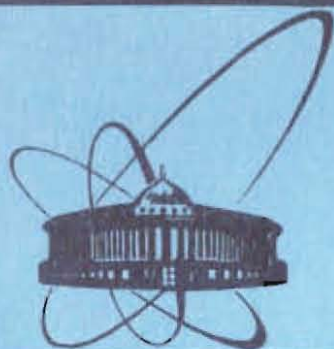


85-630



объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P17-85-630

В.А.Осипов, В.К.Федянин

ДРОБНЫЕ ЗАРЯДЫ
ПРИ КОНЕЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ТЕМПЕРАТУРЫ
И ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Направлено в "Solid State Communications"

1985

Возбуждения с дробным фермионным зарядом активно изучаются как в физике элементарных частиц ^{/1-3/}, так и в физике конденсированных сред ^{/3-6/}. Дробление фермионного заряда осуществляется в системах с вырожденным основным состоянием. Вырождение основного состояния обуславливает возникновение топологических солитонов. Топологические солитоны выступают как потенциал в уравнениях для фермионных полей, что и обуславливает в ряде случаев появление квантовых состояний фермионов с дробными числами. При нарушении дискретной симметрии гамильтониана заряд Q , локализованный на солитоне, имеет величину, кратную $\pm|e|/\nu$, где ν характеризует степень вырождения, e - заряд электрона. Поведение Q при конечной температуре T исследовано в ^{/7,8/}, а случай конечного химического потенциала α рассмотрен в ^{/9/}.

Необходимо отметить, что в ^{/7-9/} была исключена зависимость эффективного потенциала системы от T и α . Вместе с тем при анализе Q в ^{/7-8/} активно использовался предел $T \rightarrow \infty$, а в ^{/9/} предел $\alpha \rightarrow \infty$. В общем случае эффекты, обусловленные конечными значениями T и α , изменяют вид эффективного потенциала, и спонтанно нарушенная при $T = \alpha = 0$ симметрия может быть восстановлена выше критических величин T_c и α_c . Этот случай реализуется в $(1+1)$ -мерных моделях Гросса-Невье (ГН) и φ^4 с фермионами (φ_f^4), а также в континуальной модели транс-полиацетилена (СН), являющейся в статическом случае аналогом модели ГН. В ^{/10-11/} были получены критические величины T_c и α_c для указанных моделей и исследован вид фазового перехода. При $T > T_c$ (альтернативно, $\alpha > \alpha_c$) топологические солитоны исчезают. В этой области фермионные и бозонные моды расцепляются, что ведет к нулевому значению фермионного заряда.

В настоящей работе мы исследуем поведение Q при конечных значениях температуры и химического потенциала в $(1+1)$ -мерной континуальной модели, предложенной для описания линейных двухатомных полимеров ^{/6/}. Аналогичная модель рассматривалась в квантовой теории поля ^{/2/}. В отличие от ^{/6/}, мы учитываем потенциал системы $V(\varphi)$, обусловленный фононным полем. При конкретном выборе $V(\varphi)$ модель переходит в $N=1$ (N - число типов фермионов) модели ГН и φ_f^4 или в модель (СН)_x без учета спина у электронов. Мы ограничимся в дальнейшем случаем $\nu = 2$.

Гамильтониан модели имеет вид ^{/6/}

$$H = \int dx \left[\Psi^\dagger \sigma_2 i \frac{d\Psi}{dx} + \Psi^\dagger \sigma_1 \Psi \varphi + \epsilon \Psi^\dagger \sigma_3 \Psi + V(\varphi) \right], \quad (1)$$

где Ψ - двухкомпонентный дираковский спинор, φ - бозонное поле, ϵ - параметр, учитывающий нарушение (1) относительно операции зарядового сопряжения, σ_i - матрицы Паули. Отметим, что фермионы в (1) являются бесспиновыми. В случае $\epsilon = 0$ при $V(\varphi) = \frac{1}{2} \varphi^2$ модель (1) переходит в модель ГН с $N=1$, а при

$$V(\varphi) = -\frac{1}{2} \mu_0^2 \varphi^2 + \frac{\lambda}{4} \varphi^4 - \text{ в модель } \varphi_f^4 \text{ с } N=1.$$

Для определения заряда, локализованного на солитоне, необходимо вычислить изменение фермионной плотности в окрестности солитона по отношению к невозмущенному состоянию. При этом

$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} dx \sum_i \left[\rho_i^s(x) - \rho_i^o(x) \right], \quad (2)$$

где $\rho_i^s(x) = \Psi_i^s(x) \Psi_i^s(x)$, $\rho_i^o(x) = \Psi_i^o(x) \Psi_i^o(x)$, суммирование в (2) осуществляется по занятым состояниям, $\epsilon = 1$. При $T = \alpha = 0$ для вычисления Q достаточно знать асимптотику солитонного решения $\varphi_s(x)/x \rightarrow \pm |\varphi_0|$. ^{/9/} В случае конечных T и α обобщение (2) достаточно тривиально ^{/9/}:

$$Q(T, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \sum_i \left[\rho_i^s(x) - \rho_i^o(x) \right] n(\epsilon_i - \alpha), \quad (3)$$

где $n(\epsilon_i - \alpha) = \left[\exp\left(\frac{\epsilon_i - \alpha}{T}\right) + 1 \right]^{-1}$ - функция распределения ферми. Суммирование в (3) осуществляется по континууму состояний в валентной зоне (море ферми) и включает дискретный уровень с $\epsilon = \epsilon$, появляющийся в фермионном спектре в присутствии солитона. Выбирая стандартный солитонный профиль

$$\varphi_s(x) = \varphi_0 \tanh \varphi_0 x, \quad (4)$$

имеющий место в модели (СН)_x, так же как и в моделях ГН и φ_f^4 , приходим к выражению ^{/9/}

$$Q(T, \alpha) = -\frac{\varphi_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dk}{k^2 \varphi_0^2} \left[n(\epsilon - \alpha) + n(-\epsilon - \alpha) \right] - \frac{\varphi_0 \epsilon}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dk}{(k^2 \varphi_0^2) \epsilon} \left[n(\epsilon - \alpha) - n(-\epsilon - \alpha) \right] + n(\epsilon - \alpha), \quad (5)$$

где $E = \sqrt{k^2 + \varphi_0^2 + \epsilon^2}$. При $T = \alpha = 0$ амплитуда солитона (4) определяется как вакуумное среднее поля φ , т.е. $\bar{\varphi}_0 = \langle 0 | \varphi | 0 \rangle$. При конечных T и α усреднение проводится по большому каноническому ансамблю Гиббса, и появляется зависимость φ_0 от T и α :

$\varphi_0 = \langle \varphi \rangle_{T, \alpha} = \varphi_0(T, \alpha)$. Поведение $\varphi_0(T, \alpha)$ в полиацетилене и моделях ГН и φ_F^4 исследовано в [10, 11] на основе анализа эффективного потенциала и будет использовано нами в дальнейшем. При $\alpha \gg T$ имеем

$$n(\epsilon - \alpha) = \begin{cases} 0, & \epsilon > \alpha \\ 1, & \epsilon < \alpha \end{cases}$$

что учитывает заполнение дискретного уровня $E = \epsilon$ в (5).

При $\alpha = 0$ выражение (5) принимает вид

$$Q(T) = -\frac{\varphi_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk}{k^2 + \varphi_0^2} + \frac{\varphi_0 \epsilon}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk}{(k^2 + \varphi_0^2)\epsilon} \tanh \frac{E}{2T} + n(\epsilon), \quad (6)$$

где использованы соотношения $n(\epsilon) + n(-\epsilon) = 1$ и $n(\epsilon) - n(-\epsilon) = -\tanh \frac{\epsilon}{2T}$. При $T \rightarrow 0$ имеем $Q(0) = -\frac{1}{\pi} \arctg \frac{\varphi_0}{\epsilon}$ в согласии с результатом [10]. Таким образом, при $\epsilon = 0$ фермионный заряд Q имеет дробную величину $Q = \pm 1/2$. В случае конечной температуры (6) воспроизводит результаты [8]. А именно при $\epsilon = 0$ $Q(T) \rightarrow 0$, т.е. средний заряд в системе широко разведенных солитон-антисолитонных пар равен нулю. При $\epsilon \neq 0$ и $\epsilon \gg T$

$Q(T) \rightarrow Q(0)$, а для $\epsilon \approx T$ величина $Q(T)$ быстро осциллирует. В пределе $T \rightarrow T_c$ при условии $T_c \gg \epsilon$ имеем $Q(T \rightarrow T_c) \rightarrow 0$, поскольку $\varphi_0(T \rightarrow T_c) \rightarrow 0$. В критической точке солитон делокализуется $\xi_0 \rightarrow \infty$, где ξ_0 - ширина солитона. Следовательно, никакой локализации заряда не происходит.

Рассмотрим (5) при $\alpha \neq 0$ и $T \rightarrow 0$. Имеет смысл выделить три области значений α .

1. При $\alpha \geq m(\alpha)$, где $m(\alpha) = \sqrt{\varphi_0^2(\alpha) + \epsilon^2}$, имеем

$$Q(\alpha \geq m) = \frac{2}{\pi} \left[\arctg \frac{\varphi_0}{m - \epsilon} + \arctg \left(\frac{\varphi_0}{m + \epsilon} \tanh \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{m} \right) - \arctg \frac{\alpha}{\varphi_0} \right], \quad (7)$$

где $\alpha' = \sqrt{\alpha^2 - m^2}$. При возрастании α величина Q медленно уменьшается и при $\alpha = \alpha_c$ $Q = 0$.

2. В области $\epsilon < \alpha \leq m(\alpha)$

$$Q(\epsilon < \alpha \leq m) = \frac{2}{\pi} \arctg \frac{m + \epsilon}{\varphi_0}, \quad (8)$$

и, наконец,

$$3. \quad Q(0 \leq \alpha < \epsilon) = -1 + \frac{2}{\pi} \arctg \frac{m + \epsilon}{\varphi_0}. \quad (9)$$

Аналогичный анализ несложно проделать для отрицательных α . В общем случае для модели (1) имеет место зависимость $Q(\alpha)$, изображенная на рис.1. Для $N=1$ модели ГН имеет место скачок параметра порядка $\varphi_0(\alpha)$ [10], и зависимость $Q(\alpha)$ приведена на рис.2.

В модели φ_F^4 при $T \rightarrow 0$ уменьшение $Q(\alpha)$ начинается в точке $\varphi_0(\alpha) = \alpha$, и имеет место плавная кривая $Q(\alpha)$ (см. рис.3). Необходимо отметить, что в модели φ_F^4 имеется возможность восстановления симметрии при $T \neq 0$, $\alpha \gg T$ [11]. Из (5) при $\epsilon = 0$ имеем

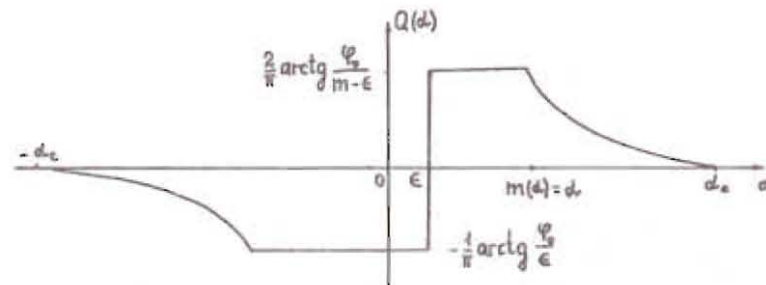


Рис.1

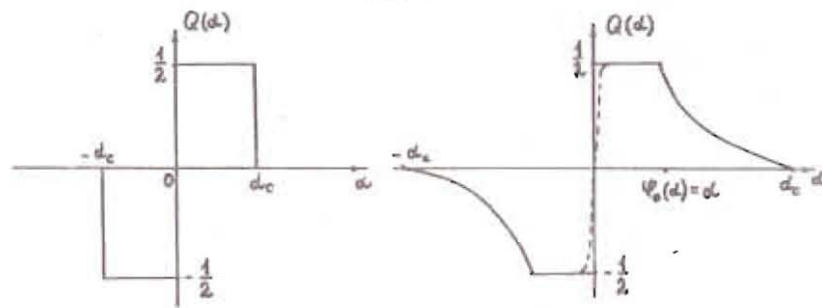


Рис.2

Рис.3

$$Q(\bar{\alpha}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{dk}{chx} \left\{ \left[\exp(\bar{\varphi}_0 chx - \bar{\alpha}) + 1 \right]^{-1} + \left[\exp(-\bar{\varphi}_0 chx - \bar{\alpha}) + 1 \right]^{-1} \right\} + n(\bar{\alpha}), \quad (10)$$

где $\bar{\alpha} = \alpha/T$, $\bar{\varphi}_0 = \varphi_0/T$.

При $\alpha = 0$ заряд $Q(0, T) = 0$, а при $\bar{\alpha} \rightarrow \bar{\alpha}_c$ имеем $\varphi_0(\bar{\alpha} \rightarrow \bar{\alpha}_c) \rightarrow 0$ и $Q(\bar{\alpha} \rightarrow \bar{\alpha}_c) \rightarrow 0$. Остальные результаты остаются прежними (см. рис.3).

В заключение отметим, что полученные результаты имеют достаточно ясную физическую интерпретацию. При $T = \alpha = 0$ и $\epsilon = 0$ солитонный уровень формируется из половины состояния, "отделенного" от зоны проводимости, и половины от валентной зоны (моря ферми). При наличии симметрии относительно операции зарядового сопряжения в случае бесспиновых фермионов заряд, локализованный на солитоне,

$Q(0) = \pm 1/2$. Если учесть спин у фермионов (в полиацетилене) или ввести два типа фермионов ($N=2$ модель ГН), то дробление заряда будет скрыто. При этом возможны солитоны с зарядом $Q = \pm 1$, но без спина, и со спином $S = 1/2$, но без заряда, $Q = 0$. При $\alpha > m(\alpha)$ происходит заполнение зоны проводимости (опустошение валентной зоны). При этом равновесие нарушается, и заряд солитона уменьшается до $Q = 0$ при $T = T_c$ ($\alpha = \alpha_c$).

Литература

1. Soliton N., Rossi S. Phys.Rev., 1976, B13, p.2725.
2. Soliton N., Wilson F. Phys.Rev.Lett., 1978, 41, p.855.
3. Jackin N., Schrieffer J.R. Phys. Rev., 1981, D23 [Phys], p.353.
4. Su W.P., Schrieffer J.R., Soder A.J. Phys.Rev.Lett., 1979, 43, p.1377; Phys.Rev., 1980, B22, p.2036.
5. Su W.P., Schrieffer J.R. Phys.Rev.Lett., 1981, 46, p.47.
6. Jackin N., Sosenoff A. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, p.433.
7. Hiderikane S. Progr.Theor.Phys., 1973, 49, p.1701.
8. Hida A.T., Sosenoff G.W., Phys.Lett., 1976, 49, p.171.
9. Solit V., Fedyanin V. Preprint JINR E88-541, 1988.
10. Осипов В.А., Федянин В.К. Краткие сообщения ОИЯИ, № 4-84, Дубна, 1984, с.33.
11. Осипов В.А., Федянин В.К. ОИЯИ, В сб. III Межд.симп. по изб.пробл. стат.механики, ДП7-84-850, Дубна, 1984, т.2, с.176.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 августа 1985 года

Осипов В.А., Федянин В.К.

P17-85-630

Дробные заряды при конечных значениях температуры и химического потенциала

Исследовано поведение заряда, локализованного на солитоне, при конечных значениях температуры T и химического потенциала α в рамках континуальной модели, описывающей линейные двухатомные полимеры. Показано, что имеет место уменьшение величины заряда при стремлении T и α к критическим значениям. В случае модели транс-полиацетилена без учета спина у электронов и модели Гросса - Невье с $N = 1$ получен скачок величины заряда в критической точке, тогда как в модели ϕ^4 с фермионами имеет место плавное уменьшение заряда до нуля в $\alpha = \alpha_c$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Osipov V.A., Fedyanin V.K.

P17-85-630

Fractional Charges at Finite Temperature and Chemical Potential

The behaviour of the fermion charge Q localized on soliton at finite temperature T and chemical potential α is investigated in the one-dimensional continuum model of the linear diatomic polymer. It is shown that the depletion of the fermion charge takes place when T and α tend to its critical values. In the case of the spinless trans-polyacetylene model and $N=1$ Gross-Neveu model the discontinuity of the value of Q at α_c is obtained whereas in the model ϕ^4 with fermions the continuous transition to zero value of $Q(\alpha)$ occurs.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985