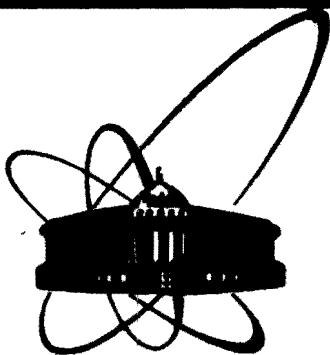


86-506



**СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА**

**P17-86-506**

**Т.Л.Бояджиев, Ю.С.Гальперн\*, И.В.Пузынин,  
А.Т.Филиппов**

**СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ ФЛЮКСОНОВ  
В НЕОДНОРОДНОМ  
ДЖОЗЕФСОНОВСКОМ ПЕРЕХОДЕ  
С ТОКОМ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

---

\* Институт радиотехники и электроники  
АН СССР, Москва

**1986**

1. В работах <sup>/1-5/</sup> были теоретически изучены связанные состояния солитонов /флюксонов/ в длинных, джозефсоновских переходах с микронеоднородностями, притягивающими флюксоны. Эти связанные состояния изучались аналитическими и численными методами в общепринятой модели <sup>/6,7/</sup> одномерного джозефсоновского перехода, определяемой уравнением

$$\phi_{tt} + a\phi_t - \phi_{xx} + [1 - \mu\delta(x - x_0)] \sin\phi + \gamma = 0. \quad /1.1/$$

Здесь  $-\ell \leq x \leq \ell$  и  $\phi(x, t)$  удовлетворяет граничным условиям

$$\phi(\pm\ell, t) = h_{\pm}. \quad /1.2/$$

Подробное описание модели и обозначений можно найти в <sup>/1,2/</sup>.

Здесь мы напомним лишь некоторые моменты, необходимые для понимания данной работы.

При  $\mu = 0$  уравнение /1.1/ сводится к стандартной модели одномерного перехода. Если  $\mu > 0$ , то флюксоны притягиваются к микронеоднородности, а при  $\mu < 0$  они от нее отталкиваются. Напомним, что в бесконечно длинном переходе распределение магнитного поля  $\phi_x(x, t)$ , соответствующее одному флюксону, имеет вид

$$\phi_x(x - \xi) = 2 \operatorname{sech}[x - \xi(t)], \quad /1.3/$$

где  $\xi(t)$  - положение центра флюксона. В конечном и неоднородном переходе о флюксоне можно говорить лишь в той степени, в какой можно пренебречь влиянием на него границ, неоднородности и внешнего тока  $\gamma$ , текущего через переход. Влияние всех этих возмущений, вообще говоря, искажает точные решения уравнения синус - Гордона, описывающего однородный бесконечный переход, до неузнаваемости. Поэтому выражение "связанные состояния флюксонов" не следует понимать буквально. Точнее было бы называть эти состояния связанными состояниями магнитного потока. Таким связанным состоянием мы называем любое решение  $\phi(x)$  задачи /1.1/, /1.2/, не зависящее от времени /естественно, предполагается, что не зависят от времени  $\gamma$  и  $h_{\pm}$ /.

Заметим, что в уравнении /1.1/ мы оставили лишь одну неоднородность, описываемую  $\delta$ - функцией. Разумеется, это сделано лишь для упрощения записи. Можно говорить о связанных состояниях на нескольких микронеоднородностях, лишь бы они находились друг от друга на расстояниях, больших полуширины солитона, равной 1 в избранной нами системе единиц /см.<sup>/1-2/</sup>/. Модель с  $\delta$ - функциями может соответствовать самым разным физическим реализациям перехода. Простейшая из них сводится к тому, что изолирующий

барьер в переходе локально /вблизи  $x_0$ / утолщается и не проводит джозефсоновский ток. Поэтому вблизи  $x_0$  максимальный джозефсоновский ток можно представить приближенно, например, как

$$j_D = 1 - \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{2}{\mu} (x - x_0) \right]. \quad /1.4/$$

При  $\mu \ll 1$  это выражение для тока полностью эквивалентно току с  $\delta$  - функцией в /1.4/:

$$j_D(x) = 1 - \mu \delta(x - x_0). \quad /1.5/$$

Как мы неоднократно проверяли, и при не слишком больших значениях  $\mu$  /скажем,  $\mu \lesssim 0,5 \div 1$ / эта эквивалентность сохраняется, если не учитывать состояний  $\phi(x)$ , которые быстро меняются на интервале  $|x - x_0| \lesssim \mu/2^{1/5}$ . Наиболее интересные для физики устойчивые связанные состояния вблизи неоднородности меняются мало. В этом случае для тока вблизи неоднородности можно пользоваться как моделями с  $\delta$  - функциями, так и "размазанными" выражениями типа /1.4/ /функцию  $\operatorname{sech}^2 x$ , разумеется можно заменить любой другой функцией с аналогичным "колоколообразным" поведением/.

Вопрос об устойчивости состояний и их бифуркациях подробно разобран в /2/ /см. также /5/. Напомним только, что в нашем случае состояние  $\phi(x)$  устойчиво, если собственные значения зада-

$$-\psi_{xx} + j_D(x) \cos \phi(x) \psi = \lambda \psi, \quad \psi_x(\pm \ell) = 0. \quad /1.6/$$

положительны. Чем больше минимальное собственное значение  $\lambda_{\min}$ , тем более устойчиво состояние  $\phi(x)$ . Если  $\lambda_{\min}$  обращается в нуль при изменении каких-либо параметров /например,  $h_{\pm}, \mu, \gamma$  и т.п./, то состояние  $\phi(x)$  теряет устойчивость. Иными словами, происходит бифуркация.

Итак, для определения устойчивых связанных состояний  $\phi(x)$  решается нелинейная краевая задача

$$\dot{\phi}_{xx} = j_D(x) \sin \phi + \gamma, \quad \phi_x(\pm \ell) = h_{\pm} \quad /1.7/$$

совместно с линейной краевой задачей /1.6/. В работах /1-5/ с целью упрощения расчетов рассматривалась эта задача в основном при  $\gamma = 0$  и  $h_{\pm} = 0$ . С точки зрения наблюдения связанных состояний и их бифуркаций полезнее решать несколько более сложные задачи:

$$\text{I } h_{+} = h_{-} = h, \quad \gamma \neq 0;$$

$$\text{II } h_{\pm} = \pm \alpha_{\pm} j + h, \quad \gamma = 0;$$

при этом наиболее часто встречаются случаи /7/:

$$\text{IIa } \alpha_{+} = \alpha_{-} = 1/2;$$

$$\text{IIб } \alpha_{+} = 0, \alpha_{-} = 1, \quad \alpha_{-} = 0, \alpha_{+} = 1;$$

$$\text{IIв } \alpha_{+} + \alpha_{-} = 1.$$

Во всех случаях  $h$  есть проекция внешнего магнитного поля на ось  $y$ , лежащую в плоскости перехода. В случае I /"перекрывающаяся" геометрия/, внешний ток  $y$  течет через весь переход, и можно добиться того, что  $y$  не зависит от  $x$ . В случае II внешний ток  $j$  течет лишь по краям перехода /точнее, он проникает внутрь на  $\lambda_L$ , где лондоновская глубина проникновения  $\lambda_L \ll 1$ /.

На опыте можно независимо варьировать два параметра:  $j$  /или  $y$  / и  $h$ . Изученные нами ранее состояния /1-5/ рассматривались при изменении лишь одного параметра  $h_{-}$  /так как  $y = 0$  и  $h_{+} = 0$ /. Эту ситуацию легко реализовать на опыте. Например, в линейной антисимметричной геометрии /anti-inline/

$$\text{IIб} / \alpha_{+} = 0, \alpha_{-} = 1, \gamma = 0 \text{ имеем } j = -h_{-}, h = 0.$$

Таким образом, изучавшаяся нами в /1-5/ зависимость связанных состояний /включая бифуркации/ от магнитного поля  $h_{-}$  на левом краю перехода есть в этой геометрии зависимость от внешнего тока  $j$ . На опыте можно определять критические значения тока  $j$ , которые соответствуют различным устойчивым связанным состояниям.

Например, при  $\ell = 5, \mu = 1$  мы нашли /5/ 5 различных устойчивых связанных состояний, каждое из которых существует в своем интервале  $j_{\min}^n < j < j_{\max}^n, n = 1, \dots, 5$ . Критические значения токов  $j_{\min}^n$  и  $j_{\max}^n$  можно определить на опыте. Естественно, наиболее интересно было бы непосредственно наблюдать и распределения магнитного поля  $\phi_x(x)$  в различных состояниях, как это делалось недавно для аналогичных распределений магнитного поля в однородных переходах во внешнем магнитном поле /8/.

В этой работе изучаются устойчивые статические состояния в переходе с током  $y$  во внешнем поле  $h$ , т.е. рассматривается задача I. Задача II, в принципе, решается тем же самым методом и здесь мы на ней останавливаться не будем. В п.2 мы приводим некоторые аналитические приближения для статических состояний в переходе с током и простые формулы бифуркационной теории возмущений для приближенного вычисления сдвига критического значения тока  $y_c$  при малом возмущении любой природы. В п.3 приведены результаты численного расчета статических состояний и соответствующих им значений  $y_c$ .

2. Простейшее связанное состояние при  $\gamma \neq 0$  и  $h = 0$  можно легко найти с помощью простой теории возмущений по  $\mu$ . При  $\mu = 0$  уравнение /1.7/ / $j_D(x)$  задано формулой /1.5// с граничными условиями  $\phi_x(\pm \ell) = 0$  имеет очевидное решение

$$\phi_0 = \arcsin y. \quad /2.1/$$

Полагая  $\phi = \phi_0 + \phi_1 + \dots$ , где  $|\phi_1| \ll |\phi_0|$ , легко показать, что

$$\phi_1 = a \operatorname{ch}[\kappa(|x| - \ell)], \quad /2.2/$$

$$\text{где } \kappa^2 = \sqrt{1 - \gamma^2}, \quad a = \frac{\mu \gamma}{2\kappa} (\operatorname{sh} \kappa \ell - \frac{\mu \kappa}{2} \operatorname{ch} \kappa \ell)^{-1}.$$

Следующие члены в разложении  $\phi$  имеют более высокий порядок по  $\mu$ . Приближение /2.2/ годится, однако, и при не малых значениях  $\mu$ , если мало  $\gamma$ . С другой стороны, когда  $\gamma$  приближается к единице, приближение становится неприменимым при сколь угодно малых значениях  $\mu$ .

Причина последнего явления очень проста. При  $\mu = 0$  решение  $\phi_0$  существует в интервале  $|\gamma| < 1$ . При  $\gamma = 1$  происходит бифуркация, т.е. соответствующее значение  $\lambda_{\min} = \sqrt{1 - \gamma^2}$  обращается в нуль. Если  $\mu \neq 0$ , то решение, разложение которого дается формулами /2.2/ существует лишь при  $\gamma < \gamma_c$ , где  $\gamma_c < 1$ , и при малых  $\mu$  значение  $\gamma_c$  близко к единице. Таким образом, неприменимость обычной теории возмущений при  $\gamma \sim 1$  связана с наличием бифуркации. В этом случае можно применять лишь бифуркационную теорию возмущений /БТВ/ /см. /2/ /, а саму точку бифуркации находить методами, не связанными с теорией возмущений.

Приведем пример соотношений, полученных в первом приближении БТВ и полезных при анализе изученных в этой работе численных точных решений. Допустим, что при заданных значениях всех параметров, снабженных индексом "0", имеется статическое решение  $\phi^{(0)}(x)$  задачи /1.7/, т.е.

$$\phi_{xx}^{(0)} = V_0'(\phi^{(0)}) - \gamma_0, \quad \phi_x^{(0)}(\pm \ell) = h_{\pm}^{(0)}, \quad /2.3/$$

/здесь  $V_0$  - невозмущенный потенциал,  $V_0' \equiv \frac{dV_0}{d\phi}$  / и при этом наименьшее собственное значение краевой задачи /1.6/ равно нулю, т.е.

$$-\psi_{xx}^{(0)} - V_0''(\phi^{(0)})\psi^{(0)} = 0, \quad \psi_x^{(0)}(\pm \ell) = 0. \quad /2.4/$$

Это означает, что параметры находятся на поверхности бифуркации. Можно поставить задачу о вычислении решений вблизи этой поверхности - это обычная постановка задачи БТВ /2/. Но можно решить и более интересную задачу - найти приближенное выражение для самой поверхности бифуркации вблизи найденной ее точки  $p_0 = (\gamma_0, h^{(0)}, \dots)$ . Пусть при малом изменении параметров  $p$ , так что  $p = p_0 + p_1$  /т.е.  $\gamma = \gamma_0 + \gamma_1, h_{\pm} = h_{\pm}^{(0)} + h_{\pm}^{(1)}$  и т.п. /, потенциал в уравнениях /2.3/, /2.4/ изменяется на  $V_1$ , т.е.  $V = V_0 + V_1$ . Решение  $\phi$  остается на поверхности бифуркации, если удовлетворены уравнения

$$\phi_{xx} = V_0'(\phi) + V_1'(\phi) - (\gamma_0 + \gamma_1), \quad \phi_x(\pm \ell) = h_{\pm}^{(0)} + h_{\pm}^{(1)}, \quad /2.5/$$

$$-\psi_{xx} + [V_0''(\phi) + V_1''(\phi)]\psi = 0, \quad \psi_x(\pm \ell) = 0. \quad /2.6/$$

Полагая  $\phi = \phi^{(0)} + \phi^{(1)}, \psi = \psi^{(0)} + \psi^{(1)}$ , можно показать, что необходимое условие существования решений уравнений /2.5/, /2.6/ в первом приближении есть

$$\langle \gamma_1 \psi^{(0)} \rangle - \langle V_1'(\phi^{(0)}) \psi^{(0)} \rangle + \frac{h_+^{(1)} + h_-^{(1)}}{2} \langle V_0''(\phi^{(0)}) x \psi^{(0)} \rangle + \quad /2.7/$$

$$+ \frac{1}{2\ell} (h_+^{(1)} - h_-^{(1)}) \langle \psi^{(0)} \rangle + \frac{1}{2} \langle V_0''(\phi^{(0)}) x^2 \psi^{(0)} \rangle = 0,$$

где  $\langle \dots \rangle \equiv \int_{-\ell}^{\ell} dx (\dots)$ . Уравнение /2.7/ зависит лишь от решений  $\phi^{(0)}$  и  $\psi^{(0)}$  при  $p = p_0$  и дает соотношение между всеми параметрами на поверхности бифуркации вблизи точки  $p_0$ . Зависимость от  $\gamma, h_{\pm}$  выписана явно, зависимость от других возможных параметров содержится в члене  $-\langle V_1'(\phi^{(0)}) \psi^{(0)} \rangle$ . Например, в рассматриваемом ниже случае  $V_0'(\phi^{(0)}) = j_D^{(0)}(x) \sin \phi^{(0)}(x)$ , и  $V_1'(\phi^{(0)})$  есть просто  $j_D^{(1)}(x) \sin \phi^{(0)}(x)$ , где  $j_D^{(1)}(x)$  - изменение критического тока Джозефсона, связанное с неоднородностью. Можно, в частности, взять  $j_D^{(0)}(x) = 1 - \mu_0 \delta(x), j_D^{(1)}(x) = -\mu_1 \delta(x)$  и т.п.

Уравнение /2.7/, естественно, непригодно вблизи особенностей поверхности бифуркаций /"бифуркация бифуркаций"/. В этом случае разложение нужно проводить несколько иначе. Подобный пример рассмотрен в /5/.

3. Задача об определении критических значений тока  $\gamma$  в постановке I решалась численно. Выпишем еще раз основные уравнения:

$$P(\phi) \equiv \left\{ \begin{array}{l} -\phi_{xx} + j_D(x) \sin \phi + \gamma \\ \phi_x(-\ell) - h_- \\ \phi_x(\ell) - h_+ \end{array} \right\} = 0, \quad /3.1/$$

$$j_D(x) = 1 - \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{2}{\mu} (x - x_0) \right].$$

Устойчивость решений задачи  $P(\phi) = 0$  определяется, как разъяснено выше, знаком минимального собственного значения линейной задачи

$$\psi_{xx} + [\lambda - j_D(x) \cos \phi(x)] \psi = 0, \quad \psi_x(-\ell) = \psi_x(\ell) = 0. \quad /3.2/$$

Мы рассматривали случай  $h_+ = h_- = h$ .

Задача /3.1/ решалась при помощи непрерывного аналога метода Ньютона /НАМН/ /9/. Вместо уравнения  $P(\phi) = 0$  решается задача Коши для уравнения

$$P'(\phi) \frac{d\phi}{dt} + P(\phi) = 0, \quad \phi(x, 0) = \phi_0(x), \quad t \in [0, \infty),$$

где  $\phi_0(x)$  - начальное приближение. Сходимость НАМН для операторных уравнений вида /3.1/ изучалась, например, в работах /9, 10/. Для численной реализации использовался метод Эйлера на неравномерной сетке  $\{t_k, k = 0, 1, 2, \dots; t_{k+1} = t_k + \tau_k\}$ . На каждом слое  $t_k$  соответствующая линейная задача решалась при помощи сплайн-разностной схемы второго порядка точности /5/ на равномерной сетке по  $x$ . Параметр  $\tau_k$  в соответствии с алгоритмом, изложенным в /11/,

брался по минимуму невязки на данном шаге. В качестве начального приближения использовался кубический сплайн, интерполирующий заданный полином и удовлетворяющий граничным условиям задачи /3.1/.

Для каждого найденного решения находились характеристики: полный магнитный поток

$$\Delta\phi = \phi(\ell) - \phi(-\ell) = \int_{-\ell}^{\ell} \phi_x(x) dx, \quad /3.3/$$

полная энергия, сосредоточенная внутри перехода:

$$\mathcal{E} = \int_{-\ell}^{\ell} \left[ \frac{1}{2} \phi_x^2 + j_D(x)(1 - \cos\phi) + \gamma\phi \right] dx, \quad /3.4/$$

свободная энергия

$$\mathcal{G} = \mathcal{E} - h\Delta\phi, \quad /3.5/$$

и другие.

Далее, методом итераций подпространств находились первые три собственные значения задачи /3.2/, соответствующие каждому из обнаруженных решений. При изучении зависимостей характеристик решений от параметров  $h$  и  $\gamma$  решение, найденное для фиксированных значений параметров, рассматривалось как начальное приближение для решения, соответствующего новым, достаточно близким значениям  $h'$ ,  $\gamma'$  этих параметров.

Основные результаты расчетов приведены на рис.1-3. Мы приводим лишь результаты расчетов для симметричной конфигурации  $x_0 = 0$  и для  $\ell = 2,5$ . В основном рассчитан случай  $\mu = 1$ . Для сравнения проводились расчеты при  $\mu = 0,1$ , что по существу соответствует случаю однородного перехода. На рис.1 приведены распределения магнитного поля при  $\mu = 1$ ,  $\gamma = 0,2$ ,  $h = 1$ . Состояния /1/ и /2/ устойчивы, а /3/ и /4/ - неустойчивы.

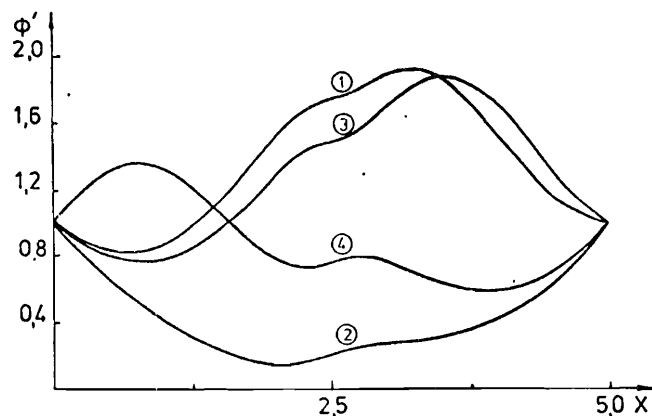


Рис. 1

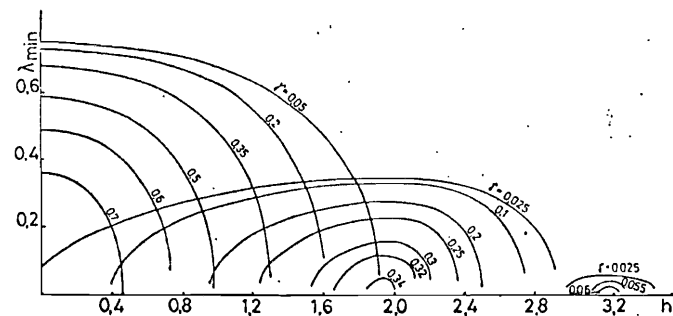


Рис. 2

Более полное представление об устойчивых состояниях и их бифуркациях можно получить из рис.2, на котором изображены зависимости  $\lambda_{\min}$  от  $h$  при различных значениях  $\gamma$ . Этот рисунок можно симметрично продолжить в область отрицательных значений. На рисунке видны три системы кривых, соответствующих различным типам устойчивых состояний: 1/ мейсснеровские состояния, в которых магнитное поле проникает в переход лишь на расстояния  $\sim 1$ ; 2/ связанное состояние солитона /меньшие значения  $\lambda$ / или антисолитона; 3/ в узком интервале значений  $h$  в сильном поле также существует состояние с большим полным потоком.

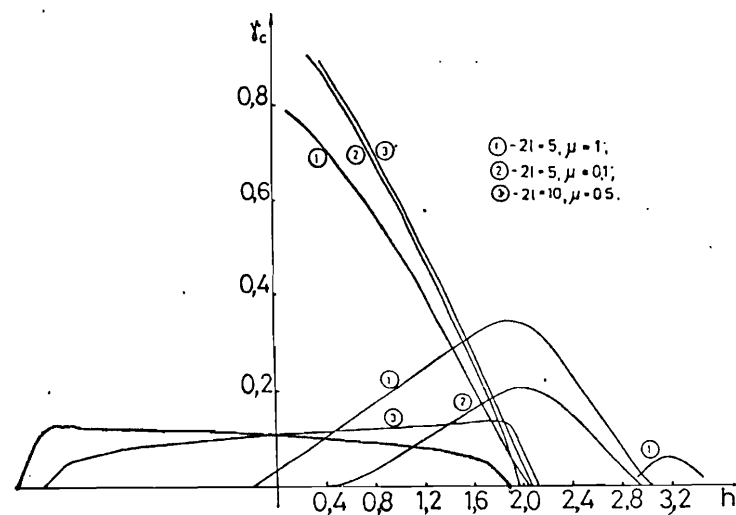


Рис. 3

Критические значения токов для каждого из трех состояний можно определить по этому графику, находя точки, в которых  $\lambda_{\min}$  обращается в нуль. Например, мейсснеровская кривая с  $\gamma = 0,7$  пересекает ось  $h$  в точке  $h = 0,43$ . Таким образом, критический ток  $\gamma_c$  при  $h = 0,43$  равен  $0,7$ . Так можно получить зависимость критического тока  $\gamma_c$  от  $h$  для всех состояний, изображенную на рис.3 /кривые 1/. Для сравнения на этом же рисунке представлена зависимость критического тока для аналогичных состояний при  $\mu = 0,1$  /кривые 2/. Важнейшие качественные отличия неоднородного перехода от однородного: 1/ односолитонное состояние при  $\mu = 1$  существует и в нулевом магнитном поле, при  $h = 0$  критическое значение  $\gamma_c^s \approx 0,03$ ; 2/ критические значения  $\gamma_c$  для мейсснеровского состояния при  $\mu = 1$  ниже, а для солитонного состояния - выше, чем при  $\mu = 0,1$ . Этот эффект должен легко наблюдаться на опыте.

При увеличении длины перехода критическое значение  $\gamma_c^s(0)$  возрастает. Легко оценить  $\gamma_c^s$  для  $\ell \gg 1$  в простой модели недеформируемого солитона, связанного на неоднородности. Пусть при  $\gamma \neq 0$  центр солитона сдвинут в точку  $\xi$ . Подставляя  $\phi(x - \xi)$  в выражение для энергии /3.4/ и вычисляя  $\partial \mathcal{E} / \partial \xi$ , нетрудно найти условие равновесия солитона

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \xi} = 0, \text{ т. е. } 2\pi\gamma = 4\mu \text{th} \xi (1 - \text{th}^2 \xi). \quad /3.6/$$

Критическое значение  $\gamma$ , очевидно, определяется из условия

$$\partial \gamma / \partial \xi = 0, \text{ что дает } \text{th} \xi_c = \frac{1}{\sqrt{3}}, \gamma_c^s = \gamma(\xi_c),$$

$$\gamma_c^s = \frac{4\mu}{3\sqrt{3}\pi} \approx 0,245\mu. \quad /3.7/$$

Это грубое приближение можно усовершенствовать для учета конечного размера перехода и граничных условий на  $\phi_x(\pm \ell)$ .

Влияние границ при небольших значениях магнитного поля с увеличением длины перехода быстро ослабевает. Мы, для примера, выполнили расчеты  $\gamma_c(h)$  для мейсснеровского и односолитонного состояний при  $2\ell = 10$  и  $\mu = 0,5$ . Так как длина перехода существенно больше размера солитона, то для односолитонного состояния  $\gamma_c(h)$  имеет характерный вид слегка наклонного плато /см. рис.3 /кривые 3/. Характер зависимости критического тока от магнитного поля при больших и малых значениях  $\ell$ , таким образом, резко различается. Заметим, что для длинных переходов можно применять только что описанную простую модель. В частности, как видно из рис.3, формула /3.7/ при  $2\ell = 5$  не выполняется. Однако, при  $2\ell = 10$ ,  $\mu = 0,5$  численный расчет дает  $\gamma_c^s(0) \approx 0,11$ , а по формуле /3.7/ получаем  $\gamma_c^s = 0,12$ .

Заметим в заключение, что наиболее яркое и легко наблюдаемое различие зависимостей  $\gamma_c(h)$  в однородном и неоднородном переходах состоит в появлении при малых значениях  $h$  новых ветвей, со-

ответствующих связанным состояниям солитонов и антисолитонов, локализованных на неоднородности. Солитонная и антисолитонная ветви пересекаются при  $h = 0$  в точке  $\gamma_c^s(0)$  и симметричны относительно оси  $\gamma_c$ . По величине  $\gamma_c^s(0)$  и наклону  $\frac{d\gamma_c^s}{dh}(0)$  можно, например, судить о величине  $\mu$  и  $\lambda_J$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гальперн Ю.С., Филиппов А.Т. Письма в ЖЭТФ, 1982, 35, с.470.
2. Гальперн Ю.С., Филиппов А.Т. ЖЭТФ, 1984, 86, с.1527.
3. Filippov A.T., Galpern Yu.S. Solid State Comm. 1983, 48, p.665.
4. Filippov A.T., Galpern Yu.S. In: "Non-Linear and Turbulent Processes in Physics" /ed by R.Z.Sagdeev, Gordon and Breach/, NY, 1984, p.791.
5. Бояджиев Т.Л. и др. ОИЯИ, P11-85-807, Дубна, 1985.
6. Солитоны в действии. "Мир", М., 1981.
7. Бароне А., Патерно Дж. Эффект Джозефсона. "Мир", М., 1984.
8. Owen C.S., Scalapino D.J., Phys.Rev., 1967, 164, p.538; Scheuermann M., et al., Phys.Rev.Lett., 1983, 50, p.74.
9. Жидков Е.П., Пузынин И.В., ДАН СССР, 1967, 174, №2, с.27.
10. Жидков Е.П. и др. ЭЧАЯ. 1973, т.4, с.1.
11. Ермаков В.В., Калиткин Н.Н. ЖВМ и МФ, 1981, т.21, №2, с.491.

Рукопись поступила в издательский отдел  
21 июля 1986 года.

Бояджиев Т.Л. и др.

P17-86-506

Связанные состояния флюксонов в неоднородном джозефсоновском переходе с током во внешнем магнитном поле

В работе изучены статические распределения магнитного поля в джозефсоновских переходах конечной длины с микронеоднородностями. Подробно рассмотрен случай, когда переход помещен в однородное внешнее магнитное поле  $h$  и через него течет внешний ток  $y$ . Найдены критические значения тока  $y_c(h)$ , при которых различные связанные состояния теряют устойчивость /бифуркация/. Зависимости критического тока  $y_c$  от магнитного поля  $h$  в неоднородном переходе существенно отличаются от известных зависимостей  $y_c(h)$  для однородного перехода. В частности, на графике  $y_c(h)$  появляются новые ветви, соответствующие связанным состояниям солитона и антисолитона, локализованным на неоднородности. Основные результаты получены численными методами. В работе также приведены приближенные выражения для  $y_c(h)$ , найденные с помощью бифуркационной и солитонной теории возмущений и пригодные в некоторых предельных случаях.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики и Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Boyadjiev T.L. et al.

P17-86-506

Bound States of Fluxons in Inhomogeneous Josephson Junction Perturbed by Bias Current and External Magnetic Field

We investigate static distributions (bound states) of the magnetic flux in moderately long Josephson junctions having local inhomogeneities and placed in a homogeneous external magnetic field  $h$ . The experimental configuration for which the bias current  $y$  flows uniformly over the junction length (overlap geometry) is treated in detail. The critical values of the current,  $y_c(h)$ , for which the bound states become unstable (bifurcation points) are determined. The dependence of  $y_c$  on  $h$  for inhomogeneous junctions is found to be qualitatively different from well-known distributions  $y_c(h)$  for homogeneous junctions. In particular, in the low  $h$  domain the new branches on the  $y_c(h)$  diagram are formed corresponding to the soliton and antisoliton bound states localized on the microinhomogeneity. Main results are obtained by numerical methods. Some perturbative approximations for  $y_c(h)$  are presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics and Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986