сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P17-86-123

В.Лисы, В.К.Федянин

О ТЕРМОДИНАМИКЕ НЕИДЕАЛЬНОГО ГАЗА СОЛИТОНОВ ДЛЯ СИСТЕМ СИНУС-ГОРДОН

1986

1. Модель синус-Гордон /СГ/ является одной из наиболее исследованных моделей классической теории поля. К описанию на ее основе физических явлений приходят в самых разных областях физики, особенно в физике конденсированного состояния /см., например, обзоры [1,2] и книгу [3] /. Однако ряд вопросов, касающихся в первую очередь построения термодинамики и динамики частицеподобных возбуждений в этой модели, остаются нерешенными.

В настоящей заметке обсудим только некоторые проблемы, связанные с их термодинамикой. Хотя СГ-модель полностью интегрируема [4] /напомним, что модами СГ-уравнения являются кинки и антикинки, бионы и непрерывные решения - "фононы"/, термодинамика модели в этих переменных до сих пор не построена. Метод трансферматрицы [5,6] позволяет находить термодинамические характеристики только численно, или в пределе $T \to 0$. В рамках теории возмущений исследован и случай $T \to \infty$ [6]. Начиная с работы [7], термодинамика СГ-систем строилась также в рамках феноменологии идеального газа солитонов /кинков и бионов/ с соответствующей модификацией учетом фононов /в качестве последних берут решение линеаризованного СГ-уравнения/ [6,7]. Заметим, что термодинамика кинков и бионов изучалась только в отдельности [2], причем даже в таком подходе роль бионов еще не выяснена /см. обсуждение этого вопроса в [8-10]/. Приближение идеального газа для бионов нуждается в уточнении, и должно анализироваться в каждом случае применения СГ-уравнения в конкретной модели. Феноменология идеального газа кинков работает лучше, в частности, она помогла качественно объяснить некоторые особенности теплоемкости, измеряемой в опытах с магнетиком $CsNiF_3$ [11,8], однако и она также нуждается в уточнении. Насколько хорошо эта феноменология применима для СГ-систем, как нам кажется, может показать только детальное сравнение не с экспериментами на реальных системах, а с результатами численных экспериментов, которое до сих пор не было осуществлено. Несмотря на это, ясно, что феноменологический подход является первым приближением на пути к построению термодинамики солитонов в СГ-системах.

Солитоны в действительности взаимодействуют, что приводит, в частности, к изменению фазы, и, в принципе, при вычислении статистической суммы это взаимодействие нужно учитывать. Насколько нам известно, в литературе имеется только одна попытка построения термодинамики неидеального газа солитонов для СГ-систем [12]. Основная проблема здесь связана с тем, что неизвестна потенциальная энергия взаимодействия солитонов. В [12], не детализируя точный вид потенциальной энергии, удалось найти поправки к характеристикам идеального газа кинков /первый вириальный коэффициент/. В основу подхода [12] было положено простое наблюдение: процесс столкновения кинков в нерелятивистском приближении соответствует соударению твердых стержней с длинами, зависящими от относительной скорости сталкивающихся солитонов.

В данной работе, используя эту оригинальную идею, мы разовьем термодинамику неидеального газа /смеси/ кинков и антикинков более простым и корректным способом. При этом используем точную конфигурационную часть статистической суммы, что дает возможность формально записать любое число членов вириального разложения. Нами рассматривается случай парного взаимодействия, которое имеет место в СГ-системах [13,14] и в явном виде выписаны первые три члена разложения. В работе показано, что в первом приближении по неидеальности газ солитонов можно рассматривать как газ твердых стержней с эффективной постоянной длиной. Записано уравнение состояния системы. Указаны также недостатки исходной идеи работы [12]. В последнем разделе обсуждаются попытки построения потенциала взаимодействия для солитонов в более ранних работах.

2. Информация о взаимодействии кинков /антикинков/ содержится в многосолитонных решениях СГ-уравнения. Результат взаимодействия двух солитонов заключается только в изменении их фаз. Это означает, что после столкновения солитоны смещаются в пространстве по отношению к тому положению, которое они занимали бы в отсутствие взаимодействия. Если солитоны сохраняют свою индивидуальность после соударения, то их смещения направлены таким образом, что взаимодействие между ними является притяжением /независимо от знака солитонов/. Если солитон взаимодействует с несколькими солитонами одновременно, то его фазовый сдвиг является просто суммой фазовых сдвигов в актах столкновения с отдельными солитонами. Это означает, что в системе нет трехчастичных сил [13,14].

Ниже мы будем пользоваться обозначениями, общепринятыми в настоящее время для СГ-систем [2,5], т.е. набором констант /в скобках указана их размерность/: A /масса·длина/, c_0 /скорость/, ω_0 /частота/, $d = c_0/\omega_0$ /длина/. Пространственное смещение солитона, движущегося до столкновения со скоростью v_1 и столкнувшегося с солитоном, имеющим скорость v_2, после столкновения равно [13] /для солитонов любых знаков/:

$$\Delta_{12} = \mathrm{sgn}(v_1 - v_2)\,\frac{d}{\gamma_1}\,\ln\Big[\frac{\gamma_1(1+v_1/c_0)+\gamma_2(1+v_2/c_0)}{\gamma_1(1+v_1/c_0)-\gamma_2(1+v_2/c_0)}\Big]^2, \qquad /1/$$

$$\gamma_i = (1 - v_i^2 c_0^{-2})^{-1/2}.$$

Представим, следуя [12], процесс столкновения несколько по-другому. Будем считать, что солитоны не проходят друг через друга, а являются непроницаемыми. Тогда после столкновения они обмениваются скоростями, и в нерелятивистском приближении $|v_i| \ll c_0$ столкновение напоминает соударение твердых стержней с одинаковыми длинами, имеющими смысл "исключений длины" при столкновении:

$$\Delta_{12} = d\ln\Big[\frac{2E_0/c_0}{p_1 - p_2}\Big]^2. \qquad /1а/$$

Здесь $E_0 = 8A\omega_0 c_0$ - энергия покоя солитона, и использована связь между скоростью и импульсом $p_i = E_0\gamma_i v_i c_0^{-2} \approx E_0 v_i c_0^{-2}$. Непосредственно в области столкновения такая картина, очевидно, несправедлива: приближаясь друг к другу, солитоны ускоряются, а в области столкновения возникает новое образование, в котором уже невозможно отличить один солитон от другого и определить их положения. Здесь мы, однако, будем считать, что солитоны взаимодействуют, как твердые стержни с длинами Δ_{12}, и до и после столкновения имеют постоянные скорости.

Рассмотрим термодинамику смеси таких частиц. Удобно исходить из большой статистической суммы:

$$e^{-\beta\Omega} = \sum_{N_K=0}^{\infty}\sum_{N_{\bar K}=0}^{\infty}\frac{\exp[\beta(\mu_K N_K + \mu_{\bar K} N_{\bar K})]}{N_K!\,N_{\bar K}!}\int\prod_{i=1}^{N} d\Gamma_i\, e^{-\beta E(p_i)} R(p,q), \qquad /2/$$

где N_K, μ_K - число кинков и их химический потенциал, $N_{\bar K}$, $\mu_{\bar K}$ - те же величины для антикинков, $N = N_K + N_{\bar K}$, $\beta = T^{-1}$, $d\Gamma_i = dp_i dq_i/2\pi\hbar$, q_i - координата i-й частицы, а $E(p_i)$ - энергия солитона в отсутствие взаимодействия. Величина $R(p,q) = R(p_1,q_1,\ldots p_N,q_N)$ определяется обычным образом через энергию взаимодействия. Формула /2/ преобразуется к более простому виду, если взаимодействие не зависит от знака солитонов:

$$\Omega = -T\ln\Big[\sum_{N=0}^{\infty}\frac{\xi^N}{N!}\int\prod_{i=1}^{N} d\Gamma_i\, e^{-\beta E(p_i)} R(p,q)\Big], \quad \xi = e^{\beta\mu_K} + e^{\beta\mu_{\bar K}}. \qquad /3/$$

В окончательных формулах следует положить $\mu_K = \mu_{\bar K} = 0$. Не делая /в отличие от [5]/ никаких дополнительных предположений, получим, что плотности числа кинков и антикинков равны

$$n_K = n_{\bar K} = -\frac{\beta}{L}\,\frac{\partial\Omega}{\partial\xi}\Big|_{\xi=2}, \qquad /4/$$

где L - длина системы. Положим $0 \le q_1 < q_2 < \ldots < q_N < L$ и учтем возможные перестановки $(N!)$ в системе. Тогда /3/ примет вид

$$\Omega = -T\ln\left[1 + \sum_{N=1}^{\infty} \xi^N \int \prod_{i=1}^{N} \frac{dp_i}{2\pi\hbar}\, e^{-\beta E(p_i)} \frac{Q_N}{N!}\right],$$

$$Q_N = N! \int_0^L dq_N \int_0^{q_N} dq_{N-1} \ldots \int_0^{q_2} dq_1 R(p,q). \qquad /5/$$

Если $\Phi(q_{i+1}-q_i, |p_{i+1}-p_i|)$ означает потенциальную энергию взаимодействия двух соседних солитонов, то, поскольку взаимодействие парное,

$$R = \exp\left[-\beta \sum_{i=1}^{N-1} \Phi(q_{i+1}-q_i, |p_{i+1}-p_i|)\right]$$

/мы пренебрегаем граничными условиями, имея в виду последующее стремление $L\to\infty$ /. Для потенциала Φ типа твердых стержней конфигурационный интеграл легко вычисляется

$$Q_N = \left(L - \sum_{i=1}^{N-1} \Delta_{i,i+1}\right)^N \theta\left(L - \sum_{i=1}^{N-1} \Delta_{i,i+1}\right), \quad \theta(x) = \begin{cases} 1, x>0 \\ 0, x<0. \end{cases} \qquad /6/$$

Заметим, что в [12] не учитывалась упорядоченность "стержней" на прямой. Величина R представлялась в виде разложения на одно-, двух,...,-частичные вклады /каждый из которых обращается в ноль при удалении хотя бы одной частицы/ [15]. Результат получается в виде $\Omega = -T\xi j_1 - T\ln(1 + \xi^2 j_2/2! + \ldots)$, где $j_2,\ldots$ определяют поправки к неидеальности. Затем формально разлагался $\ln(1+x)\approx x$ и записывалось вириальное разложение по $n_K^{(0)} = j_1/L$. Более корректный подход, использованный здесь, оказывается и значительно более простым, если интересоваться и высшими, чем первый, вириальными коэффициентами.

Подставим Q_N из /6/ в /5/ и разложим Ω по степеням ξ. Оставляя только члены, не исчезающие в термодинамическом пределе, получим

$$\Omega = -TL \sum_{n=1}^{\infty} \xi^n J_n (n_K^{(0)})^n/(n-1)!, \qquad /7/$$

$$J_1 = 1, \quad J_2 = \int(-\Delta_{12}) \prod_{i=1}^{2} P_0(p_i)\,dp_i, \quad J_3 = \int \Delta_{12}(\Delta_{12} + 2\Delta_{23}) \times \qquad /8/$$

$$\times \prod_{i=1}^{3} P_0(p_i)\,dp_i, \ldots, \qquad P_0(p) = \exp(-\beta E)/\int dp \exp(-\beta E),$$

с плотностью кинков в идеальном газе:

$$n_K^{(0)} = \int \frac{dp}{2\pi\hbar} e^{-\beta E(p)} = \frac{2E_0}{hc} K_1(\beta E_0). \qquad /9/$$

В /8/ записаны в явном виде первые три члена разложения, хотя в принципе его нетрудно продолжить. Осталось вычислить входящие в /7/ интегралы. Энергия кинка в нерелятивистском приближении имеет вид

$$E(p) \approx E_0 + p^2 c_0^2/2E_0, \qquad /10/$$

а если учитывается взаимодействие с фононами, то вместо $E(p)$ следует использовать величину $\tilde{E}(p)$, равную [5]

$$\tilde{E}(p) \approx E(p) - T\ln 2\beta\hbar\omega_0. \qquad /10a/$$

Это даст для плотности идеального газа кинков, $n_K^{(0)}$ и для $\tilde{n}_K^{(0)}$ с учетом фононов, формулы:

$$\tilde{n}_K^{(0)} = \left(\frac{2\beta E_0}{\pi d^2}\right)^{1/2} e^{-\beta E_0}, \quad n_K^{(0)} = \tilde{n}_K^{(0)}/2\beta\hbar\omega_0. \qquad /9a/$$

В последующие формулы надо подставлять $n_K^{(0)}$ или $\tilde{n}_K^{(0)}$ в зависимости от того, какую модель рассматриваем; интегралы J_i от выбора энергии в виде /10/ или /10a/ не зависят. Рассмотрим интеграл J_i Он имеет следующий вид:

$$J_2 = -2d\beta E_0 I/\pi, \quad I = \int dx_1 dx_2\, e^{-2\beta E_0(x_1^2+x_2^2)} \ln\frac{1}{(x_1-x_2)^2}. \qquad /11/$$

Интегрируя в бесконечных пределах, получим [16]

$$I = -2\sqrt{\frac{\pi}{\beta E_0}} \int_0^\infty dx \ln x\, e^{-\beta E_0 x^2} = \frac{\pi}{2\beta E_0}[\ln\beta E_0 - \Psi(1/2)], \qquad /11a/$$

$$\Psi(1/2) = -1{,}9635\ldots$$

Необходимо, однако, сделать следующее замечание. В релятивистском случае "исключенная область" при столкновении всегда положительна. В нерелятивистском приближении, рассматриваемом здесь /и в [12] /, Δ_{12} может принимать и отрицательные значения, если $|p_1 - p_2| > 2E_0/c_0$. Это - значительный недостаток, и свидетельствует о том, что СГ-модель - существенно релятивистская. Можно ожидать, что в более точных теориях /с более точным потенциалом взаимодействия/ это обстоятельство приведет к затруднениям. Результат /11a/ выполняется тем лучше, чем ближе T к нулю. Чтобы определить температурные поправки к /11a/, вернемся к ограничению для скорости $-c_0 < v < c_0$. Тогда $\Delta_{12} > 0$, интегрирование в /11/ проводится в пределах $x_{1,2} \in (-1/2, 1/2)$, и мы получим

$$I \approx -2\sqrt{\frac{\pi}{\beta E_0}} \int_0^{1/2} dz \ln z \, e^{-\beta E_0 z^2} \approx \frac{\pi}{2\beta E_0} \{ [\ln \beta E_0 - \Psi(1/2)] + \frac{2\ln 2}{\pi} e^{-\beta E_0/4} \dots \} \qquad /11б/$$

При низких T достаточно пользоваться /11а/. Подставляя /11/ в /9/, находим

$$\Omega = \Omega_0 + \Omega_1 + \Omega_2 + \dots,$$

$$\Omega_0 = -TL\,\xi\, n_K^{(0)}, \quad \Omega_1 \approx TL\,\xi^2 (n_K^{(0)})^2 d \ln 4\,\beta E_0 \gamma_E , \qquad /12/$$

где γ_E = 1,7810... - постоянная Эйлера. Для плотности кинков из /4/ получим

$$n_K = n_K^{(0)} + n_K^{(1)} + n_K^{(2)} + \dots,$$
$$n_K^{(1)} = -4d\,(n_K^{(0)})^2 \ln 4\,\beta E_0 \gamma_E , \dots \qquad /13/$$

Аналогично получаются и другие термодинамические характеристики. Плотность свободной энергии равна

$$F/L = -2Tn_K^{(0)} (1 - 2dn_K^{(0)} \ln 4\,\beta E_0 \gamma_E + \dots), \qquad /14/$$

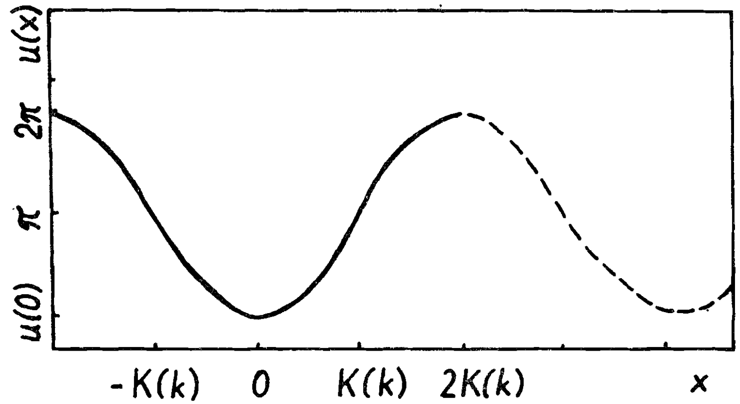
давление определяется по формуле $P = -\partial F/\partial L$, так что $p = -F/L$. Уравнение состояния системы имеет вид

$$P = 2n_K T (1 + n_K 4d \ln 4\,\beta E_0 \gamma_E + \dots), \qquad /15/$$

т.е. такой же, как если бы кинки и антикинки были стержнями с эффективной длиной $a = d \ln 4\,\beta E_0 \gamma_E$. В /12/-/15/ выписаны члены, возникающие, когда учитываются только одновременные столкновения пар частиц. Чтобы получить следующее приближение, т.е. величины Ω_2, $n_K^{(2)}$, ..., требуется найти интеграл J_3 /8/. Такие оценки нетрудно сделать. Однако оказывается, что вклад в термодинамику членов, возникающих из-за учета столкновений троек частиц при $\beta E_0 \to \infty$, убывает быстрее, чем поправки, которые мы отбросили при учете взаимодействия пар частиц. Поэтому в нерелятивистском приближении и при $\beta E_0 \gg 1$ нет смысла учитывать столкновения троек частиц. Это связано с отмеченным выше недостатком идеи "стержней". Теория /12/ может быть использована только для оценок влияния взаимодействия на термодинамику газа солитонов. Численные оценки для случая $CsNiF_3$ показывают, что это влияние существенно /12/.

3. В данном разделе мы обсудим другие попытки построения потенциала взаимодействия между солитонами в СГ-системах. Они были предприняты задолго до возникновения понятия солитона /см., например, /17,18/ /. В часто цитируемой работе /17/ приведены без выкладов только окончательные результаты, которые, однако,

были уже ранее получены в более полной работе /18/. Потенциальная энергия взаимодействия находилась исходя из концепции введения статического поля между солитонами. Чтобы количественно проанализировать данную ситуацию, рассмотрим пару покоящихся антикинка и кинка /мы рассмотрим этот случай, поскольку результат для него не приведен в /17/ /. Попытаемся найти решение статического СГ-уравнения для поля в этом случае. Очевидно, что поле $u(x)$ должно быть симметричным, так что нужно решать задачу $u_{xx} = \sin u$, $u'(0) = 0$ /здесь мы измеряем длину в единицах d, энергию в единицах $A\omega_0 c_0$ /. Уравнение сводится к уравнению первого порядка $u_x^2 = 2[\cos u(0) - \cos u]$, решение которого записывается с помощью амплитудной функции в виде $u(x) = \pi + 2\,\mathrm{am}[\bar{k}^{-1}(x - K(1/\bar{k})), \bar{k}]$, $x > 0$, $0 \le \bar{k}^{-1} = \cos[u(0)/2] \le 1$, $K(k)$ – эллиптический интеграл первого рода. Для $x < 0$ решение продолжается симметрично /см. рисунок/.



Решение статического СГ-уравнения в симметричном случае.

В /18/ рассматривалась часть решения, изображенная на нашем рисунке сплошной линией, и считалось, что такое решение приближенно описывает пару антикинк-кинк, положения которых определяются условием $u(x) = \pi$. Расстояние между солитонами равно $d = 2K(1/\bar{k})$, $d_{min} = \pi$. Тогда энергия поля между частицами легко вычисляется и дается формулой

$$H_{\bar{K}K} = 2 \int_{-K(k)}^{K(k)} dx[1 - \cos u + u_x^2/2] = 4[2E(k) - (1 - k^2)K(k)],\ k = 1/\bar{k}. \qquad /16/$$

Здесь $E(k)$ - эллиптический интеграл второго рода. Однако видно, что приведенное решение не может описывать пару кинк-антикинк. Мы в статическом случае вообще не можем получить такое решение. Единственное решение, приведенное на рисунке, можно скорее интерпретировать как "кинк-антикинковый кристалл" /чередующаяся бесконечная последовательность $\ldots - K - \bar{K} - K - \bar{K} - \ldots$/. По этой причине представляется вполне естественным, что в варианте термодинамики взаимодействующих кинков и антикинков[23] с взаимодействием /16/ вероятность для образования такой последовательности $W_{\ldots K\bar{K}\ldots} \sim n_K$.

Энергия $H_{\bar{K}K}$ равна средней энергии, приходящейся на один кинк /антикинк/ в такой системе. Поскольку солитоны взаимодействуют, два солитона могут быть решениями статического СГ-уравнения, только если они бесконечно удалены друг от друга. На основании асимптотик для $H_{\bar{K}K}$:

$$H_{\bar{K}K} \sim \begin{cases} 8(1 - 4e^{-d}), & d \to \infty \\ 2d, & d \sim d_{min}, \end{cases}$$

в[17] /см. также[19]/ делается вывод о том, что кинк и антикинк притягиваются. Аналогично для пары кинк-кинк можно найти

$$H_{KK} = \frac{4}{k}[2E(k) - (1 - k^2)K(k)] \sim \begin{cases} 8(1 + 4e^{-d}), & d \to \infty \\ 2\pi^2/d, & d \to 0, \end{cases}$$

$$0 \le k \le 1,$$

что соответствует отталкиванию. В[18], чтобы определить $H_{\bar{K}K}$ и H_{KK}, считалось, что точное решение статического СГ-уравнения является нулевым приближением для поля пар $\bar{K} - K$, $K - K$. Решение, которое имело бы требуемую асимптотику на бесконечности /напр., для $\bar{K} - K$ $u(\pm\infty) = 2\pi$/, искалось в виде $u(x) = u_0(x) + u_1(x)$, и уравнение линеаризовывалось относительно $u_1(x)$. Это дает для H_{KK} и $H_{\bar{K}K}$ поправку $P = -2(1-k^2)2E(k)/k(1+2E(k))$, которая приводит к следующему противоречию: H_{KK} при $d \to 0$ будет соответствовать притяжению, а $H_{\bar{K}K}$ при $d \to d_{min}$ расходится. На больших расстояниях останется отталкивание и притяжение соответственно, но с измененными коэффициентами при члене $\sim \exp(-d)$. Заметим, наконец, что потенциальную энергию, полученную каким-либо образом из статического решения, никак нельзя применить для описания столкновения СГ-солитонов: она не может привести к фазовым сдвигам, наблюдаемым в столкновениях.

Важнейшей нерешенной проблемой остается задача о построении потенциала взаимодействия бионов. Как и для кинков, здесь необходимо знать двухбионное решение и фазовые сдвиги при столкновениях. Поскольку бион в отличие от кинка обладает еще и внутренней степенью свободы, они будут двух типов.

По столкновениям бионов в литературе имеется очень мало данных. В[13] двухбионные решения не рассматривались. Ряд работ, посвященных нахождению многосолитонных решений СГ-уравнения, опубликовали Кодри и соавторы /см., напр.,[20-22,14]/. Эти решения первоначально записывались как в[20], что для бион-бионного столкновения приводило к комплексным выражениям. В[14,21,22] дается другая форма решения, которая, как сообщается в[21], обеспечивает действительные многобионные решения. В[14] приведено асимптотическое выражение для бион-бионного столкновения и фазовые сдвиги. Однако легко проверить, что последние оказываются комплексными.

В заключение заметим, что в связи с многочисленными приложениями СГ-модели очень важно было бы сделать оценки влияния неидеальности в газе солитонов не только на термодинамику, но и на различные динамические структурные факторы. По-видимому, и для таких оценок идея "стержней" может оказаться плодотворной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Scott A.C., Chu F.Y.F., Mc Laughlin D.W. Proc. IEEE, 1973, 61, p.1443.
2. Makhankov V.G., Fedyanin V.K. Phys.Rep., 1984, 104, p.1.
3. Solitons in Condensed Matter Physics. (Ed. by A.R.Bishop and T.Schneider). Springer, Berlin, 1978.
4. Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. ТМФ, 1974, 21, с.160.
5. Currie J.F. et al. Phys.Rev., 1980, B32, p.477.
6. Schneider T., Stoll E. Phys.Rev., 1980, B22, p.5317.
7. Krumhansl J.A., Schrieffer J.R. Phys.Rev., 1975, B11, p.3535.
8. Лисы В., Федянин В.К. ОИЯИ, 17-84-743, Дубна, 1984.
9. Лисы В., Федянин В.К. ФНТ, 1985, 11, с.305.
10. Takayama H., Wada K. J.Phys.Soc.Jap., 1981, 50, p.3549.
11. Ramirez A.P., Wolf W.P. Phys.Rev.Lett., 1982, 49, p.227.
12. Sasaki K. Progr.Theor.Phys., 1983, 70, p.593; 1984, 71, p.1169.
13. Hirota R. J.Phys.Soc.Jap., 1972, 33, p.1459.
14. Caudrey P.J., Eilbeck J.C., Gibbon J.D. Nuovo Cim., 1975, 25B, p.497.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. "Наука", М., 1975, ч.1.
16. Прудников А.П. и др. Интегралы и ряды. "Наука", М., 1981.

17. Perring J.K., Skyrme T.H.R. Nucl.Phys., 1962, 31, p.550.
18. Seeger A., Kochendörfer A. Z.Phys., 1951, 130, p.321.
19. Gupta N., Sutherland B. Phys.Rev., 1976, A14, p.1790.
20. Caudrey P.J. et al. Phys.Rev.Lett., 1973, 30, p.237.
21. Caudrey P.J. et al. J.Phys.A, 1973, 6, p.L112.
22. Caudrey P.J., Eilbeck J.C., Gibbon J.D. J.Inst.Math.Appl., 1974, 14, p.375.
23. Федянин В.К. ОИЯИ, Р17-82-268, Дубна, 1982.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 марта 1986 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Лисы В., Федянин В.К. P17-86-123

О термодинамике неидеального газа солитонов для систем синус-Гордон

Развит один из возможных подходов к построению термодинамики неидеального газа солитонов /кинков и антикинков/ в СГ-системе. В его основе лежит наблюдение, которое можно сделать, анализируя двухсолитонное решение СГ-уравнения о том, что столкновение солитонов с малыми скоростями можно моделировать соударением стержней, длины которых зависят от их относительной скорости. В предложенном подходе удается достаточно просто выписать для статистической суммы любое число членов разложения по плотности солитонов /получено вириальное разложение/. Обсуждаются недостатки модели. Основными являются предположение о малости скоростей и определенный произвол в выборе потенциала взаимодействия солитонов. Обсуждаются также некоторые более ранние попытки построения этого потенциала.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1986

Перевод О.С.Виноградовой

Lisý V., Fedyanin V.K. P17-86-123

On the Thermodynamics of Non-Ideal Gas of Solitons for Sine-Gordon Systems

A possible approach to the thermodynamics of non-ideal soliton (kink and antikink) gas in sine-Gordon (sG) systems is developed. It is based on the observation which can be made analysing two-soliton solutions of the sG equation that the collisions of solitons with small velocities may be modelled by collisions of rods with lengths depending on their relative velocities. In the approach proposed it is easy to write any number of terms of the virial expansion of the statistical sum. Some defects of the model are discussed. The principal one is the assumption that soliton velocities are small and some uncertainty in the choice of the potential of interaction between solitons. Previous attempts of finding this potential are also discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1986