объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-86-462

Т.М.Мишонов

ТЕОРИЯ ДИСПЕРСИИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЛИНИИ В СВЕРХРЕШЕТКЕ

Направлено в "Journal de Physique" (Paris).

1986

I. Введение

Возможность создания таких искусственных структур, как сверхрешетки из чередующихся слоев разных материалов представляет широкий технологический и теоретический интерес /I/. В близко расположенных слоях с разными поляризационными свойствами могут распространяться как известные из физики твердого тела и физики плазмы волны /2/, так и новые специфические гибридизованные поляритоны /3/. Настоящая работа инициирована возможностью селективного легирования Si в отдельных монослоях в решетке $GaAs$ /4/, а также использованием $Fe^{56}-Fe^{57}$ – сверхрешеток как фильтров для синхротронного излучения /5/. В большинстве указанных примеров толщина слоя намного меньше характерной длины волны, а взаимодействие между слоями является чисто электромагнитным. При таких условиях нахождение поляритонного спектра распадается на две независимые задачи: I) исследование поляризационных свойств отдельных слоев, т.е. установление связи между вектор–потенциалом в области слоя и индуцированной в нем двумерной плотностью токов $j_{\omega,q}$; 2) распространение электромагнитного поля этих токов в материале с известными электромагнитными свойствами.

2. Модель

Феноменологически поляризационные свойства изолированного атома хорошо описываются механической моделью электрона с зарядом e и массой m, связанного пружинкой с жесткостью $m\omega_0^2$ с центром осцилляции /6/. Решение уравнения Ньютона $m d_t^2 r = -m\omega_0^2 r + eE$ для смещения каждого из зарядов из равновесного положения под действием электрического поля, представленного в калибровке Дзялошинского /7/ $\varphi = 0$ через вектор–потенциал $E = -\partial_{c,t} A = i(\omega/c)A$, дает для двумерной плотности тока $j = en\, d_t r$ выражение

$$(j/c) = \Pi A ,$$

где
$$\Pi = -\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2} f_0 \, \mathbb{1}_{3\times 3} , \qquad (I)$$

$$\Lambda^{-1} = n e^2/mc^2 ,$$

f_0 – сила осциллятора,
c – скорость света,
ω – частота электромагнитного поля,
n – число осцилляторов на единицу площади.

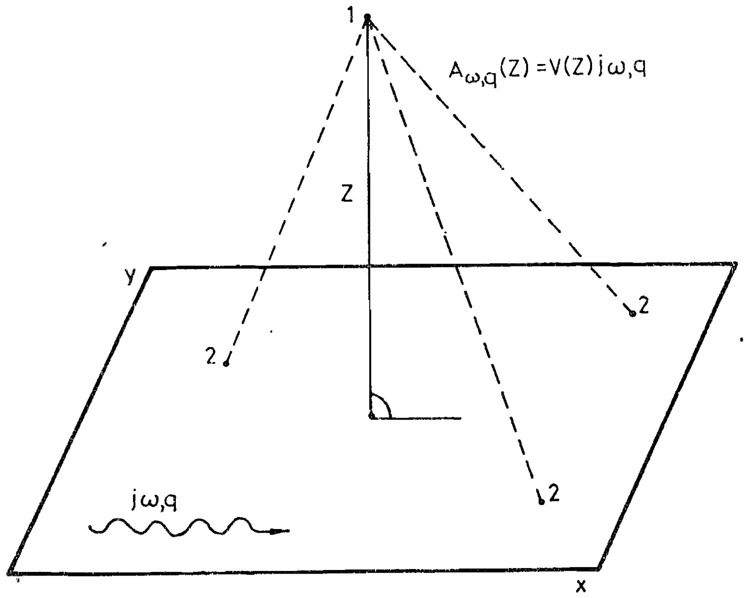
После нахождения поляризационного оператора каждого слоя Π_n поляритонная дисперсия определяется в диэлектрическом формализме как решение секулярного уравнения

$$\det\,[\mathbb{1} - V\Pi] = 0,$$

где Π – диагональная по индексу слоя n поляризационная матрица $\Pi_{m,n} = \delta_{m,n}\,\Pi_m$. Здесь $\delta_{m,n}$ – символ Кронекера и $V_{m,n}$ – фотонный пропагатор между отдельными слоями в фиксированной выше калибровке $\varphi = 0$. Таким образом, возникает необходимость решения простой электродинамической задачи, рассматриваемой в следующем разделе.

3. Электродинамическая задача

Нужно найти вектор-потенциал $A(r,t) = A_{\omega,q}(z)\, e^{i(q\cdot\rho - \omega t)}$, создаваемый на расстоянии z от слоя двумерной плотностью тока $j(\rho,t) = j_{\omega,q}\, e^{i(q\cdot\rho - \omega t)}$, в плоскости (x,y) (см. рис.). Здесь $q = (q_x, q_y)$ – двумерный волновой вектор, $\rho = (x,y)$, $r = (\rho, z)$. Пропагатор V; $A_{\omega,q} = V(z)\, j_{\omega,q}$ возникает в теории дисперсии большого числа разных поляритонов в слоистых структурах /8/.



Для нахождения вектор-потенциала в точке I надо просуммировать влияние всех точек 2 плоскости (x,y), где течет двумерный ток с плотностью $j_{\omega,q}$.

Следуя /7/, рассмотрим сначала решения аналогичной трехмерной задачи. Как легко проверяется прямой подстановкой в уравнение Максвелла

$$\nabla\times(\nabla\times A) = 4\pi\,(j/c) + \partial_{ct}\,(-\partial_{ct} A)$$

в случае плоских волн,

$$j(r,t) = j_{\omega,k}\, e^{i(k\cdot r - \omega t)},$$

$$A(r,t) = A_{\omega,k}\, e^{i(k\cdot r - \omega t)},$$

когда $\nabla \to ik$, $\partial_{ct} \to -i\,\omega/c$, $k = (k_x, k_y, k_z)$,

связь между фурье-компонентами дается соотношением

$$D_0^{-1} A_{\omega,k} = (j_{\omega,k}/c),$$

где $D_0^{-1} = (-1/4\pi)\,[k\otimes k + (\omega^2/c^2 - k^2)\,\mathbb{1}]$.

Если среда, в которую погружены слои, представляет собой изотропный диэлектрик с проницаемостью ε, связь между поляризационным током j и диэлектрической поляризацией P

$$(j/c) = \partial_{ct} P = \partial_{ct}\left(\frac{\varepsilon - 1}{4\pi} E\right) = -\,\frac{\varepsilon-1}{4\pi}\,\partial_{ct}^2\, A$$

дает для поляризационного оператора

$$(j_{\omega,k}/c) = \Pi_{\omega,k}\, A_{\omega,k}\,;\ \Pi_{\omega,k} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}\,(\omega/c)^2\,\mathbb{1}.$$

Известное выражение для фотонного пропагатора в диэлектрике

$$D = \frac{4\pi}{k^2 - \varepsilon\,\omega^2/c^2 - i0}\left[\mathbb{1} - \frac{k\otimes k}{\varepsilon\,\omega^2/c^2}\right]$$

получается из решения уравнения Дайсона

$$D^{-1} = D_0^{-1} - \Pi_{\omega,k}$$

с помощью равенства

$$(k\otimes k - \lambda\mathbb{1})^{-1} = [\mathbb{1} - k\otimes k/(k^2 + \lambda)]/\lambda.$$

Искомый пропагатор $V(z)$ находится из D с помощью трансляции по оси z, задаваемой в импульсном представлении интегрированием по поперечной к слою компоненте волнового вектора k_z:

$$V(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik_z z}\, D\; dk_z/2\pi.$$

Отсюда для пропагатора окончательно получаем

$$V(z)=\frac{2\pi}{Q}\,e^{-Q|z|}P_1-4\pi\frac{\delta(z)}{q_0^2}P_2\,, \qquad (2)$$

где

$$P_1=\begin{bmatrix} 1-q_1^2/q_0^2 & -q_1q_2/q_0^2 & -iQq_1/q_0^2 \\ -q_2q_1/q_0^2 & 1-q_2^2/q_0^2 & -iQq_2/q_0^2 \\ -iq_1Q/q_0^2 & -iQq_2/q_0^2 & q^2/q_0^2 \end{bmatrix},$$

$$P_2=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$q_0^2=\omega^2\varepsilon/c^2,\; q^2=q_1^2+q_2^2,\; Q^2=q^2-q_0^2,\; q_1=k_x,\; q_2=k_y\,.$$

Второе слагаемое в (2) описывает деполяризирующее поле в направлении оси z. Вклад этого члена играет существенную роль в случае слоистого диэлектрика с толщиной слоя, намного большей атомных размеров, однако для атомного монослоя его можно опустить.

В случае простой сверхрешетки из эквидистантных слоев, расположенных на растоянии d друг от друга, фотонный пропагатор $V_{m,n}=V(z_{m,n}=d|m-n|)$ зависит от индекса слоя только посредством экспоненциального множителя:

$$S_{m,n}(Q)=e^{-Qd|m-n|}.$$

Для бесконечной системы диагонализация S осуществляется с помощью фурье-преобразования по индексам слоя m,n. Собственное значение задается структурным фактором

$$S(pd,Qd)=\sum_{n=-\infty,\infty}e^{-ipdn}S_{n,0}=\mathrm{sh}Qd/(\mathrm{ch}Qd-\cos pd).$$

4. Дисперсионное уравнение

Секулярное уравнение дисперсии представляется в этом случае соотношением

$$\det[1-(2\pi/Q)\,S(pd,Qd)\,P_1\Pi]=0. \qquad (3)$$

Собственные значения $\lambda_{1,2}=1$, $\lambda_3=0$ проекционной матрицы наиболее просто вычисляются при выборе системы координат, в которой $q_2=0$. Простым тестом для использованного метода является получение дисперсии плазмона в слоистой структуре с помощью поляризационного оператора свободного движения носителей в плоскости (x,y) /I0/:

$$\Pi_{pl}=-\Lambda^{-1}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Используя собственные значения $(-Q^2/q_0^2)$ матрицы

$$P_3=\begin{bmatrix} 1-q_1^2/q_0^2 & -q_1q_2/q_0^2 \\ -q_2q_1/q_0^2 & 1-q_2^2/q_0^2 \end{bmatrix},$$

получаем

$$q_{0,pl}^2=2\pi Q\,S(pd,Qd)\,\Lambda^{-1}\,;\quad q_{0,pl}^2=\varepsilon\,\omega_{pl}^2/c^2,$$

или, учитывая, что для типичных значений параметра для полупроводниковых сверхрешеток $\Lambda\sim 1$ см, имеет место оценка $Q\Lambda\gg 1$. Получаем $Q\approx q$ и

$$\omega_{pl}^2=\frac{2\pi(n/d)e^2}{m\varepsilon}\;\frac{qd\;\mathrm{sh}qd}{\mathrm{ch}qd-\cos pd}\,. \qquad /II/$$

Решая теперь (3) с Π из (I) и $\lambda_{1,2}=1$, получаем для дисперсии

$$\omega^2=\omega_0^2-q_{0,pl}^2\,\omega^2/Q^2.$$

Учитывая, что $\omega\approx\omega_0$ в коротковолновом пределе $\omega_{pl}/c,\ \omega_0/c\ll q\ll n^{1/2}$, при $Q\approx q$ получаем

$$\frac{\omega-\omega_0}{\omega_0}\approx -f_0\,q_{0,pl}^2/2q^2=-f_0\varepsilon\,\omega_{pl}^2(p,q)/2c^2q^2.$$

В длинноволновом пределе $q\ll\omega_0/c$ необходимо сделать аналитическое продолжение $Q\to -iQ$

$$\omega_{pl}^2 \to \tilde{\omega}_{pl}^2 = \frac{2\pi (n/d) e^2}{m\varepsilon} \frac{(-1)\tilde{Q} d \sin \tilde{Q} d}{\cos \tilde{Q} d - \cos pd}, \qquad (4)'$$

где $\tilde{Q} = (q_0^2 - q^2)^{1/2} \approx \omega_0 \sqrt{\varepsilon}/c$.

Дисперсия в этом случае снова выражается через плазменную частоту

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = + f_0 \tilde{\omega}_{pl}^2 / 2\omega_0^2 .$$

5. Обсуждение

Проведенный анализ показывает возможность применения модели Кельвина /II/ для определения дисперсии спектральной линии γ -квантов в сверхрешетках. Использование такой модели представляется весьма интересным, прежде всего в силу ее простоты и наглядности. Кроме того, выполненное здесь рассмотрение позволяет сделать вывод о возможности заметного увеличения смещения $/\omega - \omega_0/$ для мессбауэровских линий в "резонансных" сверхрешетках при соответствующем выборе параметров, обеспечивающем малость знаменателя в выражении (4). Заметим, что такой резонанс является дополнительным по отношению к длинноволновому резонансу, характеризуемому условием $q, p \ll \omega_0/c$. Общее условие для такого дополнительного резонанса, получаемое из (4), имеет вид

$$p \pm 2\pi c / (\omega_0^2/c^2 - q^2)^{1/2} = 2\pi n/d ; \; n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots .$$

Наличие исключительно малой ширины Γ мессбауэровских линий позволяет надеяться на возможность наблюдения большого смещения $/\omega - \omega_0/ > \Gamma$. Вопрос о возможности наблюдения такого смещения в селективно легированной полупроводниковой сверхрешетке остается открытым. Качественным указанием на существование таких смещений могут явиться эксперименты по наблюдению анизотропии дисперсионных свойств, связанной с легированием.

Автор благодарен А.С.Шумовскому за полезные обсуждения.

Литература

1. L.Esaki, in "International Conference on Dynamics of Interfaces", Lille (France), J. de Phys. (Paris) 45, C5, N 4 (1984).
2. S.Das Sarma, J.J.Quin, Phys.Rev., 1982, B25, p.7603; D.Olego, A.Pinsuk, A.C.Gossard and W.Wiegman. Phys.Rev., 1982, B26, p.7867.
3. C.Thibaudeau and A.Carlle, Phys.Rev., 1985, 32, p.5907.
4. J.F.Koch- Proceedings of the sixst international conference on electronic properties of two-dimensional systems (1985, Japan).
5. J.P.Hannon, G.T.Trammell, M.Mueller, E.Gerdau, R.Ruffer and H.Winkler, Phys.Rev., 1985, 32, p.6374. M.J.Bedzyk and G.Materlik, Phys.Rev. B32 (1985) 6456.
6. L.Brillouim et M.Parodi, Propagation des ondes dans les milieux periodiques (Masson et C , 1956, Paris).
7. E.M.Lifshitz, L.P.Pitaevski, Stat istical Physics, (Pergamon, N.Y, 1980), Pt. 2, Section 75.
8. Eguiluz A., and Maradudin A., Ann.Phys. (N.Y), 1978, 113, p.29-27. R.E.Camley and D.L.Mills, Phys.Rev., 1984, B29, p.1695; A.C.Tselis and J.J.Quinn, Phys.Rev. , 1984, B29, p.2021; 3318.
9. C.I.Itzykson and J.B. Zuber. Quantum Field Theory (Mc Graw-Hill, 1980 N.Y) Section 3.2.2.
10. Fetter A.L., Ann. Phys. (N.Y.) 1974, 88, p.1-25.
11. Kelvin W., Popular Lectures, Livre I, p.194, c.f./6/.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 июля 1986 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Мишонов Т.М. Р17-86-462
Теория дисперсии спектральной линии в сверхрешетке

Рассмотрена дисперсия поляритонов $\omega(k)$ вблизи частоты электродипольного перехода примесного атома, внедренного в сверхрешетку из эквидистантных монослоев в основном материале. Обсуждаемая система описывается простой моделью для спектральной линии селективно легированной полупроводниковой сверхрешетки. Эта модель может быть использована для описания мессбауэровского спектра сверхрешетки из разных изотопов железа в связи с их использованием в недавних экспериментах по фильтрации синхротронного излучения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Mishonov T.M. P17-86-462
Dispersion Theory of Spectral Line in Superlattice

Dispersion of polarons $\omega(k)$ near to frequency of electrodipole transition of impurity atom implanted into superlattice of equidistant monolayers in the bulk material is considered. The system discussed is described by a simple model for a spectral line of selectively doped semiconductor superlattice. Thus model could also be used for describing Mossbauer spectrum of superlattice from different material iron isotopes in connection with their use in recent experiments on filtration of synchrotron radiation.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986