построения кинетического уравнения для функции распределения солитонов, взаимодействующих с линейными возбуждениями, образующими термостат. Кинетическое уравнение было построено на основе метода Н.Н.Боголюбова описания динамической системы, взаимодействующей с термостатом /3/.

Другим способом построения неравновесной термодинамики солитонов может служить метод неравновесного статистического оператора (НСО), развитый Д.Н.Зубаревым /4/. С помощью этого универсального и весьма компактного метода был решен широкий круг задач неравновесной термодинамики /5/.

Настоящая работа посвящена применению метода НСО для описания релаксационных процессов в системах с солитонами. Мы рассмотрим релаксацию солитона в одноосном ферромагнетике с анизотропией типа оси легкого намагничивания. В спектре возбуждений таких легкоосных ферромагнетиков помимо магнонов имеются огибающие магнитные солитоны, описываемые нелинейным уравнением Шредингера /6/. Контакт с термостатом в магнетиках обычно осуществляется через решетку благодаря магнитоупругому взаимодействию. При наличии последнего в легкоосном ферромагнетике также существуют солитонные возбуждения, в образовании которых участвуют не только магноны, но и фононы /7,8/. Вследствие этого следует ожидать, что такой магнитоупругий солитон не будет термализоваться и поэтому для описания установления термодинамического равновесия в системе необходимо учесть наличие примесей, которые всегда имеются в реальных соединениях. В данной работе рассмотрено влияние магнитной примеси на релаксацию солитона.

В разд. 1 введена модель и необходимые обозначения. В разд. 2 приведена схема описания релаксационных процессов в методе НСО и получены кинетические коэффициенты потоков энергии в модели. В разд.3 в приближении когерентных состояний получено выражение для времени релаксации солитона и обсуждается его зависимость от параметров модели и внешнего магнитного поля.

1. МОДЕЛЬ

Рассмотрим ферромагнитную цепочку с одноосной обменной анизотропией и магнитной примесью, т.е. цепочку, в которой один из магнитных атомов со спином S заменен магнитным атомом другого сорта со спином σ. Модельный гамильтониан запишем в виде:

$$H = -\mu_B h \sum_n{}' S_n^z - \frac{1}{4}\sum_{n\delta}{}' J(u_n - u_{n+\delta})[S_n^- S_{n+\delta}^+ + S_{n+\delta}^- S_n^+] -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{n\delta}{}' J^z(u_n - u_{n+\delta}) S_n^z S_{n+\delta}^z - \mu_B h \sigma_{n_0}^z - \sum_\delta V_z \sigma_{n_0}^z S_{n_0+\delta}^z - \tag{1}$$

$$-V\sum_\delta [\sigma_{n_0}^+ S_{n_0+\delta}^- + \sigma_{n_0}^- S_{n_0+\delta}^+] + \sum_n \left[\frac{p_n^2}{2m} + \frac{\kappa}{2}(u_n - u_{n-1})^2\right].$$

Первые шесть слагаемых в (1) описывают спиновую систему; штрих у знака суммы означает, что из суммирования исключен узел $n = n_0$, занятый примесью, взаимодействие которой с окружающими атомами описывается пятым и шестым слагаемыми. В (1) h — внешнее магнитное поле; $S_n^\pm$, S_n^z и $\sigma_{n_0}^\pm$, $\sigma_{n_0}^z$ — компоненты операторов спина атома на узлах n и n_0; $J(u_n - u_{n+\delta})$, $J^z(u_n - u_{n+\delta})$ и V, V_z — константы обменного взаимодействия ближайших спинов ($\delta = \pm 1$). Зависящие от атомных смещений u_n обменные интегралы J, J^z представим в приближенном виде:

$$J(u_n - u_{n+\delta}) \approx J_0 + J_1 \cdot (u_n - u_{n+\delta}),$$

$$J^z(u_n - u_{n+\delta}) \approx J_0^z + J_1^z \cdot (u_n - u_{n+\delta}),$$

где $J_1 = \partial J/\partial(u_n - u_{n+\delta})$; $J_1^z = \partial J^z/\partial(u_n - u_{n+\delta})$ — константы магнитоупругого взаимодействия, благодаря которому осуществляется прямой контакт спиновой системы с термостатом.

Последнее слагаемое в (1) описывает колебания атомов в гармоническом приближении; m — масса атома, p_n — импульс, сопряженный смещению u_n, κ — постоянная упругости.

В дальнейшем мы будем использовать гамильтониан (1) в бозевском представлении с помощью представления Гольштейна — Примакова

для спиновых операторов в виде:

$$S_n^+ = \sqrt{2S}\left(1 - \frac{1}{4S}B_n^+ B_n\right)B_n; \quad \sigma_{n_0}^+ = \sqrt{2\sigma}\left(1 - \frac{1}{4\sigma}a_{n_0}^+ a_{n_0}\right)a_{n_0},$$

$$S_n^- = \sqrt{2S}B_n^+\left(1 - \frac{1}{4S}B_n^+ B_n\right); \quad \sigma_{n_0}^- = \sqrt{2\sigma}a_{n_0}^+\left(1 - \frac{1}{4\sigma}a_{n_0}^+ a_{n_0}\right),$$

$$S_n^z = S - B_n^+ B_n; \qquad \sigma_{n_0}^z = \sigma - a_{n_0}^+ a_{n_0}$$

и канонического представления:

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_q \left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^{1/2}(b_q + b_{-q}^+)e^{inq}; \quad p_n = \frac{i}{\sqrt{N}}\sum_q \left(\frac{m\hbar\omega}{2}\right)^{1/2}(b_{-q}^+ - b_q)e^{inq},$$

где $\omega_q = 2\sqrt{\frac{\kappa}{m}}\left(1 - \cos\frac{q\ell}{2}\right)$, ℓ — постоянная решетки.

В бозевском представлении гамильтониан (1) запишем в виде

$$H = H_s + H_{s\ell} + H_{si} + H_\ell. \tag{2}$$

Гамильтониан H_s описывает спиновую систему

$$H_s = E_0 + \Delta\sum{}' B_n^+ B_n - J_0 S\sum_n{}' B_n^+(B_{n+1} + B_{n-1}) -$$

$$-J_0^z \sum_n{}' B_n^+ B_{n-1}^+ B_{n-1} B_n + \frac{J_0}{4}\sum_n{}'\{[(B_n^+)^2 + (B_{n-1}^+) + (B_{n-1}^+)^2]B_n B_{n-1} +$$

$$+ B_n^+ B_{n-1}^+ (B_{n-1}^2 + B_n^2)\}, \tag{3}$$

где $E_0 = -J_0 S^2 N - \mu_B h S N$, $\Delta = \mu_B h + 2S J_0^z$.

Гамильтониан $H_{s\ell}$ описывает магнитоупругое взаимодействие в простейшем, необходимом для описания спин-решеточной релаксации виде:

$$H_{s\ell} = \sum e^{iqn}(b_q + b_{-q}^+)[J_1 SF(\omega_q)(B_{n+1}^+ B_n + B_n^+ B_{n+1}) + J_1^z SF_z(\omega_q)B_n^+ B_n],$$

$$\text{где} \quad F(\omega_q) = \left[\frac{\hbar}{2m\omega_q N}\right]^{1/2}(1 - e^{iq\ell}); \quad F_z(\omega_q) = \left[\frac{\hbar}{2m\omega_q N}\right]^{1/2} 2i\sin q\ell. \tag{4}$$

Гамильтониан H_{si} описывает взаимодействие примеси с окружающими атомами:

$$H_{si} = E_i + \Delta_i a^+_{n_o} a_{n_o} + V_z \sigma(B^+_{n_o+1} B_{n_o+1} + B^+_{n_o-1} B_{n_o-1}) -$$

$$- 2V\sqrt{\sigma S}[a^+_{n_o}(B_{n_o+1} + B_{n_o-1}) + (B^+_{n_o+1} + B^+_{n_o-1}) a_{n_o}], \tag{5}$$

где $E_i = -2S\sigma V_z - \mu_B h\sigma$, $\Delta_i = \mu_B h + 2SV_z$.

Гамильтониан H_ℓ имеет стандартный вид:

$$H_\ell = \sum_q \hbar\omega_q (b^+_q b_q + \frac{1}{2}). \tag{6}$$

Эволюцию системы будем описывать в квазиклассическом приближении с помощью представления когерентных состояний /6,9,10/.

Зависящий от времени вектор состояний $|\Psi>$ подсистемы с гамильтонианом (3) представим в виде прямого произведения $|\Psi> = \prod_n |\beta_n>$ так, чтобы зависящие от времени комплексные числа β_n были собственными значениями операторов уничтожения B_n: $B_n|\Psi> = \beta_n|\Psi>$. Функционал $F(\beta,\beta^*) = <\Psi|H_s|\Psi>$ является гамильтоновой функцией в пространстве когерентных состояний и определяет уравнение движения для амплитуды β_n, которое в непрерывном пределе имеет вид уравнения Шредингера с кубической нелинейностью /6/. Односолитонное решение этого уравнения имеет вид:

$$\beta(x,t) = (2\delta_s)^{-1/2} \exp[ikx - \omega_s t - \phi] \operatorname{sech}[\frac{x - x_o - vt}{\ell\delta_s}], \tag{7}$$

где $k = \frac{\hbar v}{2SJ_o \ell^2}$, ℓ — постоянная решетки, ϕ — начальная фаза, x_o, $\delta_s = \frac{2SJ_o}{J^z_o - J_o}$ — положение центра, ширина и скорость солитона соответственно, $E_s = \hbar\omega_s$ — его энергия:

$$E_s = \Delta_A + \frac{\hbar^2 v^2}{4SJ_o\ell^2} - \frac{(J^z_o - J_o)^2}{4SJ_o}; \quad \Delta_A = \mu_B h + 2S(J^z_o - J_o). \tag{8}$$

Для гармонических фононов амплитуда когерентных состояний, соответствующая оператору уничтожения фононов $b_q(t)$, определяется выражением

$$\nu_q(t) = \nu_q \exp(-i\omega_q t). \tag{9}$$

Аналогично для примеси амплитуда когерентных состояний, соответствующая оператору уничтожения $a_{n_o}(t)$, определяется выражением

$$\alpha_{n_o}(t) = \alpha_i \exp(-i\Delta_i t/\hbar), \tag{10}$$

где

$$\alpha_i = \exp\{i[q(x_i - x_o) + \operatorname{arctg}(\frac{\lambda\pi\ell B\delta_s}{2v\sqrt{1 - (\frac{\lambda\pi\ell B\delta_s}{2v})^2}})]\},$$

$$B = \frac{4V\sqrt{\sigma S}}{\hbar} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\delta_s}} \operatorname{ch}^{-1}[\frac{x_i - x_o - vt}{\ell\delta_s}],$$

λ — численный множитель $\frac{1}{2} \le \lambda \le 1$; $|\alpha_i|^2 = 1$.

2. СПИН-РЕШЕТОЧНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ

Для изучения процессов релаксации в легкоосном ферромагнетике (2) воспользуемся методом НСО /4/. Предполагая магнитоупругое взаимодействие и взаимодействие с примесями слабыми, разделим (2) на две слабо взаимодействующие подсистемы: $H_1 = H_s + H_{s\ell}$ и $H_2 = H_\ell + H_{si}$. При этом мы полагаем, что примесь находится в равновесии с решеткой. Поскольку полный гамильтониан является интегралом движения, то при разбиении на подсистемы безразлично, куда отнести малую энергию взаимодействия. Если спиновая система находится в возбужденном состоянии, то каждая из подсистем имеет свою температуру: H_1 — спиновую $T_s = 1/\beta_s K_B$, H_2 — темперутуру решетки, которую будем полагать равной температуре термостата $T = 1/\beta K_B$.

Следуя общему методу /4/, построим статистический оператор

$$\rho = \frac{1}{Q}\exp(-M + \delta M) =$$

$$= \frac{1}{Q}\exp\{-(\beta_s H_1 + \beta H_2) + \int_{-\infty}^{0} (\beta_s - \beta)\dot{H}_1(t)\,dt\}. \tag{11}$$

Релаксационные уравнения получаются в результате усреднения с помощью (11) оператора потока энергии между подсистемами:

$$\dot{H}_1 = \frac{1}{i\hbar}[H_1, H]. \tag{12}$$

Оператор $\dot{H}_1$ содержит малый параметр, поэтому экспоненту в (11) можно разложить по δM, так что после усреднения по распределению (11) получаем релаксационное уравнение

$$\langle \dot H_1\rangle = (\beta_s-\beta)L = (\beta_s-\beta)\int\limits_{\substack{-\infty\\ \epsilon\to 0}}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\int\limits_0^1 d\lambda \langle e^{M\lambda}\dot H_1 e^{-M\lambda}\dot H_1(t)\rangle, \tag{13}$$

где $\langle\ldots\rangle$ означает усреднение по квазиравновесному распределению $\rho=\frac{1}{Q}e^{-M}$, L — кинетический коэффициент, который определяет время релаксации:

$$\tau = L^{-1}\langle H_1^2\rangle. \tag{14}$$

Таким образом, для получения времени релаксации нужно вычислить кинетический коэффициент (13). Рассмотрим поток энергии (12). В линейном приближении по взаимодействию между подсистемами имеем

$$\dot H_1 = \dot H_1^\ell + \dot H_1^i = \frac{1}{i\hbar}\{[H_{s\ell},H_\ell]+[H_s,H_{si}]\} \tag{15}$$

и соответственно

$$L = L_{\ell\ell}+L_{\ell i}+L_{i\ell}+L_{ii}.$$

Вычислим последовательно слагаемые в последнем выражении. Согласно (13)

$$L_{\ell\ell} = \int\limits_{\substack{-\infty\\ \epsilon\to 0}}^{0} e^{\epsilon t}\, dt\int\limits_0^1 d\lambda\langle e^{M\lambda}\dot H_1^\ell\, e^{-M\lambda}\dot H_1^\ell(t)\rangle. \tag{16}$$

В соответствии с (2)-(6) выберем оператор M в виде

$$M = \beta_s H_1+\beta H_2 \approx \gamma_s\sum_n B_n^+B_n + \sum_q\gamma_q b_q^+b_q + \gamma_i a_{n_o}^+ a_{n_o}, \tag{17}$$

где введены обозначения

$$\gamma_s=\beta_s\Delta,\quad \gamma_q=\beta\hbar\omega_q;\quad \gamma_i=\beta\Delta_i.$$

Вычисляя $\dot H_1$ с помощью (2)-(6), (15), учитывая соотношения

$$e^{M\lambda}b_qB_\ell^+B_me^{-M\lambda}=e^{-\lambda\gamma_q}b_qB_\ell^+B_m,$$

$$e^{M\lambda}b_{-q}^+B_\ell^+B_me^{-M\lambda}=e^{\lambda\gamma_q}b_{-q}^+B_\ell^+B_m,$$

проводя в (16) интегрирование по λ и используя перестановки типа

$$e^{\gamma_q}\langle b_{-q}^+B_n^+B_m\dot H_1^\ell(t)\rangle = \langle\dot H_1^\ell(t)\,b_{-q}^+B_n^+B_m\rangle,$$

$$e^{-\gamma_q}\langle b_qB_n^+B_m\dot H_1^\ell(t)\rangle=\langle\dot H_1^\ell(t)\,b_qB_n^+B_m\rangle,$$

получаем

$$\begin{aligned} L_{\ell\ell} = \sum_{qq'}\sum_{nm}\frac{h}{i\gamma_q}e^{i(nq+mq')}\int\limits_{\substack{-\infty\\ \epsilon\to 0}}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\,[\,&W(q)W(q')\langle\langle \hat A_{1n}\hat\phi_q|\hat A_{1m}(t)\hat\psi_{q'}(t)\rangle\rangle +\\ &+W(q)W_z(q')\langle\langle\hat A_{1n}\hat\phi_q|\hat A_{2m}(t)\hat\psi_{q'}(t)\rangle\rangle +\\ &+W_z(q)W(q')\langle\langle\hat A_{2n}\hat\phi_q|\hat A_{1m}(t)\hat\psi_{q'}(t)\rangle\rangle +\\ &+W_z(q)W_z(q')\langle\langle\hat A_{2n}\hat\phi_q|\hat A_{2m}(t)\hat\psi_{q'}(t)\rangle\rangle\,], \end{aligned} \tag{18}$$

где $W(q)=\omega_qF(\omega_q)J_1S$; $W_z(q)=\omega_qF_z(\omega_q)J_1^zS$.

В (18) введены обозначения для операторов

$$\hat\phi_q=b_q+b_{-q}^+;\quad \hat\psi_q=b_q-b_{-q}^+, \tag{19}$$

$$\hat A_{1n}=B_{n+1}^+B_n+B_n^+B_{n+1},\quad \hat A_{2n}=B_n^+B_n \tag{20}$$

и для запаздывающей коммутаторной функции Грина

$$\langle\langle A(0)|B(t)\rangle\rangle = \frac{1}{i\hbar}\theta(-t)\langle[A(0),B(t)]\rangle.$$

Проводя далее вычисления аналогичным образом, получаем $L_{\ell i} = L_{i\ell} = 0$ и

$$\begin{aligned} L_{ii} = &-\frac{i\hbar|c_1|^2}{\gamma_s-\gamma_i}\sum_{\substack{\lambda\delta\\ \mu\nu}}\int\limits_{\substack{-\infty\\ \epsilon\to 0}}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\langle\langle B^+_{n_o+\lambda+\delta}a_{n_o}|a^+_{n_o}(t)B_{n_o+\mu+\nu}(t)\rangle\rangle -\\ &-\frac{i\hbar c_1c_2^*}{\gamma_s-\gamma_i}\sum_{\lambda\delta\mu}\int\limits_{\substack{-\infty\\ \epsilon\to 0}}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\langle\langle B^+_{n_o+\lambda+\delta}a_{n_o}|a^+_{n_o}(t)B_{n_o+\mu}(t)\rangle\rangle -\\ &-\frac{i\hbar c_1^*c_2}{\gamma_s-\gamma_i}\sum_{\lambda\mu\nu}\int\limits_{\substack{-\infty\\ \epsilon\to 0}}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\langle\langle B^+_{n_o+\lambda}a_{n_o}|a^+_{n_o}(t)B_{n+\mu+\nu}(t)\rangle\rangle -\\ &-\frac{i\hbar|c_2|^2}{\gamma_s-\gamma_i}\sum_{\lambda\mu}\int\limits_{\substack{-\infty\\ \epsilon\to 0}}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\langle\langle B^+_{n_o+\lambda}a_{n_o}|a^+_{n_o}(t)B_{n_o+\mu}(t)\rangle\rangle -\\ &-i\hbar|c_3|^2\sum_{\lambda\mu\delta\nu}\int\limits_{\substack{-\infty\\ \epsilon\to 0}}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\langle\langle B^+_{n_o+\lambda}B_{n_o+\lambda+\delta}|B^+_{n_o+\mu+\nu}(t)B_{n_o+\mu}(t)\rangle\rangle + \text{э.с.}, \end{aligned} \tag{21}$$

где

$$c_1 = \frac{J_0 VS\sqrt{\sigma S}}{i\hbar}, \quad c_2 = -\frac{(\mu_B h + 2SJ_0^z) V\sqrt{\sigma S}}{i\hbar}, \quad c_3 = \frac{JV^z\sigma S}{i\hbar}.$$

Итак, для вычисления кинетических коэффициентов (18), (21) необходимо знать входящие в них функции Грина.

Полученные выражения позволяют описать спин-решеточную релаксацию в системе (2). Спиновая подсистема (3) характеризуется двумя типами элементарных возбуждений — магнонами и спиновыми комплексами, которые представляют собой связанные состояния магнонов. При $n \gg 1$ спиновый комплекс является магнитным солитоном. Далее мы используем развитый в этом разделе аппарат для изучения релаксации магнитного солитона в системе (2).

3. РЕЛАКСАЦИЯ СОЛИТОНА

Согласно (14) для вычисления времени релаксации солитона необходимо знать кинетические коэффициенты (18), (21). Рассмотрим сначала $L_{\ell\ell}$ (18). При вычислении временных корреляционных функций в представлении когерентных состояний нужно учитывать упорядочение операторов по времени [12,13], которое для двухвременных функций Грина выполняется автоматически из-за наличия θ-функции. Поэтому

$$\langle\langle A(0) \mid B(t) \rangle\rangle_{coh} = \frac{1}{i\hbar}\theta(-t)\langle A(0)\, B(t)\rangle_{coh}, \tag{22}$$

где $\langle \ldots \rangle_{coh}$ означает термодинамическое среднее со статистическим оператором $\rho = Q^{-1} e^{-M}$ в представлении когерентных состояний. Для оператора вида (17) корреляторы в (18) распадаются:

$$\langle \hat{A}_{in}\hat{\phi}_q \hat{A}_{jm}\hat{\psi}_{q'}(t)\rangle_{coh} = \langle \hat{\phi}_q \hat{\psi}_{q'}(t)\rangle_{coh}\, \langle \hat{A}_{in}\hat{A}_{jm}(t)\rangle_{coh},$$

где $i, j = 1,2$.

Вычисляя средние для фононных операторов, следуя [14], получаем

$$\langle \hat{\phi}_q \hat{\psi}_{q'}(t)\rangle_{coh} = -\delta_{q,-q'}\,(e^{i\omega_{q'}t} + 2in_{q'}\sin\omega_{q'}t),\tag{23}$$

$n_{q'} = [-1 + \exp(\frac{\hbar\omega_{q'}}{\theta})]^{-1}$ — среднее число фононов с квазиимпульсом q'.

Корреляционные функции для спиновых операторов получаем в виде (см. приложение):

$$\langle \hat{A}_{in}\hat{A}_{jm}(t)\rangle = \bar{A}_{in}\bar{A}_{jm}(t)\, e^{-2\gamma_s},\tag{24}$$

где

$$\bar{A}_{1n}(t) = \beta^*_{n+1}(t)\,\beta_n(t) + \beta^*_n(t)\,\beta_{n+1}(t), \quad A_{2n}(t) = \beta^*_n(t)\,\beta_n(t).\tag{25}$$

В непрерывном пределе, пренебрегая дисперсией, получаем

$$\bar{A}_{1n}(t) = 2\bar{A}_{2n}(t) = 2|\beta(x,t)|^2.\tag{25a}$$

Подставляя (23), (24), (25a) в (18), получаем кинетический коэффициент в виде

$$L_{\ell\ell} = e^{-2\gamma_s}\sum_q \frac{|2W(q) + W_z(q)|^2}{\gamma_q}\int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\epsilon t}\,(e^{i\omega_q t} + 2in_q\sin\omega_q t)\,\times$$
$$\times \frac{1}{\ell^2}\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{+\infty}dy\, |\beta(x,t)|^2\,|\beta(y,0)|^2,\tag{26}$$

где $\beta(x,t)$ определяется выражением (7).

$$L_{\ell\ell} = e^{-2\gamma_s}\sum_q \frac{|2W(q) + W_z(q)|^2(\pi q\ell\delta_s)^2}{2\gamma_q\,\mathrm{sh}^2(\frac{\pi q\ell\delta_s}{2})}[(1+n_q)\,\delta(qv-\omega_q) - n_q\delta(qv+\omega_q)].\tag{27}$$

Из (27) следует, что кинетический коэффициент $L_{\ell\ell}$ отличен от нуля только при скоростях солитона $v = \pm\,\omega_q/q$. В приближении упругой среды имеем $\omega_q = c_0 q$, где c_0 — скорость звука. Это означает, что скорость движения магнитного солитона в упругой среде ограничена скоростью звука.

Рассмотрим кинетический коэффициент L_{ii} (21). Используя (22) и действуя как и в предыдущем случае, получаем в непрерывном пределе и без учета дисперсии

$$L_{ii} = \frac{4E^4 e^{-(\gamma_s+\gamma_i)}}{\hbar^2(\gamma_i-\gamma_s)}\int_{-\infty}^{0}dt\, e^{\epsilon t}\,\theta(-t)\,[a_i\, a_i^*(t)\,\beta^*(x_i,0)\,\beta(x_i,t) + \text{э.с.}] -$$
$$-4\left[\frac{JV^z\sigma S}{2i\hbar}\right]^2 e^{-2\gamma_s}\int_{-\infty}^{0}dt\, e^{\epsilon t}\,\theta(-t)\,[\,|\beta_i(0)|^2\,|\beta_i(t)|^2 + \text{э.с.}],\tag{28}$$

где введено обозначение

$$E^2 = V\sqrt{\sigma S}\,[\mu_B h - S(J_0 - 2J_0^z)]. \qquad (29)$$

Используя (7), (10) и ограничиваясь первым слагаемым в (28), получаем

$$L_{ii} = \frac{4E^4 e^{-(\gamma_i+\gamma_s)}}{\hbar^2(\gamma_i-\gamma_s)\delta_s}\int_{-\infty}^{0}\frac{dt\, e^{\varepsilon t}\cos[\frac{(\Delta_i-\sigma_s)t}{\hbar}]}{\mathrm{ch}(\frac{x_i-x_o}{\ell\delta_s})\,\mathrm{ch}(\frac{x_i-x_o-vt}{\ell\delta_s})}. \qquad (28a)$$

Интегрирование в (28а) проведем отдельно для скорости солитона $v = 0$ и $v \neq 0$. В случае $v = 0$ получаем точный результат

$$L_{ii}(v=0) = \frac{4\pi E^4 e^{-(\gamma_i+\gamma_s)}}{\hbar(\gamma_i-\gamma_s)\delta_s}\;\frac{\delta(\Delta_i - E_s^{(0)})}{\mathrm{ch}^2(\frac{x_i-x_o}{\ell\delta_s})}. \qquad (30)$$

В случае $v \neq 0$ получаем приближенное выражение при $x_i \to x_o$

$$L_{ii}(v\neq 0) = \frac{2\pi\lambda\ell E^4 e^{-(\gamma_i+\gamma_s)}}{\hbar^2(\gamma_i-\gamma_s)\,v}\cdot\frac{1}{\mathrm{ch}^2(\frac{x_i-x_0}{\ell\delta_s})\,\mathrm{ch}(\frac{\pi\ell(\Delta_i-E_s)\delta_s}{2\hbar v})}, \qquad (31)$$

где λ — численный параметр: $1/2 \leq \lambda \leq 1$.

Теперь усредним кинетические коэффициенты (30), (31) по начальным положениям солитона: $\bar{L}_{ii} = \frac{1}{\ell_o}\int_{-\infty}^{+\infty} dx_o L_{ii}(x_o, v)$. В результате получаем для нулевой скорости

$$\bar{L}_{ii}(v=0) = \frac{8\pi E^4 e^{-(\gamma_i+\gamma_s)}}{\hbar(\gamma_i-\gamma_s)}\,\delta(E_s^{(o)} - \Delta_i). \qquad (32)$$

и для произвольных скоростей

$$\bar{L}(v) = \frac{4\pi E^4 \ell\delta_s\lambda\, e^{-(\gamma_s+\gamma_i)}}{\hbar^2(\gamma_i-\gamma_s)v_*}\,\mathrm{ch}^{-1}\frac{\pi\ell\delta_s(E_s-\Delta_i)}{2\hbar v}. \qquad (33)$$

Кинетический коэффициент (33) соответствует солитону с заданной скоростью v или, иначе, солитонной моде с волновым числом k (см. (7)). Для вычисления времени релаксации по формуле (14) усредним кинетический коэффициент по возможным скоростям солитона, используя распределение Максвелла:

$$\bar{L} = \frac{\sqrt{2m^*/\pi\theta_s}}{D(c_o\sqrt{m^*/2\theta_s})}\int_0^{c_o} e^{-m^*v^2/2\theta_s}\,\bar{L}(v)\,dv, \qquad (34)$$

где $D(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{-z} e^{-t^2}dt;\quad z = c_o\sqrt{\frac{m^*}{2\theta_s}}$, θ_s — спиновая температура, введенная в начале 2 раздела. В результате получаем

$$L = \frac{16\pi\lambda\ell\delta_s E^4 e^{-(\gamma_i+\gamma_s)}}{\hbar^2(\gamma_i-\gamma_s)D\cdot\sqrt{\pi\theta_s/2m^*}}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n E_1[(1+2n)\eta], \qquad (35)$$

где $\eta = \frac{\pi\ell\delta_s|E_s-\Delta_i|}{2\hbar c_o}$; $E_1[\ldots] = \int_1^{\infty}\frac{d\xi}{\xi}e^{-(1+2n)\eta\xi}$.

Чтобы использовать формулу (14), нам нужно вычислить среднюю энергию $\langle H_1^2\rangle$. Заметим, что ввиду малости магнитоупругого взаимодействия основной вклад в величину $\langle H_1^2\rangle$ дает чисто магнитная часть, поэтому $\langle H_1^2\rangle \approx \langle H_s^2\rangle$. Используя (3) и вычисляя термодинамические средние в представлении когерентных состояний, получаем

$$\begin{aligned}\langle H_s^2\rangle_{coh} \approx e^{-\gamma_s}\sum_n[&(\Delta^2 + 2J_o^2S^2)\beta_n^*\beta_n - 2S\Delta J_o\beta_n^*(\beta_{n+1}+\beta_{n-1}) + \\ &+ S^2J_o^2(\beta_{n+1}^*\beta_{n-1} + \beta_{n-1}^*\beta_{n+1})] + \\ &+ e^{-2\gamma_s}[\sum_{nn'}(\Delta - 2SJ_o)^2\beta_n^*\beta_n\beta_{n'}^*\beta_{n'} + \sum_n \mathcal{E}_o\beta_n^*\beta_n^*\beta_n\beta_n],\end{aligned} \qquad (36)$$

где

$$\mathcal{E}_0 = (J_0 - J_0^z)(4\Delta - J_0^z - 8SJ_0) + \frac{3}{2} J_0^2 .$$

В (36) в последнем слагаемом отброшены малые члены, обусловленные дисперсией. Переходя к непрерывному пределу и используя (7), получаем

$$\langle H_s^2 \rangle_{coh} = [(\Delta - 2J_0 S)^2 + 2SJ_0(\Delta - J_0)(\frac{\hbar^2 v^2}{4S^2 J_0^2} + \frac{1}{3\delta_\ell^2})] e^{-\gamma_s} + \tag{37}$$

$$+ [(\Delta - 2SJ_0)^2 + \frac{\mathcal{E}_0}{3\delta_s}] e^{-2\gamma_s} .$$

Проводя усреднение по скоростям аналогично (34), получаем

$$\overline{\langle H_s^2 \rangle} = e^{-\gamma_s} [(\Delta - 2J_0 S)^2 + \frac{2J_0 S(\Delta - J_0)}{3\delta_s^2} +$$

$$+ \frac{\hbar^2 (\Delta - J_0)\theta_s}{2SJ_0 \ell^2 m^*} [1 - c_0 \sqrt{\frac{2m^*}{\pi\theta_s}} D^{-1} e^{-m^* c_0^2/2\theta_s}]] + \tag{38}$$

$$+ [(\Delta - 2SJ_0)^2 + \frac{\mathcal{E}_0}{3\delta_s}] e^{-2\gamma_s} .$$

Используя (14), (35), (38), получаем выражение для времени релаксации магнитного солитона, взаимодействующего с магнитной примесью. Оставляя главные члены, получаем приближенное выражение для качественного анализа:

$$\tau = \frac{\hbar^2(\gamma_i - \gamma_s) D \sqrt{\frac{\pi\theta_s}{2m^*}} e^{\gamma_i} (\Delta - 2SJ_0)^2 [1 + e^{-\gamma_s}]}{4\sigma S V^2 [S(J_0 - 2J_0^z) - \mu_B h]^2 \pi \ell \delta_s a} , \tag{39}$$

где $a = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n E_1[(1+2n)\eta]$ — численный множитель.

Выражение (39) или в общем виде выражения (14), (35), (38) показывают зависимость времени релаксации магнитного солитона от параметров модели, температуры внешнего магнитного поля.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Как показывают результаты предыдущего раздела, взаимодействие магнитного солитона с фононами, описываемое гамильтонианом (4), не приводит к диссипации энергии солитона, если скорость его движения меньше скорости звука в цепочке. Другими словами, магнитоупругое взаимодействие ограничивает скорость движения устойчивого магнитного солитона скоростью звука. Этот результат согласуется с прямым учетом магнитоупругого взаимодействия в уравнениях движения, в результате чего появляется магнитоупругий солитон, скорость которого ограничена скоростью звука [7].

Если скорость движения солитона меньше скорости звука, то его термализация в решетке может происходить за счет взаимодействия с примесью. Время релаксации в этом случае определяется приближенным выражением (39).

Из этого выражения следует,например,что величина τ/h^2 при увеличении магнитного поля h сначала резко уменьшается до некоторого значения, а затем начинает возрастать, т.е. показывает заметный минимум. Такого типа поведение величины наблюдалось для времени ядерной спин-решеточной релаксации в квазиодномерном соединении ТММС с примесями меди и кадмия [15]. Эта система описывается синус-уравнениями Гордона и имеет солитоны типа кинка. Нам не известны эксперименты с огибающими солитонами в магнитных системах, но, по-видимому, этот результат не зависит от типа солитона.

Подобного типа исследования можно было бы провести с соединениями типа СМАС $(C_6H_{11}NH_3)CuCl_3$, в которых недавно методом ферромагнитного резонанса были обнаружены огибающие солитоны [16,17]. Время релаксации магнитного солитона можно измерить и в экспериментах по рассеянию нейтронов, поскольку время релаксации связано прямым образом с полушириной поперечной восприимчивости.

Авторы выражают благодарность Д.Н.Зубареву и Д.Пушкарову за многочисленные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем вспомогательные выражения для вычисления корреляционных функций (24) в представлении когерентных состояний. Рассмотрим коррелятор

$$\langle B_{n+1}^+(0) B_n(0) B_m^+(t) B_m(t) \rangle_{coh} = Sp\{B_{n+1}^+(0) B_n(0) B_m^+(t) B_m(t) \rho\}. \tag{П.1}$$

Представим матрицу плотности с помощью

$$\rho = \prod_{\ell} |\beta_\ell\rangle\langle\beta_\ell| \; \frac{e^{-\gamma_s B_\ell^+ B_\ell}}{Q_\ell}, \qquad (\text{П.2})$$

где

$$Q_B = \prod_{\ell} e^{-|\beta_\ell|^2 (1 - e^{-\gamma_s})}; \quad \gamma_s = \frac{\Delta}{\theta_s}, \qquad (\text{П.3})$$

В этом случае (П.1) можно написать в виде

$$\langle B^+_{n+1}(0)\, B_n(0)\, B^+_m(t)\, B_m(t)\rangle_{coh} =$$

$$= \prod_{\ell \neq n+1,n,m} \frac{1}{Q_B} \int \frac{d^2\alpha_\ell}{\pi} \langle\alpha_\ell|\beta_\ell\rangle\langle\beta_\ell| e^{-\gamma_s B_\ell^+ B_\ell} |\alpha_\ell\rangle \times$$

$$\times \int \frac{d^2\alpha_{n+1}}{\pi} \langle\alpha_{n+1}| B^+_{n+1}(0) |\beta_{n+1}\rangle\langle\beta_{n+1}| e^{-\gamma_s B^+_{n+1} B_{n+1}} |\alpha_{n+1}\rangle \times \qquad (\text{П.4})$$

$$\times \int \frac{d^2\alpha_n}{\pi} \langle\alpha_n| B_n(0) |\beta_n\rangle\langle\beta_n| e^{-\gamma_s B^+_n B_n} |\alpha_n\rangle \times$$

$$\times \int \frac{d^2\alpha_m}{\pi} \langle\alpha_m| B^+_m(t)\, B_m(t) |\beta_m\rangle\langle\beta_m| e^{-\gamma_s B^+_m B_m} |\alpha_m\rangle .$$

Учитывая, что

$$B_m(t)\,|\beta_m\rangle = \beta_m(t)\,|\beta_m\rangle, \qquad \langle\alpha_m|\, B^+_m(t) = \langle\alpha_m|\,\alpha^*_m(t), \qquad (\text{П.5})$$

а также

$$\langle\alpha_k|\beta_k\rangle = e^{\alpha^*_k \beta_k - \frac{|\alpha_k|^2 + |\beta_k|^2}{2}},$$

$$\langle\beta_k| e^{-\gamma_s B^+_k B_k} |\alpha_k\rangle = e^{(e^{-\gamma_s}\beta^*_k)\alpha_k - \frac{|\alpha_k|^2 + |\beta_k|^2}{2}}, \qquad (\text{П.6})$$

получаем после вычисления интегралов по когерентным амплитудам (см., например, [9])

$$\langle B^+_{n+1}(0)\, B_n(0)\, B^+_m(t)\, B_m(t)\rangle_{coh} = \prod_{\ell \neq n+1,n,m} \frac{1}{Q} I_{n+1}\, I_n\, I_\ell\, I_m(t), \qquad (\text{П.7})$$

где

$$I_\ell = e^{-|\beta_\ell|^2 (1 - e^{-\gamma_s})},$$

$$I_{n+1} = e^{-\gamma_s}\, \beta^*_{n+1}(0)\, e^{-|\beta_{n+1}|^2 (1 - e^{-\gamma_s})},$$

$$I_n = \beta_n(0)\, e^{-|\beta_n|^2 (1 - e^{-\gamma_s})}, \qquad (\text{П.8})$$

$$I_m = \beta_m(t)\, \beta^*_m(t)\, e^{-\gamma_s}\, e^{-|\beta_m|^2 (1 - e^{-\gamma_s})}.$$

Подставляя (П.8) в (П.7) и учитывая значение нормировочного множителя $Q_B = \prod_{\ell} \exp[-|\alpha_\ell|^2 (1 - e^{-\gamma_s})]$, получаем

$$\langle B^+_{n+1}(0)\, B_n(0)\, B^+_m(t)\, B_m(t)\rangle_{coh} = e^{-2\beta_s} \beta^*_{n+1}(0)\, \beta_n(0)\, \beta^*_m(t)\, \beta_m(t). \qquad (\text{П.9})$$

Таким же образом вычисляются остальные корреляционные функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Солитоны в действии. Ред. К.Лонгрен и Э.Скотт. М.: Мир, 1981.
2. Барьяхтар В.Г. и др. — В кн.: II Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики, Д17-81-758. Дубна: ОИЯИ, 1981, с.417.
3. Боголюбов Н.Н.-ЭЧАЯ, 1978, т.9, с.501.
4. Зубарев Д.Н. Неравновесная статистическая термодинамика. М.: Наука, 1971.
5. Зубарев Д.Н. — В кн.: Итоги науки и техники. Современные проблемы математики, М.: ВИНИТИ, 1980, т.15, с.131.
6. Pushkarov D.I., Pushkarov Kh.I. — Phys.Lett. A, 1977, 61, p.339.
7. Pushkarov D.I., Pushkarov Kh.I. — phys. stat. sol. (b), 1977, 81, p.703.
8. Pushkarov D.I., Pushkarov Kh.I. International Report, IC/77/142, ICTP, Trieste, 1977.
9. Glauber R.J. — Phys.Rev., 1963, 131, c.2766.
10. Кислуха Н.И. — УФЖ, 1982, 27, с.1499.
11. Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев: Наукова думка, 1983.
12. Agarwal G.S., Wolf E. — Phys.Rev.D., 1970, 2, p.2206.
13. Wojtczak L., Sukiennicki A. — Z.Phys.B, 1982, 47, p.223.
14. Давыдов А.С. Солитоны в молекулярных системах. Киев: Наукова думка, 1984.
15. Benner H. et. al. — JMMM, 1983, 31-34, p.1233.

16. Phaff A.C. et al. — J.Phys.C., 1984, 17, p.2583.
17. Hogerbeets R., et al. — J.Phys. C, 1984, 17, p.2595.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 декабря 1986 года.

Аксенов В.Л., Жакула Р. P17-86-792
Релаксация солитонов в легкоосном ферромагнетике с примесями

Исследуется бесконечная ферромагнитная цепочка спинов, описываемая гамильтонианом Гейзенберга с анизотропным объемом. Методом неравновесного статистического оператора Д.Н.Зубарева вычислено время релаксации огибающего солитона, взаимодействующего с фононами и магнитной примесью. Получена зависимость времени релаксации от параметров модели, температуры и внешнего магнитного поля.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Aksenov V.L., Zakula R. P17-86-792
Soliton Relaxation in Easy-Exis Ferromagnet with Impurities

An infinite ferromagnetic chain of spins described by the Heisenberg Hamiltonian with anisotropic exchange interaction is studied. The time of envelope-soliton relaxation owing to interactions with phonons and magnetic impurities is calculated, and its dependence on external magnetic field and on model parameters is obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986