объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-86-188

А.А.Бакасов, В.И.Юкалов

МЕТОД СОКРАЩЕННОГО ОПИСАНИЯ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Направлено в журнал
"Теоретическая и математическая физика"

1986

Введение

В нашей предыдущей работе /I/ была получена и исследована в приближении затухающей поляризации точная иерархия кинетических уравнений для микроскопической модели, описывающей нелинейное взаимодействие системы двухуровневых атомов с двумя различными бозонными полями. В этой иерархии не фигурировали динамические бозе-операторы, что было достигнуто путем обобщения леммы Боголюбова /2,3/ на случай произвольного адиабатически включающегося взаимодействия материи с конечным числом бозе-полей. Для доказательства сформулированной теоремы была использована простая и удобная техника спектральных разложений /4/.

Значительный объем в работе /I/ был по необходимости отведен для обоснования и изложения примененного формализма, а рассмотренный конкретный пример носил, в основном, иллюстративный характер. Поэтому нами не обсуждался ряд вопросов, представляющих принципиальный интерес с точки зрения как интерпретации общего подхода, основанного на представлении об адиабатическом включении взаимодействия, так и улучшения аппроксимаций, используемых на заключительной стадии решения задачи.

Настоящая работа состоит из трех параграфов. В § I кратко обсуждаются принципы поэтапного исключения быстрых переменных на базе основополагающей идеи Боголюбова о существовании иерархии различных времен релаксаций в эволюции неравновесной системы /5,6/. На этой основе качественно рассматриваются метод Боголюбова /7,8/ исключения переменных бозонного поля и метод, основанный на применении проекционного оператора Цванцига /9/. Выясняются их связь и отличительные черты.

Далее в этом параграфе рассматриваются экспериментальные данные /I0-I2/ и выясняется применимость представления об адиабатическом включении взаимодействия к однофотонной суперфлуоресценции (СФ) и однофотонному сверхизлучению (СИ). Для анализа привлекаются временные и энергетические характеристики различных стадий СФ и СИ. Как известно, в теории этих явлений используется по крайней мере десяток различных временных параметров (см., к примеру, работы /II/ и /I3/). Выбор подходящих характерных времен релаксации позволил показать применимость представления об адиабатическом включении взаимодействия к процессу однофотонной СФ. Этот вывод дополнен анализом энергетических характеристик различных стадий однофотонных СФ и СИ. Для однофотонного СИ показано, что адекватным в описании этого явления может быть представление о внезапном включении взаимодействия.

В § 2 справедливость адиабатического включения взаимодействия используется для краткого введения в метод Боголюбова исключения бозонных переменных /7,8/ при описании однофотонной СФ. Отмечены условия применимости метода. Дана также последовательная интерпретация С-числовых факторов, возникающих в кинетических уравнениях применительно к однофотонной СФ. Показано, что вариация этих чисел позволяет достаточно просто учесть процессы повторной инверсии в системе.

В § 3 снова, как и в работе /I/, рассмотрена кинетика микроскопической модели с двухбозонным каскадным взаимодействием поля и атомов. Выяснено, что эта модель достаточно нетривиальна по двум причинам. Во-первых, в ее рамках нет СФ, а есть только СИ. Этот результат понятен с точки зрения экстраполяции решения равновесной задачи /I4-I5/ на начальную квазистатическую стадию двухбозонного СИ. Точное решение показывает отсутствие равновесного фазового перехода такой системы в сегнетоэлектрическое состояние (называемое также сверхизлучательным /I6/). Во-вторых, двухбозонное СИ внешне одинаково с однофотонной СФ - в обоих случаях начальная стадия слабого свечения системы имеет длительность,на порядок большую, нежели длительность кооперативной стадии. Однако следует помнить, что в случае двухбозонного СИ макроскопическая поляризация существует от начального момента времени, а при однофотонной СФ она возникает спонтанно в стадии некогерентного излучения. Таким образом, длительность стадии некогерентного излучения в двухбозонном СИ позволяет принять гипотезу об адиабатическом включении взаимодействия и снова воспользоваться теоремой о средних специального вида /I/ для изгнания бозе-полей из уравнений. Получено и рассматривается соотношение, обобщающее закон сохранения блоховского вектора с учетом совокупности начальных условий. Приводятся результаты численного анализа системы уравнений, описывающей кинетику двухбозонного излучения системы двухуровневых излучателей.

В Приложении обсуждаются доказательства леммы Боголюбова и теоремы работы /I/.

§ I. Исключение быстрых переменных и представление об адиабатическом включении взаимодействия для однофотонной суперфлуоресценции

Довольно распространенной при описании динамики какой-либо физической системы является следующая ситуация. Именно физические параметры, фигурирующие в уравнениях движения, таковы, что допускают естественное введение различных временных масштабов и, следовательно, различных этапов эволюции рассматриваемой системы во времени. Тогда представляющие интерес динамические величины в простейшем случае разделяются на две (в общем случае - на большее число) группы: медленно изменяющихся и быстро изменяющихся переменных. Обозначая соответствующие времена релаксации как τ_1 и τ_2, можно определить параметр $\xi = \tau_2 / \tau_1$, характеризующий степень выделенности начального и конечного этапов эволюции системы.

Ситуация становится особенно удобной, если имеет место неравенство $\xi \ll 1$. В этом случае можно существенно упростить уравнения движения, с хорошей точностью исключая быстрые переменные. Конечно, неявно предполагается, что интересующий нас интервал времени эволюции системы много больше, чем время релаксации быстрых переменных, т.е. что $t \gg \tau_2$. Таким образом, первоначально сложная система уравнений аппроксимируется меньшим их числом. Это, как правило, позволяет не только получить какие-либо аналитические результаты, но и создает основу для приближений более высокого порядка по параметру ξ. В качестве широкоизвестных примеров можно привести уравнения гидродинамики, получаемые из уравнения Больцмана путем исключения всех переменных, кроме локальных энергии, импульса и плотности /I7/, а также уравнения колебания ядер под действием быстро движущихся электронов в приближении Борна-Оппенгеймера /I8/.

Очевидно, что несмотря на достаточную общность этой схемы не всякая физическая система эволюционирует в ее рамках. Это имеет место в случае, когда шкала характерных времен не допускает четкого разделения на этапы, а представляет собой набор почти непрерывно переходящих друг в друга величин. Физически это значит, что характерные времена определяются уже не различными, а одним и тем же механизмом релаксации. В качестве примера можно привести турбулентное течение жидкости /I9/.

Если не рассматривать системы последнего типа, а ограничиться только системами, в которых подходящие малые параметры естественным образом конструируются из величин, входящих в уравнения движения, то можно ввести три основных класса таких систем /20/.

I. Системы, в которых механизм быстрой релаксации является диссипативным. Этот механизм за короткое время устанавливает между быстрыми переменными частичное квазиравновесие, параметры которого определяются эволюцией медленных переменных. Следовательно, интерес представляют замкнутые уравнения, описывающие медленные переменные (рис.I).

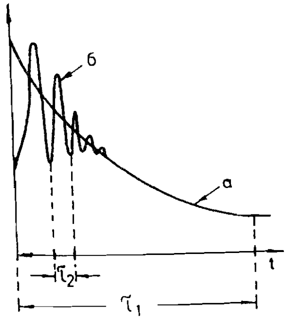
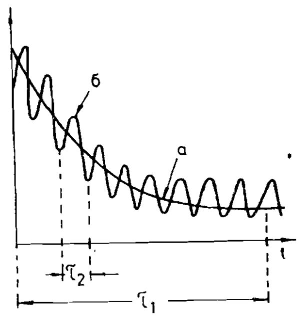


Рис.I. Поведение медленных (а) и быстрых (б) переменных для систем класса I. Быстрые переменные затухают.

П. Уравнения движения, как и в случае I, все еще содержат группу медленных переменных, однако быстрые переменные не затухают, а осциллируют вокруг траекторий медленных (рис.2).



Ш. Уравнения движения содержат только быстро осциллирующие решения. Но все же можно некоторым образом определить "усредненные" траектории для времен, больших по сравнению с периодом осцилляций τ_2 (рис.3).

Рис.2. Поведение медленных (а) и быстрых (б) переменных для систем класса П. Быстрые переменные за время τ_1 не испытывают заметного затухания.

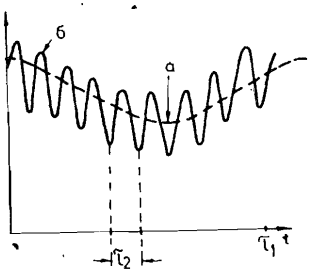


Рис.3. Быстрые переменные (б) в системах класса Ш. Пунктиром показана усредненная по времени порядка τ_1 траектория (а).

Данная классификация с физической точки зрения достаточно условна. Надо учитывать, какие из наблюдаемых величин и на каком временном интервале в данной физической системе нас интересуют. Однако эта классификация достаточно универсальна в смысле единства математических методов, используемых внутри каждого из этих классов /20/.

Известно, что впервые поэтапное исключение быстрых переменных было осуществлено Боголюбовым на примере слабо неидеального газа /5,6/ [1]. Эта работа основывалась на фундаментальной идее о существовании иерархии времен релаксаций при эволюции неравновесной системы и, следовательно, о соответствующих этим временам различных стадиях эволюции: начальной (или динамической), кинетической и гидродинамической. Как сама идея, так и математический метод, использующий в качестве малых параметров отношения характерных времен, получили широкое применение в самых различных областях физики. Подчеркнем, что слабо неидеальный газ можно использовать в качестве примера для демонстрации физической условности классификации работы /20/.

Так, если нас интересует время порядка длительности начальной стадии, то как многочастичные, так и одночастичная функции распределения являются быстро осциллирующими функциями, которые имеют все же некоторые пределы при усреднении по времени начального этапа. В этом случае мы можем отнести данную систему к классу Ш.

При переходе системы в кинетическую стадию эволюции эти усредненные пределы приобретают смысл огрубленных функций распределения, синхронизуемых одночастичной функцией распределения. В решении уравнений движения появляется медленно меняющаяся переменная. Следовательно, на кинетической стадии слабо неидеальный газ можно рассматривать как систему из класса П.

На гидродинамической стадии появляется локальное равновесие в различных областях объема системы. В каждой такой области наблюдаемые релаксируют к данным локально равновесным значениям. Это дает основания отнести систему к классу I.

И, наконец, когда остается единственный механизм релаксации - перенос, может наступить стадия турбулентности. Описать эту стадию путем выделения характерных времен удается не всегда /2I/, и тогда эволюция системы выходит за рамки вышеприведенной классификации.

Таким образом, на одном примере, предложенном Боголюбовым /5,6/, мы проиллюстрировали относительный характер подразделения физических систем на данные классы. Однако работа Ван Кампена /20/ является первой из известных нам попыток математической систематизации применяемых в физике различных методов исключения быстрых переменных.

I) Популярное изложение можно найти в работе /2I/.

Перейдем к рассмотрению процесса резонансного взаимодействия системы двухуровневых излучателей с электромагнитным полем (ЭМП). Нашей целью в этом параграфе будет выбор подходящих характерных времен релаксации для обоснования приближения адиабатического включения взаимодействия при описании однофотонной суперфлуоресценции (СФ).

Первое исключение переменных ЭМП из Master equation [2] (МЕ) было осуществлено в работе /26/, где рассматривалось взаимодействие ЭМП со спинами в условиях ЯМР. Из МЕ для одномодового лазера были исключены переменные атомной подсистемы /27/, как того требовало соотношение конкретных времен релаксации.

В случае беззеркальных лазерных систем соотношение времен релаксации изменяется таким образом, что ЭМП релаксирует значительно быстрее, чем подсистема излучателей. Поэтому из МЕ при рассмотрении таких систем исключались переменные ЭМП. Одномодовое сверхизлучение (СИ) и одномодовая СФ [3] были рассмотрены в работах /28,29/, а многомодовая СФ – в /30,31/, где для этих случаев точно исключалось ЭМП.

Во всех этих работах был использован метод проекционного оператора Цванцига /9/. Точное исключение переменных одной из подсистем и получение замкнутых уравнений, описывающих эволюцию переменных другой подсистемы, становилось возможным, лишь если в начальный момент времени подсистемы не взаимодействовали. Это условие отмечалось еще в оригинальной работе /9/. Проекционный оператор в этих работах вводился в шредингеровском представлении или в представлении взаимодействия и в явном виде входил в уравнение для зависящей от времени редуцированной матрицы плотности. При усреднении операторов наблюдаемых и переходе к кинетическим уравнениям это заметно удлиняло вычисления. Затруднения такого рода были связаны с тем, что метод проекционного оператора был первоначально развит для более общей цели, нежели простое исключение быстрых переменных, а именно для описания необратимости в эволюции системы на основе эффективного лиувиллиана.

---

2) Термин "Master equation for general order" был введен Ван Ховом /23/ для названия модифицированного уравнения Лиувилля, в котором было учтено "условие сингулярности", определяющее необратимость в развитии системы. Это уравнение получило название "Master equation" Ван Хова-Свенсона /24/. Широкое распространение термин получил в связи с многочисленными применениями метода проекционного оператора /9/ для получения уравнений типа МЕ. Балеску показал /25/, что метод сокращения в описании эволюции в операторной формулировке есть просто метод проекционного оператора с надлежащими начальными условиями.

3) Мы следуем общеизвестной терминологии, введенной в /30/.

В связи с этим было полезно развить менее общий, но более удобный для описания взаимодействия ЭМП с веществом метод исключения быстрых переменных. Желательно было использовать гейзенберговское представление, позволяющее легко переходить от уравнений для операторов к уравнениям для средних.

Такой метод был предложен в работах /2,3/, где было получено точное кинетическое уравнение для взаимодействия электрона с фононным полем. В это уравнение не входили операторы бозонного поля, а исходным квантово-механическим уравнением было уравнение Гейзенберга. Поскольку структура уравнений движения, описывающих взаимодействие ЭМП с веществом, в дипольном приближении та же, что и в случае поля-рона, то было естественным применить данный метод при исследовании однофотонной СФ.

Метод Боголюбова исключения бозонных переменных существенно основан на гипотезе об адиабатическом включении взаимодействия между бозонным полем и материей. В этом пределе метод становится точным. Реализуется ли это условие в процессе однофотонной СФ? Для ответа обратимся к экспериментальным данным по наблюдению СФ /10-12/ [4].

Прежде всего зафиксируем интересующий нас интервал времени. Можно считать, что он равен сумме времени задержки τ_D и времени τ_R излучения, интенсивность которого пропорциональна квадрату числа частиц N (рис.4). Известно, что τ_R, как правило, в 10-100 раз меньше, чем τ_D, и равно в экспериментах с цезием примерно единицам наносекунд. Можно считать, что τ_R – время, в течение которого при спонтанном излучении испускается один фотон вдоль оси иглоподобного образца.

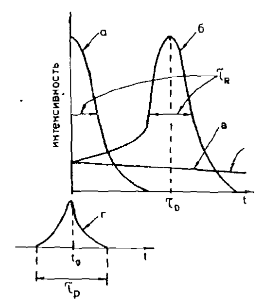


Рис.4. Схематическое изображение импульсов однофотонного сверхизлучения (а), однофотонной суперфлуоресценции (б), обычной флуоресценции (в) и накачки (г). Масштаб интенсивностей не соблюден. Показаны временные параметры: τ_R – время кооперативного излучения, τ_D – время задержки импульса однофотонной суперфлуоресценции относительно времени t_0 достижения полной инверсии, $\tau_{sp} \approx T_1, T_2', T_2^*$ – время спонтанного распада и обычной флуоресценции, τ_p – длительность импульса накачки.

---

4) Из экспериментов последнего времени следует упомянуть наблюдение двухцветовой СФ /32/ и первую демонстрацию ограниченного сверхизлучения /33/.

В теории СФ и СИ, а также лазеров часто используются следующие характерные времена: T_1 – время релаксации инверсной заселенности атома, T_2' – время релаксации поперечной поляризации атома, T_2^* – время релаксации макроскопической поляризации системы атомов, обусловленное неоднородными эффектами. Для наших целей можно считать эти времена одинаковыми. Их порядок – десятые доли и единицы микросекунд. К полю относятся время пролета системы $\tau_{tr} = L/c$, где L – длина образца, время кооперации $\tau_c = \sqrt{\tau_R \tau_{tr}}$ /34/, время накачки τ_p. В терминах этих величин условия возникновения СФ можно представить в виде следующих неравенств /30,31,11/:

$$\tau_{tr} < \tau_c < \tau_R < \tau_D < T_1, T_2', T_2^*, \qquad (1)$$

из которых следует, что времена релаксации излучателей обычно превосходят характерные времена изменения параметров поля.

Влияние накачки, т.е. начальных условий, на процесс формирования импульса СФ должно быть мало, следовательно,

$$\tau_p < \tau_D . \qquad (2)$$

Принято считать, что условия (1)-(2) достаточно универсальны и их применимость к явлению СФ не ограничивается рамками приближения среднего поля, в котором они были первоначально получены [5)].

В зависимости от рассматриваемой ситуации одно из характерных времен может быть заметно больше или меньше других. Релаксация поля в значительной мере определяется потерями на излучение. Основной характеристикой в этом случае будет эффективное время жизни фотонов в рабочей среде. В одномодовом лазере с резонатором за счет отражений это время многократно возрастает /35/ и поле начинает релаксировать медленнее, чем атомы, т.е. имеем $\tau_{tr} > T_1, T_2', T_2^*$. Тогда быстрыми переменными являются атомные, что и приводит к их естественному исключению из уравнений движения /27/. При СФ, как видно из (1), все наоборот, и нужно исключать переменные поля.

Такое исключение, независимо от типа быстрых переменных, получило название адиабатического. Термин связан с тем, что считается, будто быстрые переменные всегда успевают отслеживать изменение медленных и адиабатически, т.е. независимо от них, релаксировать на данном отрезке времени к квазистатическим значениям. Мы будем пользоваться этим установившимся термином, помня, однако, о том, что сами квазистатические значения определяются именно эволюцией медленных переменных. Адиабатичность такого процесса поэтому условна.

---

5) К этим условиям обычно добавляют условие $F \sim 1$, где F – число Френеля.

По классификации Ван Кампена системы, в которых возможно адиабатическое исключение переменных, относятся к классу I. В случае СФ и СИ можно адиабатически исключать ЭМП /28,31/. Математические условия такой процедуры были рассмотрены подробно в /36/ на примере одномодового лазера, из уравнений для которого исключались атомные переменные /27/.

В то же время ясно, что гипотеза об адиабатическом поведении не равнозначна гипотезе о применимости адиабатического включения взаимодействия между подсистемами излучателей и поля. Например, для однофотонного СИ (рис.4), благодаря начальной макроскопической поляризации, интенсивность излучения сразу пропорциональна N^2, и взаимодействие поля с атомами не является слабым. Но для однофотонной СФ характерна задержка импульса на время $\tau_D \gg \tau_R$, что позволяет считать взаимодействие на начальной некогерентной стадии включающимся адиабатически. Действительно, длительность некогерентной стадии на один-два порядка превосходит время релаксации поля: $\tau_D \gg \tau_{tr}$, а на когерентной стадии имеем $\tau_R \gtrsim \tau_{tr}$. Последнее неравенство свидетельствует о том, что потери энергии за время релаксации поля стали заметными, а не пренебрежимо малыми.

Можно привести следующие энергетические оценки. Известно /10/, что пиковая интенсивность кооперативного излучения I_c примерно в 10^{10} раз больше максимальной интенсивности спонтанного излучения I_{sp}. Вводя потери энергии атомами на этих этапах $\Delta\mathcal{E}_c$ и $\Delta\mathcal{E}_{sp}$, можно записать для интенсивностей: $I_c \approx \Delta\mathcal{E}_c/\tau_R$ и $I_{sp} \approx \Delta\mathcal{E}_{sp}/\tau_D$. Отсюда сразу получаем

$$\Delta\mathcal{E}_{sp} \approx 10^{-10}\frac{\tau_D}{\tau_R}\Delta\mathcal{E}_c \approx 10^{-8}\Delta\mathcal{E}_c \ll \Delta\mathcal{E}_c . \qquad (3)$$

Неравенство (3) при условии, что спонтанный распад предшествует кооперативному, подтверждает выполнение энергетического критерия адиабатического включения взаимодействия /37/. Следовательно, мы можем пользоваться этим приближением при описании однофотонной СФ. Наоборот, в случае однофотонного СИ неравенство (3) свидетельствует о внезапном включении взаимодействия большой интенсивности /37/, поскольку теперь кооперативное излучение предшествует спонтанному. В этом случае адекватным будет представление о внезапном включении взаимодействия.

§ 2. Метод Боголюбова адиабатического исключения ЭМП

Применение представления об адиабатическом включении взаимодействия при описании однофотонной СФ позволило распространить метод Боголюбова /2,3/, первоначально примененный к кинетическому уравнению для полярона, на теорию кооперативного излучения системы атомов. Следуя первым работам /7,8/, вкратце поясним содержание метода [6] на примере модели Дикке в приближении вращающейся волны /38/. Гамильтониан в этом случае имеет вид

$$H=\sum_{\vec{k}}\omega_{\vec{k}}a^+_{\vec{k}}a_{\vec{k}}+\sum_{f=1}^{N}\varepsilon_f S^z_f+\sum_{f=1}^{N}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{\gamma t}g_{\vec{k}}}{\sqrt{N}}\left(a_{\vec{k}}e^{i\vec{k}\vec{x}_f}S^+_f+S^-_f e^{-i\vec{k}\vec{x}_f}a^+_{\vec{k}}\right), \quad (4)$$

где $a_{\vec{k}}$, $a^+_{\vec{k}}$ – бозе-операторы моды ЭМП с импульсом $\vec{k}$, $\omega_{\vec{k}}$ – энергия фотона этой моды, S^z_f и $S^\pm_f=S^x_f\pm iS^y_f$ – операторы квазиспина, описывающие f – й двухуровневый атом, ε_f – энергия возбуждения f –го атома, $\vec{x}_f$ – координата этого атома, N – число атомов, $g_{\vec{k}}$ – константа связи. Везде далее $\hbar=1$. Фактор $e^{\gamma t}$, $\gamma>0$, введен для реализации представления об адиабатическом включении взаимодействия.

Формальные решения уравнений движения для операторов рождения и уничтожения фотона с импульсом $\vec{k}$ в представлении Гейзенберга имеют вид

$$a_{\vec{k}}(t)=e^{-i\omega_{\vec{k}}(t-t_0)}a_{\vec{k}}(t_0)-iB_{\vec{k}}(t),$$
$$B_{\vec{k}}(t)=\int_{t_0}^{t}d\tau\, e^{\gamma\tau}e^{-i\omega_{\vec{k}}(t-\tau)}\sum_{f=1}^{N}\frac{g_{\vec{k}}}{\sqrt{N}}e^{-i\vec{k}\vec{x}_f}S^-_f(\tau), \quad (5)$$

$$a^+_{\vec{k}}(t)=e^{i\omega_{\vec{k}}(t-t_0)}a^+_{\vec{k}}(t_0)+iB^+_{\vec{k}}(t),$$
$$B^+_{\vec{k}}(t)=\int_{t_0}^{t}d\tau\, e^{\gamma\tau}e^{i\omega_{\vec{k}}(t-\tau)}\sum_{f=1}^{N}\frac{g_{\vec{k}}}{\sqrt{N}}e^{i\vec{k}\vec{x}_f}S^+_f(\tau). \quad (6)$$

Принимается, что свободное ЭМП в начальный момент времени удовлетворяет каноническому распределению с некоторой обратной температурой β. Тогда имеют место соотношения /2,3/

---

[6] Достаточно полный список работ, выполненных этим методом в теории СФ, можно найти в /39/.

$$Sp\, a_{\vec{k}}(t_0)\,\mathcal{U}\,\mathcal{D}(t_0)=(1+N_{\vec{k}})\,Sp\,[a_{\vec{k}}(t_0),\mathcal{U}]\,\mathcal{D}(t_0),$$
$$Sp\,\mathcal{U}a_{\vec{k}}(t_0)\,\mathcal{D}(t_0)=N_{\vec{k}}\,Sp\,[a_{\vec{k}}(t_0),\mathcal{U}]\,\mathcal{D}(t_0), \quad (7)$$

где $\mathcal{D}(t_0)$ – матрица плотности в начальный момент t_0, $\mathcal{U}$ – произвольный оператор, для которого имеет смысл среднее по распределению $\mathcal{D}(t_0)$, а число $N_{\vec{k}}$ есть среднее число фотонов с импульсом $\vec{k}$ в начальный момент времени t_0:

$$N_{\vec{k}}=\left(\exp(\beta\omega_{\vec{k}})-1\right)^{-1}. \quad (8)$$

Структура уравнений (5) и (6), в которых неоднородные члены $B_{\vec{k}}(t)$ и $B^+_{\vec{k}}(t)$ есть интегралы по одним только переменным атомной подсистемы, дает возможность адиабатически исключить из кинетического уравнения вклады бозе-полей. В самом деле, пусть $\mathcal{O}(t)$ – произвольный оператор, принадлежащий подсистеме атомов, взятый в гейзенберговском представлении. Подставляя $\mathcal{O}(t)$ в уравнение Гейзенберга с гамильтонианом (4), используя квадратуры (5) и (6) и усредняя по распределению $\mathcal{D}(t_0)$, имеем

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle\mathcal{O}(t)\rangle+i\sum_{f=1}^{N}\varepsilon_f\left\langle\left[\mathcal{O}(t),S^z_f(t)\right]\right\rangle=$$
$$=i\sum_{f=1}^{N}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{\gamma t}g_{\vec{k}}}{\sqrt{N}}e^{i\vec{k}\vec{x}_f}e^{-i\omega_{\vec{k}}(t-t_0)}\left\langle a_{\vec{k}}(t_0)\left[S^+_f(t),\mathcal{O}(t)\right]\right\rangle+$$
$$+i\sum_{f=1}^{N}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{\gamma t}g_{\vec{k}}}{\sqrt{N}}e^{-i\vec{k}\vec{x}_f}e^{i\omega_{\vec{k}}(t-t_0)}\left\langle\left[S^-_f(t),\mathcal{O}(t)\right]a^+_{\vec{k}}(t_0)\right\rangle+ \quad (9)$$
$$+\sum_{f=1}^{N}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{\gamma t}g_{\vec{k}}}{\sqrt{N}}e^{i\vec{k}\vec{x}_f}\left\langle B_{\vec{k}}(t)\left[S^+_f(t),\mathcal{O}(t)\right]\right\rangle-$$
$$-\sum_{f=1}^{N}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{\gamma t}g_{\vec{k}}}{\sqrt{N}}e^{-i\vec{k}\vec{x}_f}\left\langle\left[S^-_f(t),\mathcal{O}(t)\right]B^+_{\vec{k}}(t)\right\rangle.$$

В уравнение (9) бозе-поля входят через средние $\langle a_{\vec{k}}(t_0)[S^+_f(t),\mathcal{O}(t)]\rangle$ и $\langle[S^-_f(t),\mathcal{O}(t)]\,a^+_{\vec{k}}(t_0)\rangle$. Покажем, как с помощью (7) можно преобразовать эти средние, изгоняя из них бозе-операторы $a_{\vec{k}}(t_0)$ и $a^+_{\vec{k}}(t_0)$, взятые в начальный момент времени. Обратим уравнения (5) и (6):

$$e^{-i\omega_{\vec k}(t-t_0)} a_{\vec k}(t_0) = a_{\vec k}(t) + i B_{\vec k}(t),$$

$$e^{i\omega_{\vec k}(t-t_0)} a^+_{\vec k}(t_0) = a^+_{\vec k}(t) - i B^+_{\vec k}(t). \qquad (10)$$

Подставляя (I0) в (7), где в качестве оператора $\mathcal{U}$ будут фигурировать соответственно $[S^+_f(t), O(t)]$ и $[S^-_f(t), O(t)]$, и используя коммутативность операторов поля и материи, взятые в одинаковые моменты времени, окончательно получим:

$$e^{-i\omega_{\vec k}(t-t_0)} \langle a_{\vec k}(t_0)[S^+_f(t); O(t)]\rangle =$$
$$= i(1+N_{\vec k})\langle [B_{\vec k}(t), [S^+_f(t), O(t)]]\rangle,$$
$$e^{i\omega_{\vec k}(t-t_0)} \langle [S^-_f(t), O(t)]\, a^+_{\vec k}(t_0)\rangle = \qquad (11)$$
$$= -i(1+N_{\vec k})\langle [[S^-_f(t), O(t)], B^+_{\vec k}(t)]\rangle.$$

Таким образом, в пределе $t_0 \to -\infty$, $\gamma \to +0$, $\gamma t_0 = Const$, с помощью леммы Боголюбова (7) и квадратур (5), (6) мы точно исключили бозе-поля из кинетического уравнения (9).

Возможность такого преобразования была обусловлена двумя факторами. Первый состоит в том, что однофотонная структура гамильтониана взаимодействия (4) дает в квадратурах (5) и (6) неоднородность, формально зависящую только от переменных атомов. Этого удобства мы лишаемся в случае многофотонных процессов /40,I/, и тогда подобное исключение бозе-переменных возможно лишь в частных случаях. Второй фактор – представление об адиабатическом включении взаимодействия между атомами и полем – имеет два следствия: отсутствие взаимодействия в начальный момент времени t_0 позволяет применить лемму Боголюбова, а предельный переход $t_0 \to -\infty$, $\gamma \to +0$, $\gamma t_0 = Const$ дает возможность называть процедуру исключения бозе-полей точной /22/.

Помимо математического комментария к вышеизложенному формализму следует также дать физическую интерпретацию С-числовым факторам $N_{\vec k}$ применительно к случаю СФ. Для этого обратимся к типичной схеме рабочих уровней, используемой в экспериментах по СФ (рис.5) /I0-I2/ и соотношению параметров импульса накачки и импульса СФ (2) (рис.4).

Напомним, что косвенная накачка перехода $3 \to 2$ через уровень 3 позволяет исключить влияние стимулированных процессов излучения во время накачки. То есть импульс накачки на переходе $1 \to 3$ можно эффективно представлять как резонансную накачку перехода $2 \to 3$, не возбуждающую на этом переходе стимулированное излучение.

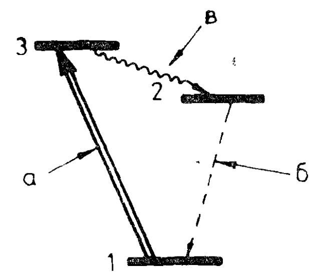


Рис.5. Схема рабочих уровней типичного эксперимента по наблюдению однофотонной суперфлуоресценции. Показаны: накачка через промежуточный уровень 3 (а), быстрая безызлучательная релаксация (б), излучение на рабочем переходе $3 \to 2$ (в).

По своему смыслу $N_{\vec k}$ – это среднее число фотонов с импульсом $\vec k$, находящихся в рабочей среде в момент времени t_0. Однако в этот момент, когда все атомы достигли инверсного состояния, в образце может присутствовать только непоглотившаяся часть импульса накачки [7]. Длительность этого остатка можно фиксировать прямо на выходе импульса накачки из рабочей среды. Обозначим эту длительность τ'_p [8]. Длительность безызлучательного перехода $2 \to 1$ будем считать пренебрежимо малой, что обычно имеет место /4I/. Поскольку накачка расходуется только на инверсию, то за время пребывания остатка импульса накачки в среде возможны процессы повторной инверсии. Время пребывания остатка в среде можно считать равным $\tau'_p + \tau_{tr}$. За это время спонтанно распадется $N_p = N \times (1 - exp((\tau'_p + \tau_{tr})/T_1))$ атомов, где T_1 – время релаксации инверсной населенности атома. Считая, что все эти атомы повторно инверсируют, можно сказать, что из фиктивного поля с резонансной частотой ω_0 на переходе $2 \to 3$ было поглощено N_p фотонов.

Пусть теперь условию резонанса $|\vec k| = \omega_0/c$ удовлетворяют $\varkappa$ рабочих мод, что определяется геометрией образца. Чаще всего $\varkappa = 2$. Тогда для чисел $N_{\vec k}$, фигурирующих в полученных нами уравнениях (9) и (II), можно записать:

$$N_{\vec k} = \begin{cases} 0, \text{ если } |\vec k| \neq \omega_0/c, \\ \dfrac{N_p}{\varkappa} = \dfrac{N}{\varkappa}\left(1 - exp\left((\tau'_p + \tau_{tr})/T_1\right)\right), \text{ если } |\vec k| = \omega_0/c. \end{cases} \qquad (12)$$

Таким образом, вариация чисел $N_{\vec k}$ для резонансных приосевых мод поля довольно простым способом позволяет эффективно учесть процессы повторной инверсии. Однако если нарушается одно из неравенств

7) Нерезонансное тепловое излучение считается пренебрежимо малым.

8) Может иметь место неравенство $\tau'_p \geqslant \tau_p$.

$\tau_p, \tau_p' < \tau_D$, то следует описывать накачку как внешнее классическое поле /42/.

Отметим также, что в случае фононного СИ с накачкой большой длительности, теоретически рассмотренного в работе /43/, числа N_k приобретают свой прямой смысл как среднее число фононов в начальный момент времени.

§ 3. Двухбозонное каскадное сверхизлучение

В нашей предыдущей работе /I/ метод Боголюбова был применен к исследованию двухбозонных процессов в двухуровневых системах. Для этого была обобщена лемма (7) на случай взаимодействия материи с конечным числом бозе-полей. Неудобная структура уравнений для бозе-операторов, отличная от структуры квадратур (5) и (6), отчасти компенсировалась законом сохранения, присущим рассмотренной модели. Гамильтониан ее имел вид

$$H = \omega_1 a^+ a + \omega_2 b^+ b + \varepsilon \sum_{f=1}^{N} S_f^z + \\ + \frac{\lambda e^{\gamma t}}{N} \sum_{f=1}^{N} \left(S^-(f) a^+ b^+ + b a S^+(f) \right), \tag{I3}$$

где $a^{\#}$ и $b^{\#}$ – операторы рождения и уничтожения квантов коммутативных между собой мод бозе-полей, ω_1 и ω_2 – соответствующие частоты, λ – константа связи. На основе полученной в этой работе /I/ в приближении среднего поля с учетом неоднородного лоренцева уширения линии /30/ иерархии кинетических уравнений можно записать следующую систему уравнений для величин $\langle S^z(t)\rangle = \frac{1}{N}\sum_{f=1}^{N}\langle S^z(f,t)\rangle$ и $\langle S^+(t)\rangle\langle S^-(t)\rangle = \frac{1}{N^2}\sum_{f,f'=1}^{N}\langle S^+(f,t)\rangle\langle S^-(f',t)\rangle$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle S^z(t)\rangle = -\frac{2\lambda^2 e^{\gamma t}}{N} e^{-t/2T}\Phi(t)\left(\langle S^+(t)\rangle\langle S^-(t)\rangle + \frac{2N(\omega_1,\omega_2)}{N}\langle S^z(t)\rangle\right), \tag{I4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\langle S^+(t)\rangle\langle S^-(t)\rangle\right) = \langle S^+(t)\rangle\langle S^-(t)\rangle \times \\ \times \frac{4\lambda^2 e^{\gamma t}}{N} e^{-t/2T}\Phi(t)\left(\langle S^z(t)\rangle - \frac{N(\omega_1,\omega_2)}{N}\right), \tag{I5}$$

где $N(\omega_1,\omega_2) = \left(\exp(\beta_1\omega_1 + \beta_2\omega_2) - 1\right)^{-1} = \dfrac{N_1 N_2}{1+N_1+N_2}$,

$N_i = \left(\exp(\beta_i\omega_i) - 1\right)^{-1}$, $i = 1, 2$.

Величины β_i – начальные обратные температуры бозе-полей, T – наименьшее из атомных времен релаксации. Считается, что оно обусловлено лоренцевым уширением линии. Функция $\Phi(t)$ является интегральной:

$$\Phi(t) = \int_{t_0}^{t} d\tau\, e^{\gamma\tau} e^{\tau/2T}\left(1 + N_1 + N_2 + 2N\langle S^z(t_0) - S^z(\tau)\rangle\right). \tag{I6}$$

Уравнения (I4)-(I6) сохранили характерные черты иерархии кинетических уравнений работы /I/. В правой части нелинейности по вычисляемым корреляторам на два порядка выше, чем в левой, в то время как в обычной модели Дикке с однофотонным взаимодействием разница на один порядок. Другая особенность состоит в том, что эти уравнения не приводятся к марковскому типу стандартными методами и за счет функций $\Phi(t)$ сохраняют память об истории системы с момента времени t_0. Кроме того, в уравнения не вошла величина ε , так как она выражается в рассмотренном случае точного резонанса через несущие частоты полей: $\varepsilon = \omega_1 + \omega_2$.

Аналогом величин N_k в формуле (I2), в иерархии работы /I/ и уравнениях (I4)-(I6) является квазиравновесная величина $N(\omega_1, \omega_2)$. Она зависит от двух начальных эффективных температур. Интерпретация ее в этом случае не столь прозрачна, как в однофотонной СФ. Во-первых, мы не имеем пока возможности описать посредством уравнений (I4)-(I6) конкретную экспериментальную ситуацию, в которой наблюдался бы импульс кооперативного каскадного двухфотонного излучения. Во-вторых, рассматриваемые нами бозе-поля могут быть не фотонными, а, например, фононными. В последнем случае первичными будут именно температуры, а числа N_1 и N_2 будут их функциями, в то время как в случае однофотонной СФ температуры были эффективными и определялись по числам N_k из формулы (I2).

Однако для любой ситуации, описываемой гамильтонианом (I3), должен учитываться тот факт, что бозоны излучаются парами. Оказывается, что вид функции $N(\omega_1, \omega_2)$ учитывает это. Действительно, пусть $N_1, N_2 \gg 1$ [9] и одно из этих чисел больше другого: $N_2 > N_1$. Тогда

$$N(\omega_1,\omega_2) = \frac{N_1 N_2}{1+N_1+N_2} = \frac{N_1}{1/N_2 + N_1/N_2 + 1} \approx N_1 = \min(N_1, N_2), \tag{I7}$$

т.е. с точностью до N_1/N_2 функция $N(\omega_1, \omega_2)$ равна числу бозонов, способных образовывать пары, взаимодействующие с атомами. Чем меньше отношение N_1/N_2 , тем больше точность соотношения (I7).

Интересно проследить зависимость $|\langle S^{\pm}(t)\rangle|$ и $\langle S^z(t)\rangle$ от начальных условий. Отбрасывая члены, пропорциональные $N(\omega_1,\omega_2)/N^2$, и сохраняя члены, пропорциональные $N(\omega_1,\omega_2)/N$, можно получить из уравнений (I4)-(I6) следующее приближенное равенство:

9) Только в этом случае возможна заметная зависимость кинетики излучения от этих чисел.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\langle S^+(t)\rangle\langle S^-(t)\rangle\right) \approx -2\left(\langle S^z(t)\rangle - \frac{N(\omega_1,\omega_2)}{N}\right)\frac{\partial}{\partial t}\langle S^z(t)\rangle. \quad (I8)$$

Вводя начальные условия

$$\left|\langle S^\pm(t_0)\rangle\right| = P, \quad \langle S^z(t_0)\rangle = S \quad (I9)$$

и интегрируя соотношение (I8) от t_0 до t, имеем закон сохранения

$$\left|\langle S^\pm(t)\rangle\right|^2 - P^2 = -\left(\langle S^z(t)\rangle - \frac{N(\omega_1,\omega_2)}{N}\right)^2 + \left(S - \frac{N(\omega_1,\omega_2)}{N}\right)^2. \quad (20)$$

Формула (20) получена в среднем поле. Можно считать, что в этом приближении она обобщает закон сохранения длины блоховского вектора с учетом начальной поляризации P, начальной инверсной заселенности S и начальных полей через величину $N(\omega_1,\omega_2)/N$. Отсюда следует, что с ростом начальной поляризации корреляции между атомами при фиксированной населенности возрастают. Чтобы видеть зависимость от начальных полей и начальной инверсии, перепишем (20) в виде

$$\left|\langle S^\pm(t)\rangle\right|^2 = \left(S + \langle S^z(t)\rangle - \frac{2N(\omega_1,\omega_2)}{N}\right)\left(S - \langle S^z(t)\rangle\right) + P^2. \quad (2I)$$

Видно, что наличие полей, характеризуемых температурой, т.е. носящих некогерентный характер, приводит к уменьшению корреляций, а увеличение начальной инверсной населенности – к их увеличению. Соотношение (2I) справедливо, даже если в начальный момент были достаточно сильные некогерентные поля с удельной плотностью бозонов, сравнимой с плотностью излучателей. Однако следует помнить, что (2I) остается в силе лишь при времени не более T –времени неоднородной релаксации макроскопической поляризации.

Качественные заключения, сделанные на основе соотношения (2I), подтверждаются численным решением уравнений (I4)-(I6). Их можно рассматривать как систему дифференциальных уравнений, если преобразовать (I6) к виду

$$\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} = e^{\gamma t} e^{t/2T}\left(1 + N_1 + N_2 + 2N\langle S^z(t_0) - S^z(t)\rangle\right) \quad (22)$$

с начальным условием $\Phi(t_0) = 0$.

При решении уравнений (I4), (I5) и (2I) инверсная населенность и температура начальных полей фиксировались, и исследовались зависимости параметров когерентного излучения от начальной поляризации P. Следовательно, при $P \neq 0$ исследовалось двухбозонное СИ.

Основной результат численного решения состоит в том, что двухбозонное СИ качественно напоминает однофотонную СФ, так как имеет время задержки. При малых начальных поляризациях P как время когерентного излучения τ_R, так и время задержки τ_D сравнимы с наименьшим временем атомной релаксации T (рис.6), а пиковая интенсивность излучения I_{max} и максимальная поляризация P_{max} – относительно малы (рис.7). По мере возрастания начальной поляризации

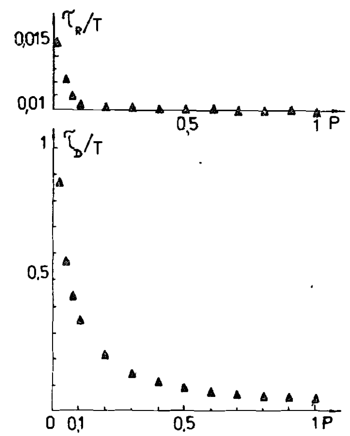


Рис.6. Расчетные точки (▲) зависимостей времени коллективного излучения τ_R и времени задержки τ_D импульса двухбозонного каскадного сверхизлучения от начальной поляризации P.

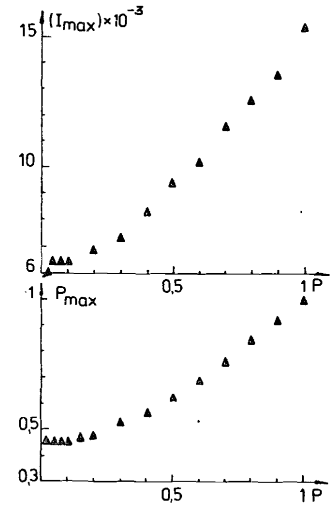


Рис.7. Расчетные точки (▲) зависимостей пиковой интенсивности I_{max} и пиковой поляризации P_{max} от начальной поляризации P для двухбозонного каскадного сверхизлучения.

времена τ_R и τ_D резко сокращались (на порядок и более), а пиковая интенсивность и максимальная поляризация монотонно возрастали.

Таким образом, параметры когерентного излучения, в нашем случае – двухбозонного СИ, сильно зависели от начальной поляризации. Более того, двухбозонное СИ наблюдалось в численном решении при отрицательной инверсной населенности и достаточно большой начальной поляризации.

В этом случае в поведении интенсивности как функции времени был участок поглощения энергии макроскопической поляризации.

С целью выяснения возможности двухбозонной СФ уравнения (I4), (I5) и (2I) модифицировались следующим образом. От среднего поля переходили к расцеплениям, учитывающим спонтанное излучение атомов:

$$\sum_{f=1}^{N}\sum_{f'=1}^{N}\left\langle S^{+}(f,t)S^{-}(f',t)\right\rangle=\frac{N}{2}+\sum_{f=1}^{N}\left\langle S^{z}(f,t)\right\rangle+\sum_{f\neq f'}\left\langle S^{+}(f,t)\right\rangle\left\langle S^{-}(f',t)\right\rangle. \quad (23)$$

Модифицированные таким образом уравнения решались численно при $P=0$. Однако качественное и даже количественное поведение решения этих уравнений не отличались сколько-нибудь от экспоненциально спадающего при $P=0$ решения уравнений (I4), (I5) и (2I). Напомним, что для качественного описания поведения импульса однофотонной СФ приближения среднего поля было достаточно /30,3I/. Учет членов, описывающих спонтанный распад, приводил к уточнению численных значений временных параметров, не меняя качественного описания /I0/ однофотонной СФ.

Следовательно, дело не в приближении, которое применялось для получения конечных уравнений. Результат численного решения показывает отсутствие двухфотонной СФ в системе каскадного типа. Это равнозначно тому, что при двухфотонном спонтанном излучении макроскопическая поляризация не может возникнуть самопроизвольно, без наложения некоторой начальной поляризации. В пользу отсутствия двухфотонной СФ, т.е. спонтанного двухфотонного излучения, свидетельствует и точное решение равновесной задачи с гамильтонианом (I3) /I4,I5/. Это решение выявило отсутствие равновесного фазового перехода такой системы в сегнетоэлектрическое состояние. В то же время известно, что для систем с однофотонным взаимодействием такой фазовый переход есть /44/. Этот вопрос будет подробно исследован в отдельной работе.

Наличие времени задержки τ_D (рис.6) в формировании импульса двухфотонного СИ, а также его длительность, при больших начальных поляризациях на порядок-два превосходящая длительность τ_R самого импульса, позволяют качественно обосновать применимость представления об адиабатическом включении взаимодействия для случая двухфотонного СИ. Очевидно, что применение развернутой аргументации в пользу этой гипотезы, подобной той, которая приведена в § I данной работы, требует соотнесения нашего анализа с конкретной физической ситуацией. Однако, насколько нам известно, двухбозонное СИ каскадного типа экспериментально еще не наблюдалось.

Рассмотренная в этом параграфе модель является примером системы, в которой не может возникнуть спонтанная когерентность. Когерентный процесс – двухбозонное СИ – может возникнуть только за счет внешнего фактора, роль которого играет начальная поляризация. Таким образом, модель наглядно демонстрирует принципиальное различие между суперфлуоресценцией и сверхизлучением.

ПРИЛОЖЕНИЕ

О ДОКАЗАТЕЛЬСТВАХ ЛЕММЫ БОГОЛЮБОВА И ТЕОРЕМЫ РАБОТЫ /I/

Утверждение леммы (7) следует из доказанного в /2,3/ соотношения

$$\left\langle U a_{\vec{k}}(t_0)\right\rangle = e^{-\beta\omega_{\vec{k}}}\left\langle a_{\vec{k}}(t_0)\,U\right\rangle. \quad (\text{П-I})$$

Может сложиться впечатление, что это соотношение является тривиальным следствием условия Кубо-Мартина-Швингера (КМШ) /45/. Однако это не так.

Существенным для выполнения условия КМШ является тот факт, что генератор сдвигов динамических величин во времени – гамильтониан системы H – не зависит от времени. Тогда оператор эволюции имеет простую экспоненциальную форму

$$U(t,t_0)=exp\left(iH(t-t_0)\right), \quad (\text{П-2})$$

которая позволяет формально рассматривать матрицу плотности канонического распределения $exp(-\beta H)/Sp\,exp(-\beta H)$ как оператор сдвига на мнимое время $i\beta$.

А в работах /2,3,I/ рассмотрен случай, когда гамильтониан зависит от времени явно, поскольку реализуется адиабатическое включение взаимодействия. В этом случае, как известно /22/, оператор эволюции отличается от (П-2) сомножителем, содержащим T-экспоненту, и, следовательно, матрица плотности канонического распределения не может быть рассмотрена как оператор сдвига во времени. Таким образом, условие КМШ не содержит соотношения (П-I) и не может быть использовано для доказательства леммы (и теоремы в /I/).

Использование известного формального тождества

$$e^{A}Be^{-A}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left[A,\left[A,\left[\ldots\left[A,B\right]\ldots\right]\right]\right] \quad (\text{П-3})$$

для вычисления коммутатора $[a_{\vec{k}}(t_0), exp(-\beta \sum_{\vec{k}} \omega_{\vec{k}} a^+_{\vec{k}}(t_0) a_{\vec{k}}(t_0))]$ (для этого достаточно положить $A = \beta \sum_{\vec{k}} \omega_{\vec{k}} a^+_{\vec{k}}(t_0) a_{\vec{k}}(t_0)$, $B = a_{\vec{k}}(t_0)$ и умножить (П-3) слева на e^{-A}) представляется не самым простым и очевидным способом доказательства. Для обоснования этих формальных манипуляций необходимо специально рассматривать вопрос об определении оператора $exp(\beta \sum_{\vec{k}} \omega_{\vec{k}} a^+_{\vec{k}}(t_0) a_{\vec{k}}(t_0))$, зависящего от неограниченных бозе-операторов $a_{\vec{k}}(t_0)$ и $a^+_{\vec{k}}(t_0)$ при $\beta \omega_{\vec{k}} > 0$.

Этот вопрос был обойден в работе /46/, где была получена общая формула, позволяющая вычислить коммутатор $[a_{\vec{k}}(t_0), exp(-\beta \times \sum_{\vec{k}} \omega_{\vec{k}} a^+_{\vec{k}}(t_0) a_{\vec{k}}(t_0))]$, не прибегая к тождеству (П-3). Однако работа /46/ вышла значительно позже работ /2,3/. Что касается доказательства теоремы в работе /I/, то в нем не использованы перестановочные соотношения. Оно остается справедливым как для бозе-, так и для ферми-операторов, в то время как общая формула, полученная в /46/ предполагает прямое использование конкретных перестановочных соотношений.

Литература

I. Бакасов А.А., Боголюбов Н.Н. (мл.), Шумовский А.С., Юкалов В.И. Препринт ОИЯИ, Р17-86-74, Дубна, 1986.

2. Bogolubov N.N. Communication of JINR, E17-11822, Dubna, 1978.

3. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н. (мл.) ЭЧАЯ, 1980, т.II, вып.2, с.245-300.

4. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н. (мл.). Введение в квантовую статистическую механику. М., "Наука", 1984.

5. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. М.-Л., ОГИЗ, Гостехиздат, 1946.

6. Боголюбов Н.Н. Избранные труды. т.2, Киев, "Наукова думка", 1970.

7. Боголюбов Н.Н. (мл.), Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1982, т.52, № 3, с.423-430.

8. Боголюбов Н.Н. (мл.), Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1982, т.53, № I, с.108-113.

9. Zwanzig R. J. Chem.Phys., 1960, v.33, No.5, p.1338-1341.

I0. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. УФН, 1980, т.131, вып.4, с.653-694.

II. Vrehen Q.H.F. and Gibbs H.M. Topp.Curr.Phys., 1982, v.27, p.111-146.

I2. Gross M. and Haroche S. Phys.Rep., 1982, v.93, No.5, p.301-396.

I3. Боголюбов Н.Н. (мл.), Молдояров А.А., Фам Ле Киен, Шумовский А.С. Препринт ОИЯИ, Р17-85-665, Дубна, 1985.

I4. Боголюбов Н.Н. (мл.), Молдояров А.А., Шумовский А.С. Препринт ОИЯИ, Р17-85-414, Дубна, 1985.

I5. Алискендеров Э.И., Молдояров А.А., Шумовский А.С. Кр. сообщения ОИЯИ, № 10, с.26-35, Дубна, 1985.

I6. Емельянов В.И., Климонтович Ю.Л. Квантовая электроника, 1976, т.3, № 4, с.848-851.

I7. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., ИЛ, 1960.

I8. Born M., Oppenheimer J.R. Ann.Phys., 1927, v.84, No.3, p.457.

I9. Turbulence, Chaos and Fractals. Phys.Rep., 1984, v.103, No.1-4, p.81-185.

20. Van Kampen N.G. Phys.Rep., 1985, v.124, No.2, p.69-160.

2I. Уленбек Г.Е. Уравнение Больцмана. В кн.: Кац М. Вероятность и смежные вопросы в физике. М., "Мир", 1965, с.227-250.

22. Зубарев Д.Н. Неравновесная статистическая термодинамика. М., "Наука", 1971.

23. Van Hove L. Physica, 1957, v.23, No.6, p.441-480.

24. Zwanzig R. Physica, 1964, v.30, No.6, p.1109-1123.

25. Balescu R. Physica, 1971, v.56, No.1, p.1-24.

26. Argyres P.N. and Kelley P.L. Phys.Rev., 1964, v.134, No.1A, p.A98-A111.

27. Haake F. Z. Physik, 1969, v.227, No.2, p.179-194.

28. Bonifacio R., Schwendiman P., Haake F. Phys.Rev., 1971, v.4A, No.1, p.302-313.

29. Bonifacio R., Schwendiman P., Haake F. Phys.Rev., 1971, v.4A, No.3, p.854-864.

30. Bonifacio R., Lugiato L.A. Phys.Rev., 1975, v.11A, No.5, p.1507-1521.

3I. Bonifacio R., Lugiato L.A. Phys.Rev., 1975, v.12A, No.2, p.587-598.

32. Florian R., Schwan L.O., Schmid D. Phys.Rev., 1984, v.29A, No.5, p.2709-2715.

33. Pavolini D., Grubellier A., Pillet P., Cabaret L., Liberman S. Phys.Rev.Lett., 1985, v.54, No.17, p.1917-1920.

34. Arecchi F.T., Courtens E. Phys.Rev., 1970, v.2A, No.5, p.1730-1737.

35. Звелто О. Принципы лазеров. М., "Мир", 1984.

36. Lugiato L., Mandel P., Narducci L.M. Phys.Rev., 1984, v.29A, No.3, p.1438-1452.

37. Давыдов А.С. Квантовая механика. М., "Наука", I973.
38. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М., "Мир", I978.
39. Боголюбов Н.Н. (мл.), Фам Ле Киен, Шумовский А.С. В кн.: Ш Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики, ДI7-84-850, с.I3I-I54, Дубна, I984.
40. Bogolubov N.N. (Jr.), Fam Le Kien, Shumovsky A.S. Physica, 1985, v.130A, No.1-2, p.273-291.
4I. Fong F.J. (ed.). Radiationless Transitions, Springer-Verlag, Berlin, 1976.
42. Bogolubov N.N. (Jr.), Bashkirov E.K., Fam Le Kien, Shumovsky A.S. Physica, 1985, v.133A, No.3, p.413-424.
43. Bialek W. Phys.Lett., 1984, v.103A, No.6-7, p.349-352.
44. Hepp K., Lieb E.H. Ann.Phys., 1973, v.76, No.2, p.360-404.
45. Эмх Ж. Алгебраические методы в статистической механике и квантовой теории поля. М., "Мир", I976.
46. Gallatin G.M. J. Math.Phys., 1983, v.24, No.11, p.2564-2565.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 апреля I986 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Бакасов А.А., Юкалов В.И. Р17-86-188

Метод сокращенного описания когерентного излучения

Для однофотонной суперфлуоресценции и двухбозонного сверхизлучения показана применимость представления об адиабатическом включении взаимодействия. Показано отсутствие двухбозонной суперфлуоресценции. Двухбозонное сверхизлучение, имеющее большое время задержки, качественно напоминает однофотонную суперфлуоресценцию. Проведено аналитическое и численное решение.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Bakasov A.A., Yukalov V.I. P17-86-188

The Method of Reduced Description of the Coherent Radiation

It is shown that for one-photon superfluorescence and two-boson super-radiance the representation of the adiabatic switching-on of interaction is valid. As follows from the solution, the two-boson superfluorescence is absent, and the two-boson super-radiance having a large delay time looks like the one-photon superfluorescence.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986