

объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

P17-86-77

Н.С.Тончев, Н.М.Плакида

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ  
В ТОЧНО РЕШАЕМОЙ МОДЕЛИ  
СТРУКТУРНОГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

Направлено в журнал "Теоретическая  
и математическая физика"

1986

## Введение

В недавних работах<sup>/1,2/</sup> изучалась квантовая точно решаемая модель, описывающая структурный фазовый переход ферродисторсионного типа. В классическом пределе эта модель впервые изучалась Шнейдером, Шголом и Беком<sup>/3/</sup>. Замечательным ее свойством является возможность получить точное решение для всех размерностей пространства  $d$ , даже в присутствии внешнего поля<sup>/1,2/</sup>.

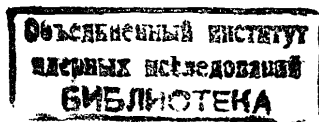
Интерес к квантовым критическим явлениям в последнее время непрерывно возрастает (см., например, работы<sup>/4-6/</sup> и цитируемую там литературу). Заметим, что результаты в этой области, полученные в рамках точно решаемых модельных систем, чрезвычайно редки. Модель, рассматриваемая в<sup>/1,2,3/</sup>, сочетает в себе относительную простоту с возможностями точного описания большинства основных черт, свойственных теории фазовых переходов: зависимость критического поведения от размерности пространства, наличие области по температуре  $T$  с развитыми статистическими и квантовыми флуктуациями и т.д. Доказательство точной решаемости модели в классическом<sup>/1/</sup>, промежуточном и квантовом<sup>/2/</sup> режимах основано на методе аппроксимирующего гамильтониана (см. об этом методе, например, в<sup>/7/</sup>). В работах<sup>/1,2/</sup> исследованы фазовые переходы по температуре  $T$  и параметру квантовости  $\lambda$ . На примере вычисления восприимчивости в<sup>/2/</sup> показана справедливость правила размерного кроссовера, согласно которому критические поведения квантовой  $d$ -мерной системы при  $T_{кр} = 0$  и классической  $(d+1)$ -мерной системы эквивалентны. Заметим, что, как показали исследования, основанные на методах ренормгруппы, это свойство является общей закономерностью в теории структурных переходов<sup>/4,6/</sup>.

В работах<sup>/1,2/</sup> исследовались преимущественно случай  $T \geq T_{кр}$  (в классическом и промежуточном режиме) и  $\lambda \geq \lambda_{кр}$  (в квантовом режиме). В данной работе получено уравнение состояния для этой модели при  $T < T_{кр}$  или  $\lambda < \lambda_{кр}$  и исследовано её термодинамическое поведение.

### 1. Модельная система

Запишем гамильтониан модели с учетом действия однородного "внешнего поля":

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_e \left( \frac{P_e^2}{m} - A Q_e^2 \right) + \frac{1}{4} \sum_{ee'} \Phi(e-e') (Q_e - Q_{e'})^2 +$$



$$+ \frac{B}{4N} \left( \sum_{\ell} Q_{\ell}^2 \right)^2 - \sqrt{m} \hbar \sum_{\ell} Q_{\ell}, \quad (1)$$

где  $Q_{\ell}$  и  $P_{\ell}$  — операторы смещения и импульса частицы с массой  $m$ , находящейся в  $\ell$ -м узле  $d$ -мерной решетки. Параметр  $\Delta = m v_0^2 > 0$  определяет частоту неустойчивой в гармоническом приближении оптической моды, ответственной за фазовый переход. Гармоническая силовая постоянная  $\Phi(e-e')$  определяет короткодействующее взаимодействие частиц в  $d$ -мерной решетке, а "константа"  $B/N$  моделирует бесконечно слабое (при числе частиц  $N \rightarrow \infty$ ) ангармоническое взаимодействие, радиус которого бесконечен.

В представлении нормальных координат гамильтониан (1) имеет следующий вид:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \sum_{\ell} (|P_{\ell}|^2 + \omega_q^2 |Q_{\ell}|^2) + \frac{b}{4N} \left( \sum_{\ell} |Q_{\ell}|^2 \right)^2 - \hbar \sqrt{N} Q_0, \quad (2)$$

где  $Q_{\ell}$  и  $P_{\ell}$  — фурье-компоненты операторов  $Q_i$  и  $P_i$  соответственно. Частота гармонических фононов

$$\omega_q^2 = -v_0^2 + (1/m) [\hat{\Phi}(0) - \hat{\Phi}(q)] \approx -v_0^2 + c^2 q^2,$$

где длинноволновое приближение не является принципиальным, но значительно упрощает вычисления. Константа ангармонизма  $b = B/m^2 = v_0^4/4E_0$ , где  $E_0$  — высота барьера в двухъямном потенциале. Квантовые свойства модели характеризуются параметром  $\lambda = \hbar v_0/4E_0$ . Видно, что  $\lambda$  велико и квантовые эффекты важны не только при большой энергии нулевых колебаний  $\hbar v_0$ , но и при малом  $E_0$ . В качестве аппроксимирующего вместо модельного гамильтониана (2) в работах <sup>/1,2/</sup> был предложен следующий псевдогармонический гамильтониан:

$$\mathcal{H}_0(\Delta) = \frac{1}{2} \sum_{\ell} (|P_{\ell}|^2 + v_0^2 \Omega_q^2(\Delta) |Q_{\ell}|^2) - N E_0 (\Delta+1)^2 - \hbar \sqrt{N} Q_0, \quad (3)$$

где пробная частота

$$\Omega_q^2(\Delta) \equiv \Omega_q^2 = \omega_q^2/v_0^2 + (1+\Delta) = \Delta + s^2 q^2, \quad s^2 \equiv c^2/v_0^2,$$

определяется зависящей от температуры щелью:

$$\Delta+1 = \frac{\lambda}{N} \sum_{\ell} \frac{1}{2\Omega_q} \text{cth} \frac{\lambda \Omega_q}{2t} + \frac{\hbar^2}{4E_0 v_0^2 \Delta^2}. \quad (4)$$

Следующее равенство (доказательство см. в <sup>/1,2/</sup>) устанавливает, что модель (1) является точно решаемой в том смысле, что

$$\lim_{N \rightarrow \infty} f_N[\mathcal{H}] \equiv f(h, t) = \max_{\Delta \in [0, \infty)} \left\{ \lim_{N \rightarrow \infty} f_N[\mathcal{H}_0(\Delta)] \right\} = \frac{S_d}{\alpha^d} \int_0^{x_D} dx \ln \left[ 2 \text{sh} \frac{\lambda \sqrt{x^2 + \bar{\Delta}}}{2t} \right] x^{d-1} - \frac{1}{4} (1 + \bar{\Delta})^2 + \frac{\hbar^2}{8E_0 v_0^2 \bar{\Delta}}. \quad (5)$$

В (5)  $f_N[\Gamma] = -(t/N) \ln \text{Tr} e^{-\Gamma/t}$  — плотность термодинамического потенциала,  $t = T/4E_0$  — безразмерная температура и  $\bar{\Delta}$  — решение уравнения самосогласования:

$$\Delta+1 = \frac{\lambda S_d}{2 \alpha^d} \int_0^{x_D} dx \frac{x^{d-1}}{\sqrt{\Delta+x^2}} \text{cth} \frac{\lambda \sqrt{\Delta+x^2}}{2t} + \frac{\hbar^2}{4E_0 v_0^2 \Delta^2}. \quad (6)$$

Кроме того, использованы следующие обозначения (подробности см. в <sup>/1,2/</sup>):  $S_d = 2(\pi)^{d/2} / \Gamma(d/2)$  — поверхность единичной  $d$ -мерной сферы и  $x_D = \alpha(d/S_d)^{1/d}$ ,  $\alpha = 2\pi^{1/2}/a$  ( $a^d$  — объем элементарной ячейки кристалла).

## 2. Анализ уравнения самосогласования

### А. Классический предел

В классическом пределе  $\lambda = 0$ , уравнение (6) приобретает следующий вид:

$$\Delta+1 - \frac{\hbar^2}{4E_0 v_0^2 \Delta^2} = \frac{t}{t_{кр}} g_d^{кн}(\Delta), \quad (7)$$

где введены критическая температура  $t_{кр} = (d-2)\alpha^d/S_d x_D^{d-2}$  и функция

$$g_d^{кн}(\Delta) = (d-2) \int_0^1 dx \frac{x^{d-1}}{x_D^{-2} \Delta + x^2}. \quad (8)$$

Интеграл в (8) нетрудно вычислить для произвольного  $d$ . Видно, что  $g_d^{кн}(\Delta)$  — монотонно убывающая функция  $\Delta$  для любого  $\Delta \in [0, \infty)$  и что  $g_{d/2}^{кн}(0) = 1$ ,  $g_{d < 2}^{кн}(0) = \infty$ . Следовательно, если  $\hbar = 0$ , для любого  $d > 2$  существует температура  $t = t_{кр} \neq 0$ , при которой уравнение (7) имеет решение  $\bar{\Delta}(t_{кр}) = 0$ , т.е. в системе появляется мягкая

мода  $\Omega_{q \rightarrow 0}(\bar{\Delta}(t_{кр})) \rightarrow 0$  и имеет место фазовый переход (см. /1,2,3/). Рассмотрим теперь уравнение (7) при  $h \neq 0$  и  $t < t_{кр}$ . Для любого  $d > 2$  уравнение (7) имеет единственное решение  $\bar{\Delta}(h)$ , которое стремится к нулю при  $h \rightarrow 0$ . Заметим, что аналогичное поведение ниже  $T_{кр}$  имеет решение перевального уравнения в теории сферической модели (см., например, /8/). Следовательно, ниже  $t_{кр}$  для  $\bar{\Delta}(0)$  всегда получаем  $\bar{\Delta}(0) = 0$ .

Б. Квантовый предел

В квантовом пределе  $t=0$  уравнение (6) записывается в виде

$$\Delta + 1 - \frac{h^2}{4E_0 v_0^2 \Delta^2} = \frac{\lambda}{\lambda_{кр}} g_d^{кв}(\Delta), \quad (9)$$

где введены критическое значение параметра квантовости  $\lambda_{кр} = 2(d-1)\alpha^d/S_d X_D^{d-1}$  и функция

$$g_d^{кв}(\Delta) = (d-1) \int_0^1 dx \frac{x^{d-1} dx}{(x_D^{-2} \Delta + x^2)^{1/2}}. \quad (10)$$

Здесь тоже  $g_d^{кв}(\Delta)$  — монотонно убывающая функция  $\Delta$  для любого  $\Delta \in [0, \infty)$  и  $g_d^{кв}(0) = 1$ . Ситуация здесь аналогична классическому случаю  $\lambda = 0$ , с той лишь разницей, что имеет место фазовый переход по параметру квантовости  $\lambda$  /2/. Для значений  $\lambda \leq \lambda_{кр}$  всегда получаем  $\bar{\Delta}_\lambda(0) = 0$  \*. Отметим, что в отличие от классического случая фазовый переход имеет место и при  $d=2$  в соответствии с правилом размерного кроссовера (подробнее см. в /2,5,6/).

### 3. Параметр порядка и плотность свободной энергии

Для вычисления параметра порядка в изучаемой модели рассмотрим выражение

$$\chi^h = \langle Q_0 / \sqrt{N} \rangle_{\mathcal{H}(\Delta)}, \quad (11)$$

которое после вычисления термодинамического среднего  $\langle \dots \rangle_T = [\text{Tr} e^{-\Gamma/\tau}(\dots)] / [\text{Tr} e^{-\Gamma/\tau}]$  приобретает следующий вид:

$$\chi^h = h / v_0^2 \Delta. \quad (12)$$

\* Здесь и далее индекс  $\lambda$  означает, что соответствующие величины относятся к фазовому переходу по параметру  $\lambda$ .

Теперь для параметра порядка по теореме Гриффитса (см. /7/, стр. 112) получаем

$$\chi = \lim_{h \rightarrow 0^+} \lim_{N \rightarrow \infty} \langle \frac{Q_0}{\sqrt{N}} \rangle_{\mathcal{H}} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \lim_{N \rightarrow \infty} \langle \frac{Q_0}{\sqrt{N}} \rangle_{\mathcal{H}_0(\bar{\Delta})},$$

т.е. он существует только в смысле квазисредних Боголюбова. Далее, исключая  $\Delta = \bar{\Delta}$  из уравнений (7), (9) и (12), окончательно находим

$$\chi = \begin{cases} \text{sign } h \frac{2E_0^{1/2}}{v_0} \left(1 - \frac{t}{t_{кр}}\right)^{1/2} & \text{(классический предел),} \\ \text{sign } h \frac{2E_0^{1/2}}{v_0} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^{1/2} & \text{(квантовый предел).} \end{cases} \quad (13)$$

Следовательно, для критического индекса  $\beta$  параметра порядка как в классическом, так и в квантовом пределе получаем  $\beta = \beta_\lambda = 1/2$ . Этот результат не зависит от размерности пространства  $d$  (ср. с /8/). Из формулы (13) следует, что при переходе через  $h=0$  параметр порядка испытывает конечный разрыв. Такое поведение характерно для ряда ферромагнитных моделей /9,10/, в том числе и для сферической модели Берлина — Каца /8/. Оно свидетельствует о наличии фазового перехода первого рода по  $h$ . В этом случае термодинамический потенциал плотности свободной энергии  $F(x,t)$  получается из  $f(h,t)$  при помощи преобразования Лежандра /11/:

$$F(x,t) = \sup_{h \in \mathbb{R}} \{f(h,t) + hx\} = \max_{\Delta \in [0, \infty)} \left\{ \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{t}{N} \sum_q \ln \left( 2 \text{sh} \frac{\lambda \Omega_q}{2t} \right) \right] - \frac{1}{4} (1+\Delta)^2 + \frac{1}{2} v_0^2 \Delta x^2 \right\}. \quad (14)$$

Из условия максимума в (14) получаем уравнение для  $\bar{\Delta}$  (ср. с (6), (8) и (12)) в классическом и квантовом пределе соответственно:

$$1 + \Delta - \frac{v_0^2}{4E_0} x^2 = \begin{cases} \frac{t}{t_{кр}} g_d^{кв}(\Delta), \\ \frac{\lambda}{\lambda_{кр}} g_d^{кв}(\Delta). \end{cases} \quad (15)$$

Рассмотрим теперь поведение термодинамического потенциала

$$F(x,t) = t \frac{S_d}{\alpha^d} \int_0^{x_D} dx \ln \left[ 2 \text{sh} \frac{\lambda \Omega_q(\bar{\Delta})}{2t} \right] x^{d-1} - \frac{1}{4} (1+\bar{\Delta})^2 + \frac{1}{2} v_0^2 \bar{\Delta} x^2,$$

где  $\bar{\Delta}$  — решение уравнения (15). Если считать  $x$  заданным параметром при  $t > t_{кр}$  (или  $\lambda > \lambda_{кр}$ ), то уравнение (15) име-

ет единственное решение  $\bar{\Delta} \neq 0$ . Если  $t \leq t_{кр}$  (или  $\lambda \leq \lambda_{кр}$ ), уравнение (15) имеет решение  $\bar{\Delta} \neq 0$  только для  $\chi^2 > \bar{\chi}^2 = (4E_0/v_0^2)(1-t/t_{кр})$  в классическом и для  $\chi^2 > \bar{\chi}_\lambda^2 = (4E_0/v_0^2)(1-\lambda/\lambda_{кр})$  в квантовом пределах. Для  $\chi^2 < \bar{\chi}^2$  (или  $\chi^2 < \bar{\chi}_\lambda^2$ ) уравнение (15) не имеет решения. В этом случае функция в правой части (14) достигает своего максимума при  $\Delta = 0$ . Таким образом, в интервале  $\chi^2 < \bar{\chi}^2$  (или  $\chi^2 < \bar{\chi}_\lambda^2$ ) функция  $F(x,t)$  не зависит от  $x$ , т.е. появляется плоский участок (см. рис. 1а и 1б). Появление плоского участка ниже  $t_{кр}$  (или ниже  $\lambda_{кр}$  при  $t=0$ ) математически следует из свойств преобразования Лежандра, при помощи которого построена функция  $F(x,t)$  (см. (14)). Ясно, что ниже  $t_{кр}$  для термодинамического потенциала  $F(x,t)$  не существует разложения Ландау, что и было показано путем прямого вычисления в [1].

#### 4. Уравнение состояния

##### А. Классический предел

Исключая  $\Delta = \bar{\Delta}$  из (7) и (12), получаем

$$\frac{t}{t_{кр}} \left[ g_d^{kn} \left( \frac{\tilde{h}}{\chi^2 \chi} \right) - 1 \right] - \frac{\tilde{h}}{\chi} = - \left( \gamma + \frac{v_0^2}{4E_0} \chi^2 \right), \quad (16)$$

где введены обозначения  $\tilde{h} = h/v_0^2$  и  $\gamma = [(t/t_{кр}) - 1]$ .

В классическом пределе точное уравнение состояния для модели (I) отличается по форме от соответствующего уравнения для сферической модели лишь дополнительным членом  $\tilde{h}/\chi$ .

В частном случае  $d=3$  из (16) получаем

$$\frac{1}{x_D} \frac{t}{t_{кр}} \left( \frac{\tilde{h}}{\chi} \right)^{1/2} \operatorname{arctg} \frac{x_D \chi^{1/2}}{\tilde{h}^{1/2}} + \frac{\tilde{h}}{\chi} = \gamma + \frac{v_0^2}{4E_0} \chi^2$$

или в пределе  $\tilde{h} \rightarrow 0$

$$\tilde{h} \approx \left( \frac{2x_D}{\pi} \right)^2 \chi \left( \gamma + \frac{v_0^2}{4E_0} \chi^2 \right)^2. \quad (17)$$

При  $\tilde{h} = 0$  из (17) находим  $\chi^2 = -(4E_0/v_0^2)\gamma$  в соответствии с (13).

В другом частном случае  $d=4$  вместо (17) имеем

$$\tilde{h} \approx x_D^2 \chi \left( \gamma + \frac{v_0^2}{4E_0} \chi^2 \right) \left| \ln \left( \gamma + \frac{v_0^2}{4E_0} \chi^2 \right) \right|^{-1}. \quad (18)$$

Аналогичным образом для всех  $d > 4$  находим

$$\tilde{h} \approx \chi \left( \gamma + \frac{v_0^2}{4E_0} \chi^2 \right). \quad (19)$$

Если ввести безразмерный параметр  $\eta^2 = v_0^2 \chi^2 / 4E_0$ , выражения (17), (18) и (19) можно записать в виде

$$\frac{\tilde{h}}{2E_0^{1/2}} = \begin{cases} \left\{ \frac{\sin[(d-2)\pi/2]}{(d-2)\pi/2} \right\}^{2/(d-2)} x_D^2 \eta |\eta|^{4/(d-2)} (1 + \gamma \eta^{-2})^{2/(d-2)} & (2 < d < 4), \\ \left( \frac{2}{\pi^{1/2}} \right)^{1/2} x_D^2 \eta \eta^2 (1 + \gamma \eta^{-2}) \left| \ln(\gamma + \eta^2) \right|^{-1} & (d=4), \\ \eta \eta^2 (1 + \gamma \eta^{-2}) & (d > 4). \end{cases} \quad (20)$$

Согласно гипотезе скейлинга внешнее поле  $h$  должно быть однородной нечетной функцией параметра порядка  $\eta$  и величины  $\gamma$  (см., например, [12]):

$$h \sim \eta |\eta| \delta^{-1} G_5(\gamma |\eta|^{-1/\beta}). \quad (21)$$

Сравнивая (20) и (21), получаем для функции подобия (скейлинга) выражение

$$G_5(\bar{z}) = (1 + \bar{z})^\gamma, \quad (22)$$

где для критических индексов имеем

$$\beta = \frac{1}{2} \quad (d > 2), \quad \delta = \begin{cases} \frac{d+2}{d-2} & (2 < d < 4), \\ \frac{2}{d-2} & (2 < d < 4), \\ 1 & (d \geq 4), \end{cases} \quad (23)$$

причем при  $d=4$  для  $\gamma$  и  $\delta$  имеются также логарифмические поправки.

##### Б. Квантовый предел

Опять, используя уравнение самосогласования в присутствии внешнего поля (9) и уравнения (12), для уравнения состояния в этом случае получаем

$$\frac{1}{\lambda_{кр}} \left[ g_d^{kb} \left( \frac{\tilde{h}}{\chi^2 \chi} \right) - 1 \right] - \frac{\tilde{h}}{\chi} = - \left( \epsilon + \frac{v_0^2}{4E_0} \chi^2 \right), \quad (24)$$

где  $\epsilon = [(\lambda/\lambda_{кр}) - 1]$ . Из (24) при  $\tilde{h} \rightarrow 0$  вместо (20) теперь получаем

$$\frac{\tilde{h}}{2E_0^{1/2}} = \begin{cases} \left\{ \frac{\pi^{1/2}(3-d)2^{d-3}}{\Gamma(\frac{7}{2}-d)\Gamma(d-1)} \right\}^{2/(d-1)} x_D^2 \eta |\eta|^{4/(d-1)} (1+\epsilon\eta^{-2})^{2/(d-1)} & (1 < d < 3), \\ 2x_D^2 \eta \eta^2 (1+\epsilon\eta^{-2}) |\ln(\epsilon+\eta^2)|^{-1} & (d=3), \\ \eta \eta^2 (1+\epsilon\eta^{-2}) & (d > 3). \end{cases} \quad (25)$$

Откуда для скейлинговой функции в квантовом пределе опять получаем выражение (22). Для критических индексов имеем соответственно

$$\beta_\lambda = \frac{1}{2} \quad (d > 1), \quad \delta_\lambda = \begin{cases} \frac{d+3}{d-1} & (1 < d < 3), \\ 3 & (d \geq 3), \end{cases} \quad (26)$$

$$\gamma_\lambda = \begin{cases} \frac{2}{d-1} & (1 < d < 3), \\ 1 & (d \geq 3). \end{cases}$$

### 5. Обсуждение

В работе получено и исследовано критическое уравнение состояния для модели (I) как в классическом (20), так и в квантовом (25) пределах. Поведение функции  $X=X(h)$  в первом случае (при  $d=3$ ) и во втором (при  $d=2$ ) графически представлено на рис. 2а ( $T > T_{кр}$  или  $\lambda > \lambda_{кр}$ ) и на рис. 2б ( $T < T_{кр}$  или  $\lambda < \lambda_{кр}$ ). Ниже  $T_{кр}$  или  $\lambda_{кр}$   $X(h)$  является неоднозначной функцией своего аргумента  $h$ . Такое поведение не соответствует физически допустимым термодинамическим состояниям, так как любое состояние на кривой, изображенной пунктиром (см. рис. 2б), соответствовало бы невыпуклой функции  $F(x,t)$  (см., например, [13]). Это ван-дер-ваальсовское поведение уравнения состояния характерно для ряда точно решаемых моделей статистической физики [9, 10, 13]. С помощью преобразования Лежандра в работе показано (см. (14)), что свободная энергия  $F(x,t)$  имеет характерный плоский участок (см. рис. 1а), соответствующий двухфазной области (ср. также с [13]). Этот результат позволяет исключить из уравнения состояния ван-дер-ваальсовские петли, заменяя их прямой линией (см. рис. 2б). Заметим, что указание способа реализации этих равновесных термодинамических состояний при помощи подходящего "выключения" внешнего поля (для моделей типа Кюри - Вейса см. об этом в [9, 10]) требует дополнительного исследования.

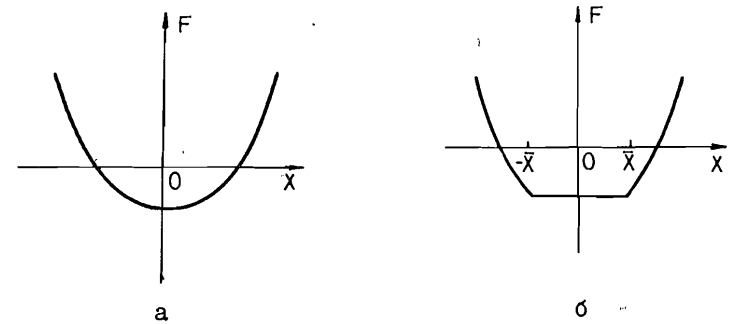


Рис.1

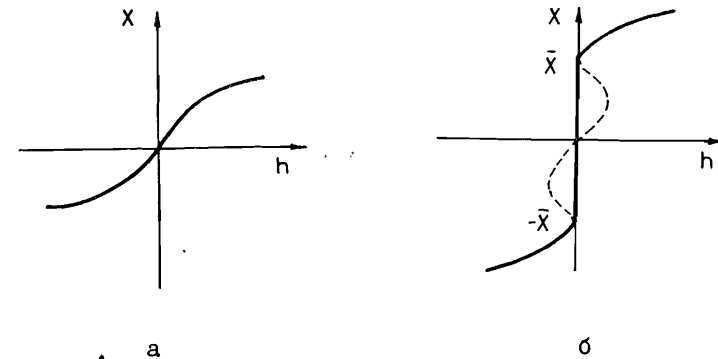


Рис.2

Несмотря на свой квантовый характер модель (I) во многом родственна сферической модели Берлина - Каца [8, 13]. В классическом пределе она имеет такие же критические индексы (см. также [3]) и функцию подобия, а в квантовом пределе критическое поведение подчиняется правилу размерного кроссовера.

Авторы благодарны В.А. Загребнову за полезное обсуждение.

Литература

1. Пластида Н.М., Тончев Н.С. ТМФ, 1985, 63, с. 270.
2. Пластида Н.М., Тончев Н.С. Препринт ОИЯИ, Р17-85-400, Дубна, 1985.
3. Schneider T., Stoll E., Beck H. Physica, 1975, 79A, p.201.
4. Morf R., Schneider T., Stoll E. Phys. Rev., 1977, 16B, p.462.
5. Millev Y.T., Uzunov D.I. J. Phys. C: Solid State Phys., 1983, 16, p. 4107.
6. Busiello G., De Cesare L., Robuffo I. Physica, 1973, 117A, p. 445.
7. Боголюбов Н.Н. (мл.), Бранков Й.Г., Загребнов В.А., Курбоатов А.М., Тончев Н.С. Метод аппроксимирующего гамильтониана в статистической физике. София, БАН, 1981.
8. Бакстер Р. Точно решаемые модели в статистической механике. "Мир", М., 1985.
9. Бранков Й.Г., Загребнов В.А., Тончев Н.С. ТМФ, 1986, 66, № 1, с. 109.
10. Angelescu N., Zagrebnoy V.A. Journ. of Stat Phys., 1985, v. 41, No 1/2, p. 323.
11. Griffiths R.B. In: "Phase Transition and Critical Phenomena", eds. Domb C., Green M.S., N.Y., Acad. Press, 1972, v. I, p. 35.
12. Griffiths P.B. Phys. Rev., 1967, 158, p. 176.
13. Langer J.S. Phys. Rev., 1965, 137, A1531.

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 февраля 1986 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги,  
если они не были заказаны ранее.

- |               |  |             |
|---------------|--|-------------|
| D17-81-758    | Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.  | 5 р. 40 к.  |
| P18-82-117    | Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.                | 3 р. 80 к.  |
| D2-82-568     | Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.   | 1 р. 75 к.  |
| D9-82-664     | Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.  | 3 р. 30 к.  |
| D3,4-82-704   | Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.  | 5 р. 00 к.  |
| D11-83-511    | Труды совещаний по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.                                   | 2 р. 50 к.  |
| D7-83-644     | Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.  | 6 р. 55 к.  |
| D2,13-83-689  | Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.   | 2 р. 00 к.  |
| D13-84-63     | Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.   | 4 р. 50 к.  |
| D2-84-366     | Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.   | 4 р. 30 к.  |
| D1,2-84-599   | Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.  | 5 р. 50 к.  |
| D17-84-850    | Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/  | 7 р. 75 к.  |
| D10,11-84-818 | Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983 | 3 р. 50 к.  |
|               | Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/  | 13 р. 50 к. |
| D4-85-851     | Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.   | 3 р. 75 к.  |

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

Тончев Н.С., Плакида Н.М.

P17-86-77

Уравнение состояния в точно решаемой модели структурного фазового перехода

Получено уравнение состояния в рамках точно решаемой  $d$ -мерной модели структурного фазового перехода с дальнедействующим ангармоническим взаимодействием как в классической, так и в квантовой области температур перехода. Показано, что для рассматриваемой модели справедливы гипотеза подобия (скейлинг) и правило размерного кроссовера.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Tonchev N.S., Plakida N.M.

P17-86-77

The Equation of State for an Exactly Soluble Model for Structural Phase Transition

The equation of state for an exactly soluble  $d$ -dimensional model for a structural phase transition with a long-range anharmonic interaction is obtained. The classical and pure quantum regimes are considered. It is shown that for the model under consideration the scaling hypothesis and the dimensional crossover rule are fulfilled.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986