

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P17-85-665

И.И. Боголюбов(мл.), А.А. Молдоярлов,¹
Фам Ле Киен,² А.С. Шумовский

**ПОВЕДЕНИЕ СВЕРХИЗЛУЧАТЕЛЬНОГО ИМПУЛЬСА
ПРИ УЧЕТЕ НЕОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ ЛИНИИ**

Направлено в журнал
"Теоретическая и математическая физика"

¹ Институт математики АН КиргССР

² Московский государственный университет

1985

1. Введение

В работе^{/1/} на основе метода исключения бозонных переменных и приближения Борна-Маркова^{/2/} было получено уравнение

$$\frac{d}{dt} \langle R_x(t) \rangle = - \frac{\lambda}{T_0} \left\{ \frac{\lambda N}{2} + \langle R_x(t) \rangle + \alpha \left[\frac{N^2}{4} - \langle R_x(t) \rangle^2 \right] e^{-\alpha t} \right\} \quad (1)$$

описывающее процесс коллективного спонтанного излучения в системе двухуровневых излучателей (атомов) при учете неоднородного уширения линии. При этом предполагалось, что излучатели в начальный момент времени подготовлены в так называемом блоховском состоянии^{/2,3/} с помощью когерентной лазерной накачки. Величина $\langle R_x(t) \rangle$, фигурирующая в уравнении (1), определяет среднее значение суммарной разности населенностей уровней N излучателей; T_0 - время жизни одного излучателя; T - неоднородное время жизни излучателей ($T \ll T_0$); α - геометрический фактор; λ - параметр, характеризующий вклад антирезонансных членов в гамильтониан взаимодействия при неоднородном уширении линии.

Исследование уравнения (1) было выполнено в упомянутой выше работе^{/1/} для различных случаев. Получено решение, описывающее сверхизлучательный импульс типа секанса^{/2,3/}, в предположении отсутствия неоднородного уширения линии. Учет влияния неоднородного уширения линии в первом порядке по T приводит к уравнению Риккати с решением, выраженным через цилиндрические функции Бесселя 1 и 2 рода.

В настоящей работе дадим более полное и детальное описание влияния неоднородного уширения линии на поведение сверхизлучательного импульса. При этом будем исходить, как и раньше, из уравнения (1).

2. Симметричный сверхизлучательный импульс типа секанса (стадия $t \ll T$)

Рассмотрим сначала поведение импульса в интервале времени $t \ll T$, когда влияние неоднородного уширения линии пренебрежимо мало. В этом



случае имеем $\exp(-t/T) \approx 1$. Уравнение (I) упрощается и принимает следующий вид:

$$\frac{d}{dt} \langle R_x(t) \rangle = - \left(\frac{N\alpha}{2\tau_0} + \frac{N^2\alpha^2}{4\tau_0} \right) - \frac{1}{\tau_0} \langle R_x(t) \rangle + \frac{\alpha}{\tau_0} \langle R_x(t) \rangle^2. \quad (2)$$

Его стандартное решение:

$$\langle R_x(t) \rangle = \frac{1}{2\alpha} - c \operatorname{th} \frac{\alpha C}{\tau_0} (t - t_m), \quad (3)$$

где

$$c = \frac{1}{2\alpha} \sqrt{N^2\alpha^2 + 2\alpha N\alpha + 1} \quad (4)$$

и

$$t_m = \frac{\tau_0}{2\alpha c} \operatorname{arctg} \frac{c - 1/2\alpha + \langle R_x(0) \rangle}{c + 1/2\alpha - \langle R_x(0) \rangle}, \quad (5)$$

описывает известный сверхизлучательный импульс типа секанса^{/2,3/} (см. рис. I):

$$I(t) = \hbar\Omega \frac{\alpha c^2}{\tau_0} \operatorname{sech}^2 \frac{t - t_m}{2\tau_N}, \quad (6)$$

с длительностью

$$\tau_N = \frac{\tau_0}{2\alpha c}. \quad (7)$$

Здесь $\hbar\Omega$ обозначает среднее значение расстояния между верхним и нижним уровнями излучателей. А интенсивность излучения $I(t)$, описывающая форму импульса, определена просто как уменьшение собственной энергии подсистемы атомов:

$$I(t) = -\hbar\Omega \frac{d}{dt} \langle R_x(t) \rangle. \quad (8)$$

Из формулы (6) видно, что импульс симметричен относительно своего пика, который достигается при $t = t_m$ и равен

$$I_{max} = \frac{\hbar\Omega}{4\alpha\tau_0} (N^2\alpha^2 + 2\alpha N\alpha + 1). \quad (9)$$

N^2 -пропорциональное слагаемое в (9) указывает на наличие неожиданно большой, на первый взгляд, степени когерентности в квантовомеханическом спонтанном излучении. В действительности пропорциональность N^2 максимальной интенсивности свидетельствует просто о появлении хорошо известного классического эффекта N^2 фазированных излучателей: их поля интерferируют с усилением друг друга, в результате чего интенсивность излучения пропорциональна N^2 . В отличие от других коллективных явлений, где когерентность носит пассивный,

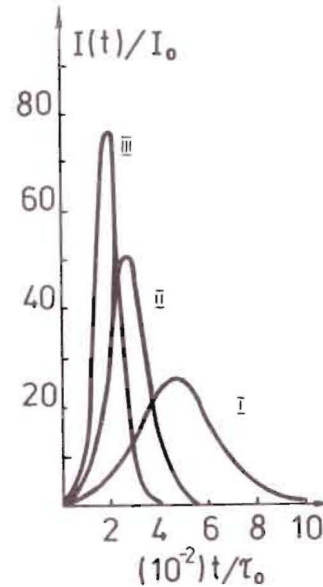


Рис. I. Зависимость от времени интенсивности излучения. Вычисления выполнены по формуле (6) для случая $\alpha = 1, N\alpha = 100$ (I), 200 (II), 300 (III), $I_0 = \hbar\Omega/\tau_0$.

индуцированный характер и обусловлена внешним агентом, в процессе сверхизлучения самопроизвольно возникает активная когерентность благодаря механизму реакции излучения^{/2,3/}. Это означает, что существование сверхизлучения можно трактовать как результат существенного отклика каждого диполя на поля, созданные всеми другими диполями. Благодаря взаимодействию атомов через поле излучения, в системе происходит нарастание корреляций дипольных моментов атомов, величина которых достигает максимального значения как раз в момент $t = t_m$. В реальных экспериментальных условиях^{/2,3/} значение t_m примерно на порядок превосходит длительность сверхизлучательного импульса τ_N . Поэтому именно t_m определяет характерный временной интервал, на котором происходит высвечивание системы. В связи с этим величина t_m обычно называется временем задержки импульса.

Отметим, что формула (3) справедлива только для небольших времен t по сравнению с неоднородным временем жизни излучателей T : $t \ll T$. Так что формулы (6), (7), (5) действительно описывают форму сверхизлучательного импульса, его длительность и время задержки соответственно, только когда

$$t_0 \ll T, \quad (10)$$

что является критерием пренебрежимости влияния неоднородного уширения линии. С другой стороны, поскольку в реальных системах $N \gg 1$, $\alpha = 1$, то $C \approx N/2 + 1/2\alpha$, поэтому из (5)-(7) и (9) получаем для случая $\langle R_x(t) \rangle = N/2$

$$\begin{aligned} I(t) &\approx \frac{\hbar \Omega N^2 \alpha}{4 \tau_0} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{t - t_m}{2 t_0} \right], \quad I_{max} = \frac{\hbar \Omega N^2 \alpha}{4 \tau_0}, \\ t_m &\approx \frac{t_0}{N \alpha}, \quad t_m \approx \frac{1}{N} \ln N \alpha. \end{aligned} \quad (11)$$

3. Влияние неоднородного уширения линии на сверхизлучательный импульс (стадия $t \sim T$)

Перейдем теперь к рассмотрению влияния неоднородного уширения линии на форму и параметры сверхизлучательного импульса, описываемые формулами (11). Для этого необходимо исследовать уравнение (1) в интервале времени $t \sim T$, где существенную роль уже играет фактор $\exp(-t/T)$, описывающий эффект дефазировки диполей атомов вследствие неоднородного уширения линии. В общем случае уравнение (1) не интегрируется. Однако, если предположить, что в рассматриваемом интервале времени сверхизлучательный член

$$\alpha \left[\frac{N^2}{4} - \langle R_x(t) \rangle^2 \right] e^{-t/T} \quad (12)$$

преобладает над членом

$$\frac{\alpha N}{2} + \langle R_x(t) \rangle, \quad (13)$$

описывающим некогерентное излучение, то уравнение (1) сильно упрощается и превращается в следующее:

$$\frac{d}{dt} \langle R_x(t) \rangle = - \frac{\alpha}{\tau_0} \left(\frac{N^2}{4} - \langle R_x(t) \rangle^2 \right) e^{-t/T}. \quad (14)$$

Последнее уравнение можно переписать в виде

$$\frac{d \langle R_x(t) \rangle}{\langle R_x(t) \rangle^2 - N^2/4} = \frac{\alpha}{\tau_0} e^{-t/T} dt.$$

Стандартное решение такого уравнения есть

$$\left| \frac{\langle R_x(t) \rangle - N/2}{\langle R_x(t) \rangle + N/2} \right| = \exp \left(- \frac{TN\alpha}{\tau_0} \exp(-t/T) + \text{const} \right),$$

поэтому

$$\langle R_x(t) \rangle = \frac{N}{2} \operatorname{th} \left[\frac{TN\alpha}{2\tau_0} e^{-t/T} - \delta \right], \quad (15)$$

где константа δ определяется условием сшивания с решением (3) в области $t \ll T$. Отсюда нетрудно получить по формуле (8) выражение для интенсивности излучения в области $t \sim T$:

$$I(t) = \frac{\hbar \Omega N^2 \alpha}{4 \tau_0} \exp(-t/T) \operatorname{sech}^2 \left[\frac{TN\alpha}{2\tau_0} e^{-t/T} - \delta \right]. \quad (16)$$

Зависимость от времени интенсивности излучения (16) показана на рис.2. Из формулы и рисунка видно, что учет влияния неоднородного уширения линии приводит к асимметрии кривой относительно пика. Такая асимметрия сверхизлучательного импульса наблюдается в экспериментах (см. ^{12,3/} и там же литературу).

Теперь обозначим через t_m^* момент времени, при котором выражение в правой части уравнения (16) достигает максимального значения. Такая величина t_m^* определяет время задержки сверхизлучательного импульса при учете неоднородного уширения линии. Уравнение для нее есть

$$\frac{d}{dt} \left\{ e^{-t/T} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{TN\alpha}{2\tau_0} e^{-t/T} - \delta \right] \right\}_{t=t_m^*} = 0. \quad (17)$$

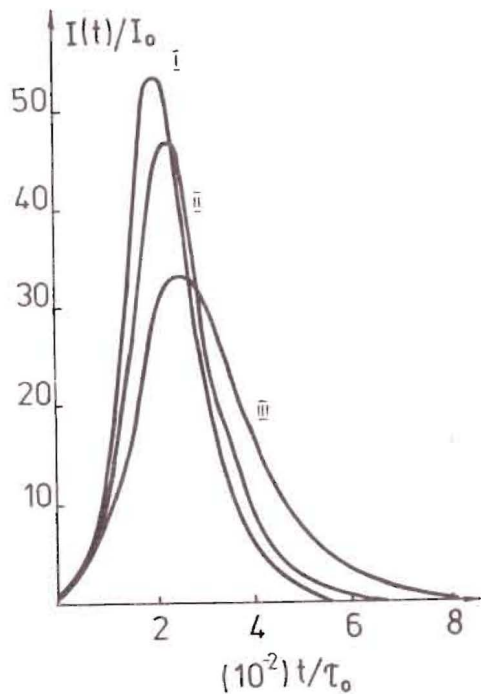


Рис. 2. Форма сверхизлучательного импульса при учете влияния неоднородного уширения линии. Вычисления выполнены по формуле (22) с параметрами $\frac{T}{\tau_0} = 20$; $\frac{N}{N_0}$ (I), $15 \frac{N}{N_0}$ (II), $10 \frac{N}{N_0}$ (III); $Nx = 300$; $\frac{t_m}{\tau_0} = 0,0189$; $\frac{\tau_m}{\tau_0} = 0,0033$; $I_0 = N h \Omega / \tau_0$.

Так как уравнения (14)-(16) были получены в предположении о пренебрежимой малости вклада некогерентного излучения в уравнении (1), то легко видеть, что условием применимости их является неравенство $x \left[\frac{N^2}{4} - \langle R_x(t_m^*) \rangle^2 \right] e^{-t_m^*/T} \gg \gg \frac{xN}{2} + \langle R_x(t_m^*) \rangle$, (18)

где $\langle R_x(t_m^*) \rangle = \frac{N}{2} th \left[\frac{TNx}{2\tau_0} e^{-t_m^*/T} - \delta \right]$. (19)

Вернемся к более детальному рассмотрению уравнений (15), (16). Предположим, что в начальный момент $t = 0$ система с достаточно большим числом излучателей ($Nx \gg 1$) полностью возбуждена, т.е. $\langle R_x(0) \rangle = N/2$, и вклад антирезонансных членов так мал, что $\delta \approx 1$. Тогда в области $t \ll T$ применимы уравнения (11). После сшивания с (15), (16) получаем

$$\delta = \frac{T - t_m}{2\tau_N} \quad (20)$$

Следовательно, уравнения (15), (16) можно переписать в виде

$$\langle R_x(t) \rangle = -\frac{N}{2} th \left[\frac{1}{2\tau_N} (\tau - t_m) \right], \quad (21)$$

$$\bar{I}(t) = h \Omega \frac{N^2 x}{4\tau_0} e^{-t/T} \text{sech}^2 \left[\frac{1}{2\tau_N} (\tau - t_m) \right], \quad (22)$$

где τ есть приведенное время:

$$\tau = \tau(t) \equiv T(1 - e^{-t/T}). \quad (23)$$

Отметим здесь, что формула (22) впервые была получена Бонифацио и Лужато в работе [4], посвященной исследованию различных режимов сверхизлучения в иглообразной среде, на основе уравнения для угла Блоха.

Обозначим через t_D решение уравнения $\tau(t) = t_m$. Согласно (23) имеем

$$t_D = T \ln \frac{T}{T - t_m} \quad (24)$$

Нетрудно видеть, что в точке $t = t_D$ функция $\text{sech} \left[\frac{\tau - t_m}{2\tau_N} \right]$, фигурирующая в правой части уравнения (22), имеет острый пик. Вблизи максимума поведение этой функции имеет следующий вид:

$$\text{sech} \left[\frac{1}{2\tau_N} (\tau(t) - t_m) \right] \approx \text{sech} \left[\frac{t - t_D}{2\tau_N^*} \right], \quad (25)$$

где величина

$$\tau_N^* = \tau_N / \left(\left. \frac{\partial \tau(t)}{\partial t} \right|_{t=t_D} \right) = \tau_N \frac{T}{T - t_m} \quad (26)$$

определяет степень спада с пика. С другой стороны, степень изменения экспоненциального фактора $\exp(-t/T)$ в правой части (22) характеризуется величиной T . Поэтому легко видеть, что точка максимума t_m^* правой части уравнения (22) будет близка к t_D [4], т.е.

$$t_m^* \approx t_D = T \ln \frac{T}{T - t_m}, \quad (27)$$

если выполняется условие

$$T \gg 2\bar{\tau}_N^* \quad (28)$$

которое согласно (26) эквивалентно следующему:

$$\frac{2\bar{\tau}_N^*}{T - t_m} \ll 1 \quad (29)$$

При этом максимальная интенсивность излучения имеет вид

$$\bar{I}_{max}^* = h\omega \left(N^2 \lambda / 4\pi \right) \frac{T - t_m}{T} = \bar{I}_{max} \frac{T - t_m}{T} \quad (30)$$

Сравнение формул (26), (27), (30) с формулами (II) дает

$$\bar{\tau}_N^* > \bar{\tau}_N, \quad t_m^* > t_m, \quad \bar{I}_{max}^* < \bar{I}_{max} \quad (31)$$

Это означает, что неоднородное уширение линии приводит к увеличению длительности сверхизлучательного импульса $\bar{\tau}_N^*$, времени задержки t_m^* и уменьшению максимума интенсивности излучения \bar{I}_{max}^* . В частном случае, когда $T \gg t_m$, имеем просто $\bar{\tau}_N^* \rightarrow \bar{\tau}_N$, $t_m^* \rightarrow t_m$, $\bar{I}_{max}^* \rightarrow \bar{I}_{max}$, что и ожидается. Более точная оценка для времени задержки t_m^* может быть получена на основе приближенного решения уравнения (I7) следующим образом.

Обозначим $t_m^* - t_D = \Delta$. Ввиду малости величины Δ по сравнению с T и согласно определению (23) имеем

$$\bar{\tau}(t_m^*) \approx t_m + \Delta \frac{T - t_m}{T} \quad (32)$$

С другой стороны, уравнение (I7) дает

$$\frac{\bar{\tau}_N}{T} e^{t_m^*/T} = -th \left[\frac{\bar{\tau}(t_m^*) - t_m}{2\bar{\tau}_N} \right] \quad (33)$$

Подставим теперь (32) в (33). С учетом малости Δ получим

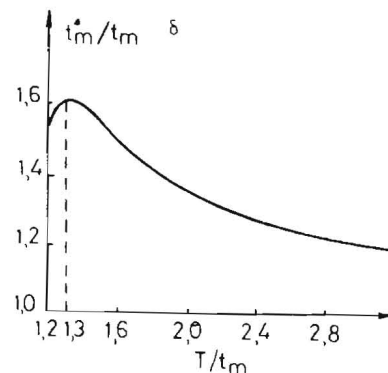
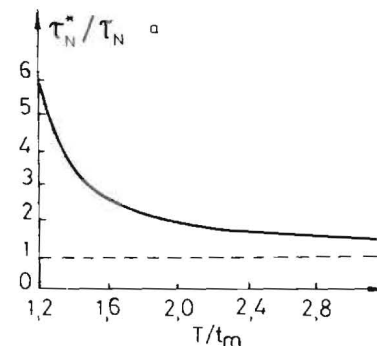
$$\frac{\bar{\tau}_N^*}{T} = -th \frac{\Delta}{2\bar{\tau}_N^*} \quad (34)$$

где длительность импульса $\bar{\tau}_N^*$ описывается формулой (26). Отсюда имеем

$$t_m^* = t_D - 2\bar{\tau}_N^* \operatorname{arcth} \frac{\bar{\tau}_N^*}{T} \quad (35)$$

Использование этой формулы вместе с (24) и (26) дает окончательный результат для t_m^* :

$$t_m^* = T \left\{ \operatorname{erf} \frac{T}{T - t_m} - \frac{\bar{\tau}_N}{T - t_m} \operatorname{erf} \frac{T - t_m + \bar{\tau}_N}{T - t_m - \bar{\tau}_N} \right\} \quad (36)$$



Зависимость t_m^* и $\bar{\tau}_N^*$ от неоднородного времени жизни излучателей T , описанная формулами (26) и (36), показана на рис. 3 для случая $t_m = 10 \bar{\tau}_N$. Из рисунка видно, что в отличие от монотонно убывающего поведения функции $\bar{\tau}^*(T)$ функция $t_m^*(T)$ обладает максимумом в точке $T/t_m = 1,3$. Поведение t_m^* в области $T/t_m < 1,3$ означает, что слишком большое влияние неоднородного уширения линии приводит не к увеличению, а к уменьшению времени задержки импульса. А это, с первого взгляда, оказывается неожиданным. Оно существенно отличается от полученного выше результата для случая $T \gg t_m$, см. формулу (31), и от результатов других авторов [2-4]. Причина такой особенности поведения зависимости t_m^* от T заключается в следующем.

Известно, что в процессе излучения имеют место два противоположных, конкурирующих фактора: фазировка диполей атомов, благодаря взаимодействию через поле, и дефазировка их вследствие различия собственных частот при неоднородном уширении линии. Когда $T \gg t_m$, главную роль играет фактор фазировки, обусловивший

Рис. 3. Зависимости длительности импульса $\bar{\tau}_N^*$ (а) и времени задержки t_m^* (б) от неоднородного времени жизни T . Вычисления выполнены по формулам (26) и (36) для случая $t_m = 10 \bar{\tau}_N$.

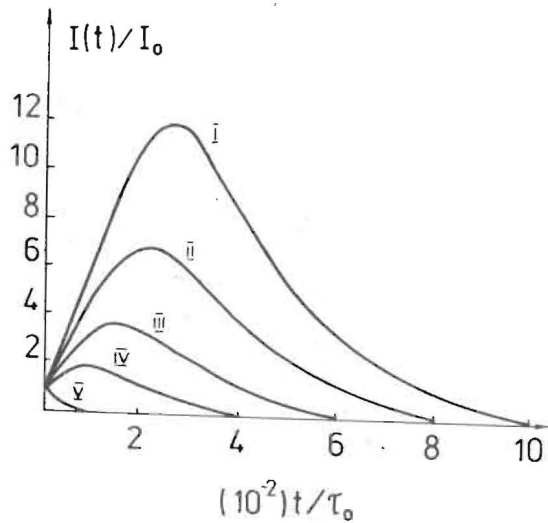


Рис. 4. Зависимость от времени t интенсивности излучения (22) при сильном влиянии неоднородного уширения линии ($T \approx t_m$). Вычисления выполнены с параметрами: $N^2 = 300$, $\tau_m = 0,0189 \tau_0$; $\tau_N = 0,0033 \tau_0$; $T = 0,0189 \tau_0$ (I), $0,0156 \tau_0$ (II), $0,0123 \tau_0$ (III), $0,0090 \tau_0$ (IV), $0,0023 \tau_0$ (V). $I_0 = N^2 \hbar \Omega / \tau_0$.

альному закону, то время достижения пика t_m^* начинает уменьшаться. При этом уменьшается максимальная интенсивность, и, когда $T \approx t_m$, излучение перестает быть сверхизлучательным (см. рис.4). Отсюда легко понять поведение функции $t_m^*(T)$, показанное на рис.3б.

Рассмотрим теперь условие применимости оценки (36). Нетрудно видеть, что оценка (27) следует из (36) при условии (29). Так что это условие есть и критерий применимости (36) как приближения высшего порядка. Но с другой стороны, поскольку в реальных системах $N \gg 1$, то $\tau_N \gg \tau_0$, поэтому $t_m \gg \tau_0$. Вследствие этого оценка (36) хорошо описывает значение времени задержки сверхизлучательного импульса (22) при более слабом условии, чем условие (29):

$$T > t_m + 2\tau_N. \quad (37)$$

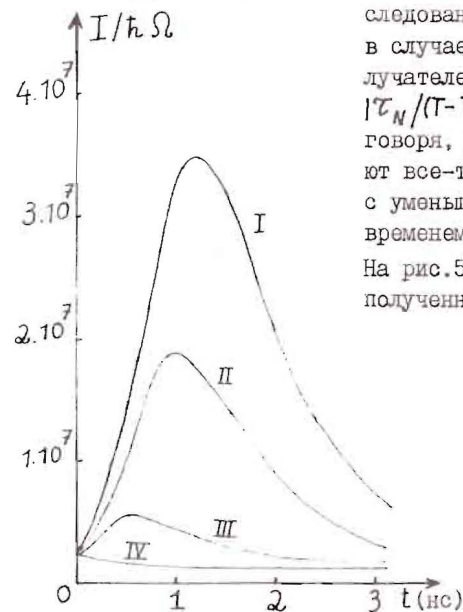
Численное исследование формулы (22), описывающей форму импульса, и оценки (36) подтверждает сделанный вывод (см. таблицу). Расчет показывает, что в случае $N^2 = 300$, следовательно, $\tau_m/\tau_0 = 0,0189$,

сверхизлучательное поведение импульса. Фактор дефазировки диполей, связанный с неоднородным уширением линии, приводит к замедлению установления максимальной величины суммарного дипольного момента атомов, следовательно, к увеличению времени задержки импульса t_m^* . А когда T приближается к t_m , существенную роль начинает играть другой фактор - дефазировка диполей атомов. Так как такая дефазировка вызывает затухание суммарного дипольного момента и, следовательно, стремится уменьшить интенсивность излучения по экспоненци-

Таблица. Сравнение значений времени задержки импульса t_m^* , полученных численным исследованием формулы (22), с оценкой (36) и также с оценкой (27) Бонифацио-Лужато. Вычисления выполнены для случая $N^2 = 300$, $\tau_m = 0,0189 \tau_0$, $\tau_N = 0,0033 \tau_0$.

$T/\tau_0 (\times 10^{-2})$	$t_m^*/\tau_0 (\times 10^{-2})$	Результат численного исследования	Оценка (36)	Оценка (27) Б-Л
4,6		2,3	2,3	2,45
4,2		2,34	2,34	2,51
3,9		2,4	2,38	2,60
3,6		2,45	2,42	2,71
3,2		2,5	2,45	2,86
2,9		2,58	2,41	3,08
2,6		2,63	2,04	3,45
1,6		2,40	неприменима	неприменима

$\tau_N/\tau_0 = 0,0033$, оценка t_m^* по формуле (36) довольно хорошо согласуется с точным результатом исследования формулы (22) для всех значений T , удовлетворяющих условию (37) (т.е. $T > 0,026$). Численным ис-



следованием можно также показать, что в случае неоднородного времени жизни излучателей T порядка t_m : $T \sim t_m$ и $|\tau_N/(T - t_m)| \gg 1$, формула (22) и, вообще говоря, решение уравнения (I) описывают все-таки некий "горбатый" импульс с уменьшенной амплитудой и уменьшенным временем достижения пика (см.рис.4,5). На рис.5 показано поведение импульса, полученное при численном решении

Рис. 5. Зависимость от времени t интенсивности излучения, полученная при численном решении уравнения (I) для параметров $N = 2 \cdot 10^3$, $\tau = 0,69 \cdot 10^{-5}$, $\tau_0 = 167$ нс, $T = t_m - \kappa \tau_N$, $\kappa = 1$ (I), $\kappa = 2$ (II), $\kappa = 4$ (III), $\kappa = 6$ (IV).

уравнения (I) для случая $N = 2 \cdot 10^8$, $\alpha = 0.60 \cdot 10^{-5}$,
 $\bar{t}_0 = 167$ нс, $T = t_{mi} - k \bar{t}_0$.

4. Поведение интенсивности излучения при больших временах ($t \gg T$). Замедление сверхизлучения и остаточная инверсия населенностей

Мы подробно обсудили в предыдущем параграфе влияние неоднородного уширения линии на форму, время задержки и длительность импульса при временах порядка T . Рассмотрим теперь, как ведут себя инверсия $\langle R_x(t) \rangle$ и интенсивность излучения $\bar{I}(t)$ в интервале больших времен $t \gg T$ (здесь предполагалось, как и раньше, что T меньше времени спонтанного распада \bar{t}_0 отдельного излучателя).

Обратим сначала внимание на уравнения (21), (22), полученные из (I) в предположении о преобладании сверхизлучательной компоненты над обычной, некогерентной. Так как при $t \gg T$ приведенное время $\bar{t}(t)$ согласно (23) принимает предельное значение

$$\bar{t}(t \gg T) = T, \quad (38)$$

то из (21), (22) получаем

$$\langle R_x(t) \rangle \Big|_{\substack{t \gg T \\ t \ll \bar{t}_0}} \rightarrow -\frac{N'}{2} + h \frac{T - t_{mi}}{R \bar{t}_0} > -\frac{N'}{2}, \quad (39)$$

$$\bar{I}(t) \Big|_{\substack{t \gg T \\ t \ll \bar{t}_0}} \approx 0.$$

Это означает, что по истечении времени, значительно превышающего необходимое T для полной дефазировки излучателей, остается еще некоторая остаточная инверсия и связанная с ней неизлученная энергия, запасенная в системе в начальный момент. Это есть явление замедления сверхизлучения, обусловленное неоднородным уширением линии^{/2/}. Оно может приводить к так называемому ограниченному сверхизлучению^{/2,5,6/} при котором не вся, а только небольшая часть энергии системы атомов когерентно излучается.

При временах $t \gg \bar{t}_0 \gg T$ главную роль в излучении играет уже не когерентный, а обычный процесс, как видно из структуры уравнения (I). В силу малости экспоненциального фактора $\exp(-t/T) \approx 0$ и связанного с ним коллективного члена это уравнение переходит в следующее:

$$\frac{d}{dt} \langle R_x(t) \rangle = -\frac{1}{\bar{t}_0} \left(\frac{\alpha N'}{2} + \langle R_x(t) \rangle \right). \quad (40)$$

Отсюда получаем решение для инверсии $\langle R_x(t) \rangle$ в области $t \gg \bar{t}_0 \gg T$:

$$\langle R_x(t) \rangle = -\frac{\alpha N'}{2} + N' \xi e^{-t/\bar{t}_0}, \quad (41)$$

где постоянная ξ определяется условием сшивания с решением (21) в области $t \sim T$. Соответствующее выражение для интенсивности излучения

$$\bar{I}(t) = \frac{h \Omega}{2\omega} N' \xi e^{-t/\bar{t}_0} \quad (42)$$

описывает известный экспоненциальный закон распада.

Таким образом, в интервале $t \gg \bar{t}_0 \gg T$ имеет место лишь обычное, некогерентное спонтанное излучение, когда атомы распадаются независимо друг от друга с характерным временем \bar{t}_0 , не зависящим от числа атомов N' .

Заметим, что при $t \gg \bar{t}_0$ из формулы (41) получаем

$$\langle R_x(t) \rangle \Big|_{t \gg \bar{t}_0} \rightarrow -\frac{N' \alpha}{2} \approx -\frac{N'}{2}. \quad (43)$$

В случае отсутствия неоднородного уширения линии имеем $\alpha = 1$ (см. /1/), поэтому

$$\langle R_x(\infty) \rangle \Big|_{T \rightarrow \infty} = -\frac{N'}{2}. \quad (44)$$

Это означает, что вся энергия, запасенная в системе в начальный момент времени, перешла в энергию излучения. В случае неоднородного уширения линии вклад антирезонансных членов в гамильтониане взаимодействия приводит к $\alpha < 1$. Поэтому

$$\langle R_x(\infty) \rangle \Big|_{T \rightarrow \infty} = -\frac{N' \alpha}{2} > -\frac{N'}{2}. \quad (45)$$

Неравенство (45) означает, что в результате влияния неоднородного уширения линии после процесса излучения остается еще некая инверсия и связанная с ней неизлученная энергия.

5. Критерии применимости результатов

Заканчивая рассмотрение влияния неоднородного уширения линии на сверхизлучательный импульс, сформулируем критерии применимости полученных в §§ 2-4 результатов. Для простоты будем ограничиваться слу-

чаем, когда рабочий объем, в котором находятся излучатели, имеет иглообразную форму.

Как было указано, решение (21) для инверсии населенностей

$\langle R_x(t) \rangle$ и выражение интенсивности излучения (22) в области $t \sim T$ справедливы только тогда, когда выполняется условие (18). С другой стороны, при дополнительном предположении (29) для времени задержки импульса t_m^* справедливы оценки (27) или (35), а для длительности импульса τ_N^* — оценка (26). Если подставим (27) в правую часть (21), то получим

$$\langle R_x(t_m^*) \rangle \approx 0, \text{ откуда следует (18).}$$

Это означает, что условие (18) автоматически выполняется, если выполняется условие (29). Следовательно, общим критерием применимости полученных в § 3 результатов является выполнение соотношения (29):

$$2\tau_N / (T - t_m) \ll 1.$$

Здесь величины t_m и τ_N определяют время задержки и длительность импульса при отсутствии неоднородного уширения линии соответственно. Зависимости этих величин от числа излучателей и геометрического фактора \mathcal{X} выражены формулами (II). Вид фактора \mathcal{X} был приближенно получен Релером и Эберли^[7] для различных макроскопических конфигураций формы рабочего объема. Для круглого длинного цилиндра с числом Френеля порядка I хорошей аппроксимацией служит выражение

$$\mathcal{X} = \frac{3}{8\pi} \frac{A^2}{A}, \quad A \gg \left(\frac{A}{2\pi}\right)^2, \quad \frac{A}{L} \approx 1. \quad (46)$$

Здесь A , L — соответствующие площадь основания и длина цилиндра, λ — длина волны излучения. Используя (II) и (46), получаем^[2-7]

$$\tau_N = \frac{8\pi\tau_0}{3\rho\lambda^2L}, \quad (47)$$

$$t_m = \tau_N \rho_n \frac{3\rho\lambda^2L}{8\pi},$$

где $\rho = N/V$ — плотность излучателей в рабочем объеме $V = AL$. Отсюда можно переписать условие применимости (29) в виде

$$L \gg L_{\tau} \equiv \frac{8\pi}{3\lambda^2\rho} \mathcal{X} \left(\frac{\tau_0}{T}\right) \quad (48)$$

или

$$\rho \gg \rho_{\tau} \equiv \frac{8\pi}{3\lambda^2L} \mathcal{X} \left(\frac{\tau_0}{T}\right). \quad (49)$$

Здесь функция $\mathcal{X}(\frac{\tau_0}{T})$ определяется как решение уравнения

$$\frac{\mathcal{X}}{\rho_n \mathcal{X} + 2} = \frac{\tau_0}{T}, \quad \mathcal{X} > 1/e$$

в случае, когда такое решение существует (т.е. когда $T < e\tau_0$). В противном случае (когда $T > e\tau_0$) имеем просто $\mathcal{X} = 1/e$.

Везде в этой работе мы предполагали, что число излучателей достаточно большое, чтобы выполнялось условие $N\mathcal{X} \gg 1$. А в случае круглого длинного цилиндра с числом Френеля порядка I это условие согласно (46) эквивалентно следующему:

$$\frac{3\rho\lambda^2L}{8\pi} \gg 1. \quad (50)$$

Последнее условие, которое необходимо учитывать, связано с тем, что при получении уравнения (I) на основе кинетических уравнений в работе^[1] мы использовали ряд упрощений, которые справедливы только для слабо меняющегося в пределах образца поля. Поэтому длительность процесса, характеризующая величиной τ_N , должна быть намного больше характерного времени изменения амплитуды поля в образце $\tau_c = L/c$ ^[3], что означает критерий Ареки-Куртенса^[8]

$$L < c\tau_N \quad (51)$$

для применимости полученных результатов. Используя явное выражение τ_N в (47), можно переписать (51) в виде

$$L < L_{kp} \equiv \sqrt{\frac{8\pi}{3} \frac{c\tau_0}{\rho\lambda^2}}. \quad (52)$$

Л и т е р а т у р а

1. Bogolubov N.N.(jr), Fam Le Kien, Shumovsky A.S. Physica, 1984, 128A, No. 1,2, p.82-98.
2. Gross M., Haroche S. Phys.Rep., 1982, v.93, No.5, p.301-396.

3. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. УИИ, 1980, т. I3I, вып. 4, с.653-694.
4. Bonifacio R., Lugiato L.A. Phys.Rev., 1975, v.11A, No.5, p.1507-1521; v.12A, No.2, p.587-598.
5. Mac.Gillivray J.C., Feld M.S. Phys.Rev., 1976, v.14A, No.3, p. 1169-1185.
6. Mac.Gillivray J.C., Feld M.S. Phys.Rev., 1981, v.23A, No.3, p.1334-1349.
7. Rehler N.E., Eberly J.H. Phys.Rev., 1970, v.A2, No.5, 1730-1737.
8. Arcicchi F.T., Courtens E. Phys. Rev., 1970, v. A2, No 5, 1730-1737.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 сентября 1985 года.

Боголюбов Н.И. /мл./ и др.
Поведение сверхизлучательного импульса
при учете неоднородного уширения линии

P17-85-665

Исследовано поведение сверхизлучательного импульса при учете влияния неоднородного уширения линии. Показано, что такое уширение линии приводит к асимметрии формы импульса, увеличению времени задержки и длительности импульса, уменьшению максимальной интенсивности, замедлению сверхизлучения в конечной стадии и возможности существования остаточной инверсии населенностей. Получены аналитические выражения для параметров импульса. Сформулированы критерии применимости результатов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод авторов

Bogolubov N.N., Jr., et al.
Superradiance Pulse Behaviour Taking
into Account Inhomogeneous Line Broadening

P17-85-665

The superradiance pulse behaviour has been examined taking into account inhomogeneous line broadening. It has been shown that such a broadening leads to asymmetry of the pulse form, the increase of the delay time and pulse duration, the decrease of the maximum intensity, the retardation of superradiance and the possible existence of a residual population inversion. The analytical expressions of the pulse parameters and the validity conditions have been established.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985