



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P17-85-620

А.С.Шумовский, В.И.Юкалов

ДВУХЖИДКОСТНАЯ МОДЕЛЬ СВЕРХПРОВОДНИКА
КАК ПРИМЕР ГЕТЕРОФАЗНОЙ СИСТЕМЫ

Направлено на советско-итальянский симпозиум
по математическим проблемам статистической
физики, Львов, 1985 г.

1985

1. Гетерофазные системы

Под гетерофазными понимаются системы, представляющие собой смесь различных фаз какого-либо вещества. Такая смесь, вообще говоря, неравновесна. Равновесие достигается при действии на систему внешних сил ^{/1/}, в результате чего фиксируется пространственное распределение фаз. Рассмотрение смешанной системы подразумевает усреднение по всевозможным фазовым конфигурациям ^{/2,3/}. Такое усреднение в случае эргодических систем эквивалентно усреднению по времени. Причем достаточно потребовать, чтобы свойство эргодичности выполнялось лишь асимптотически при переходе к термодинамическому пределу ^{/4/}. Более того, для замкнутых квантовых систем в конечном объеме средние от операторов являются почти периодическими функциями времени ^{/4,5/} и поэтому при $t \rightarrow \infty$ ни к какому пределу не стремятся. Усреднение по времени указанных почти периодических средних дает величины явно зависящие от начального распределения вероятностей, что несовместимо со свойством эргодичности ^{/4/}. Следовательно, квантовая система может стать эргодической только после термодинамического перехода.

При каждой фиксированной конфигурации фаз система неоднородна. Исследование подобных систем представляет собой отдельную проблему ^{/6/}. Проведение же усреднения по фазовым конфигурациям позволяет свести задачу к однородной с эффективным гамильтонианом ^{/3,7/}, соответствующим многоуровневой системе. Число этих макроскопических уровней равно числу фазовых состояний. Макроскопический характер уровней отличает эффективный гамильтониан гетерофазной системы от похожих гамильтонианов систем с несколькими микроскопическими квантовыми уровнями, например, систем со смешанной валентностью ^{/8-II/}.

Метод описания гетерофазных систем ^{/2,3,7/} успешно применяется для исследования различных смесей, например, кристалл-жидкость ^{/12-14/}, ферромагнетик-парамагнетик ^{/15-17/}, антиферромагнетик-парамагнетик ^{/18/}, сегнетоэлектрик-параэлектрик ^{/19/} и других.

Кажется естественным рассмотреть с помощью микроскопического гетерофазного подхода ^{/2,3,7/} также и сверхпроводящие вещества, представляя их как смесь нормальной и сверхпроводящей компонент. Двухжидкостная трактовка сверхпроводников восходит к феноменологическим теориям Гортера - Казимира и Гинзбурга - Ландау ^{/20/}. Преимущество гетерофазного подхода ^{/2,3,7/} заключается в том, что он позволяет самосогласованным образом определить концентрации нормальной и сверхпроводящей фаз. Гетерофазная модель сверхпроводника изуча-

лась в ряде работ /21-24/. В настоящем докладе на примере этой модели будут проиллюстрированы общие свойства гетерофазных систем.

2. Гамильтониан модели

Гамильтониан смеси сверхпроводящей и нормальной фаз представляется прямой суммой

$$H = H_1 \oplus H_2, \quad (1)$$

в которой H_1 - эффективный гамильтониан сверхпроводящей компоненты, H_2 - нормальной компоненты. Оператор H_1 задан на пространстве \mathcal{F}_1 волновых функций с нарушенной $U(1)$ -симметрией /25,26/, а оператор H_2 определен на пространстве \mathcal{F}_2 , образованном $U(1)$ -симметричными волновыми функциями. Полный гамильтониан (1) действует на пространстве

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \otimes \mathcal{F}_2. \quad (2)$$

Пространства функций \mathcal{F}_1 и \mathcal{F}_2 взаимно ортогональны, поэтому полевые операторы, входящие в гамильтонианы H_1 и H_2 , соответствуют унитарно неэквивалентным представлениям.

Каждый из гамильтонианов H_i ($i = 1, 2$) возьмем в форме

$$H_i = w_i \sum_k \epsilon_i(\vec{k}) a_i^\dagger(k) a_i(k) - \frac{w_i^2}{2V} \sum_{kk'} J(k, k') a_i^\dagger(k) a_i(-k) a_i^\dagger(-k') a_i(k'), \quad (3)$$

где индекс k означает набор импульса \vec{k} и спина σ , V - объем системы,

$$\epsilon_i(\vec{k}) = \epsilon(\vec{k}) + Q w_i - \mu, \quad (4)$$

Q - эффективная константа кулоновского взаимодействия, $\epsilon(\vec{k})$ - спектр электронов, имеющий произвольный вид, μ - химический потенциал; концентрации фаз w_i находятся из условия минимальности термодинамического потенциала

$$\Omega = - \Theta \ln \bar{w} e^{-H/\Theta} \quad (5)$$

при нормировке

$$w_1 + w_2 = 1, \quad (6)$$

т.е. из условий

$$\frac{\partial \Omega}{\partial w} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial w^2} > 0 \quad (w \equiv w_1, w_2 \equiv 1-w). \quad (7)$$

Подчеркнем еще раз, что формулы (1) и (3) определяют эффективный гамильтониан, получившийся в результате усреднения исходной системы по гетерофазным флуктуациям /3,7/.

Оператор (3) имеет формальную структуру, эквивалентную гамильтониану Боголюбова - БКШ. Поэтому рассматриваемая задача может быть решена в термодинамическом пределе асимптотически точно. Это решение удобно осуществить следующим образом. С помощью преобразований Андерсона - Боголюбова /27,28/ гамильтониан (3) приводится к квази-спиновой форме, а потом используется метод аппроксимирующего гамильтониана /29/. Для упрощения выкладок будем считать, что плотности сверхпроводящей и нормальной фаз одинаковы и равны $\rho = N/V$, где N - полное число частиц. При этом химический потенциал задается равенством

$$\rho = \int \left[1 - \frac{w_i \epsilon_i(\vec{k})}{E_i(\vec{k})} \tanh \frac{E_i(\vec{k})}{2\Theta} \right] \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}, \quad (8)$$

в котором

$$E_i(\vec{k}) = w_i \sqrt{\epsilon_i^2(\vec{k}) + w_i^2 \Delta_i^2(\vec{k})},$$

а для цели получаем /24/ уравнение

$$\Delta(\vec{k}) = \frac{w}{2} \int J(\vec{k}, \vec{k}') \frac{\Delta(\vec{k}')}{E(\vec{k}')} \tanh \frac{w E(\vec{k}')}{2\Theta} \frac{d\vec{k}'}{(2\pi)^3}, \quad (9)$$

$$\Delta(\vec{k}) \equiv \Delta_1(\vec{k}), \quad \Delta_2(\vec{k}) \equiv 0,$$

где

$$E(\vec{k}) = \sqrt{\epsilon^2(\vec{k}) + w^2 \Delta^2(\vec{k})}, \quad J(\vec{k}, \vec{k}') = \sum_{\sigma'} J(k, k').$$

концентрации или вероятность сверхпроводящей фазы, определяемая первым из уравнений (7), принимает вид

$$w = (Q + K) / (2Q - \Phi), \quad (10)$$

где введены обозначения

$$K = \frac{1}{2\pi} \int \epsilon(\vec{k}) \left[\frac{\epsilon_1(\vec{k})}{E(\vec{k})} \tanh \frac{wE(\vec{k})}{2\Theta} - \tanh \frac{(1-w)\epsilon_2(\vec{k})}{2\Theta} \right] \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3},$$

$$\Phi = \frac{w}{2\pi} \int \frac{\Delta^2(\vec{k})}{E(\vec{k})} \tanh \frac{wE(\vec{k})}{2\Theta} \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}.$$

Как и следовало ожидать, щель в спектре электронов нормальной фазы отсутствует, что является прямым следствием $U(t)$ -инвариантности пространства \mathcal{F}_2 , согласно которой

$$\langle a_2(-k) a_2(k) \rangle = 0.$$

3. Основные свойства

Выражения (9) и (10) определяют обычный параметр порядка, щель, и дополнительный параметр порядка, концентрацию сверхпроводящей компоненты как функции термодинамических переменных. Например, концентрация (10) является функцией температуры:

$$w = w(\Theta). \quad (11)$$

Температура, при которой эта величина обращается в единицу, называется температурой нуклеации Θ_n . Для нее, согласно (10), имеем уравнение

$$K + \Phi = Q \quad (\Theta = \Theta_n). \quad (12)$$

Ниже Θ_n система представляет собой чисто сверхпроводящую фазу, а начиная с Θ_n , система является уже смесью сверхпроводящей и нормальной фаз.

Второе из неравенств (7) имеет смысл условия гетерофазной стабильности. Из него следует

$$Q > K + \Phi. \quad (13)$$

Это означает, что смешанное состояние становится термодинамически выгодным только при достаточно сильном кулоновском взаимодействии.

Для того чтобы найти температуру сверхпроводящего перехода, возьмем потенциал взаимодействия в форме Бардина

$$f(\vec{k}, \vec{k}') = \begin{cases} f_0, & |\epsilon_1(\vec{k})| < \omega_0, \quad |\epsilon_1(\vec{k}')| < \omega_0. \\ 0, & |\epsilon_1(\cdot)| > \omega_0. \end{cases}$$

Тогда для щели получаем

$$\Delta(\vec{k}) = \begin{cases} \Delta, & |\epsilon_1(\vec{k})| < \omega_0 \\ 0, & |\epsilon_1(\vec{k})| > \omega_0. \end{cases} \quad (14)$$

Эффективная частота кристаллической решетки ω_0 может быть связана с дебаевской температурой T_D .

Температуру сверхпроводящего перехода найдем, полагая $\Delta = 0$ в формуле (9). В приближении слабой связи $T_D \ll \Theta$ это дает

$$\Theta_c = 0,567 \omega_0 e^{-2/\lambda}, \quad (15)$$

где $\lambda \equiv n_1(0) f_0$, $n_1(0)$ плотность уровней на поверхности Ферми. Константа λ играет роль эффективного межэлектронного взаимодействия, обусловленного обменом фононами. Выражение (15) отличается от температуры перехода для стандартной модели БКШ. Интересно, что формула, совпадающая с (15), была феноменологически выведена Сурмой T_{30} , который проверил ее хорошее согласие с экспериментальными значениями для большинства известных сверхпроводников.

Литература

1. Гиббс Д.В. Основные принципы статистической механики. ГИТТЛ, Москва, 1946.
2. Дкалов В.И. ТМФ, 1976, 26, с.403.
3. Yukalov V.I. Physica, 1981, 108A, p.402.
4. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н.(мл.). Введение в квантовую статистическую механику. "Наука," Москва, 1984.
5. Peres A. Phys. Rev., 1984, A30, p.504.
6. Fulinski A. Phys.Lett., 1983, 95A, p.373.
7. Дкалов В.И. ОИЯИ, Р17-85-370, Дубна, 1985.
8. Maple M., Wohlleben D. Phys.Rev.Lett., 1971, 27, p.511.
9. Guertin R., Foner S., Missell F. Phys.Rev.Lett., 1976, 37, p.529.

10. Varma C., Jafet Y. Phys.Rev., 1976, B13, p.2950.
 11. Hewson A.C. J.Phys., 1977, C10, p.4973.
 12. Дкалов В.И. ТМФ, 1976, 28, с.92.
 13. Yukalov V.I. Physica, 1977, 89A, p.363.
 14. Yukalov V.I. Univ. Oxf.Comm., DTP 23-81, Oxford, 1981.
 15. Шумовский А.С., Дкалов В.И. ДАН СССР, 1980, 252, с.581.
 16. Yukalov V.I. Phys. Lett., 1981, 85A, p.68.
 17. Shumovskiy A.S., Yukalov V.I. Zhurnal, 1982, 110A, p.518.
 18. Кудрявцев И.К., Шумовский А.С., Дкалов В.И. ОИЯИ, Д17-81-758, Дубна, 1981, с.318.
 19. Башкиров Е.К., Дкалов В.И. ОИЯИ, Д17-84-850, Дубна, 1984, с.76.
 20. Линтон Э.А. Сверхпроводимость, "Мир," Москва, 1971.
 21. Шумовский А.С., Дкалов В.И. ОИЯИ, Д17-81-758, Дубна, 1981, с.238.
 22. Шумовский А.С., Дкалов В.И. ДАН СССР, 1982, 266, с.320.
 23. Ярославцев В.И. Вестник МГУ, 1982, 23, с.56.
 24. Yukalov V.I. Comm.JINR, B17-89-114, Dubna, 1987.
 25. Thirring M. Comm.Math.Phys., 1968, 7, p.181.
 26. Jellinek F. Comm.Math.Phys., 1968, 2, p.169.
 27. Anderson P.V. Phys.Rev., 1958, 110, p.989.
 28. Боголюбов Н.Н. ЖЭТФ, 1958, 34, с.73.
 29. Боголюбов Н.Н.(мл.) и др. Метод аппроксимирующего гамильтониана в статистической физике. БАН, София, 1981.
 30. Surana H. Phys.Stat.Sci., 1982, 1116, p.495.

Рукопись поступила в издательский отдел
 15 августа 1985 года.

Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник "Краткие сообщения ОИЯИ". В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the *JINR Communications* and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.
Theoretical physics.
Experimental techniques and methods.
Accelerators.
Cryogenics.
Computing mathematics and methods.
Solid state physics. Liquids.
Theory of condensed matter.
Applied researches.

Being a part of the *JINR Communications*, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

JINR Rapid Communications will be issued regularly.



Шумовский А.С., Юкалов В.И.
Двухжидкостная модель сверхпроводника
как пример гетерофазной системы

P17-85-620

Общие свойства гетерофазных систем иллюстрируются на примере двухжидкостной модели сверхпроводника, являющейся обобщением модели Боголюбова - БКШ. Для описания различных фазовых состояний используются неэквивалентные представления алгебры наблюдаемых. Параметры порядка системы, щель и фазовые концентрации, определяются самосогласованным образом как функции температуры и параметров взаимодействия. Указывается на возможность явления нуклеации при конечной температуре. Выяснено, что стабилизация гетерофазного состояния достигается только при достаточно сильном кулоновском взаимодействии. Найденная температура сверхпроводящего перехода хорошо согласуется с экспериментальными данными для большинства известных сверхпроводников.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.
Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Shumovsky A.S., Yukalov V.I.
Two-Fluid Superconductor Model
as an Example of a Heterophase System

P17-85-620

General properties of heterophase systems are illustrated on the example of a two-fluid superconductor model that is a generalization of the Bogolubov - BCS model. For describing different phase states nonequivalent representations of the algebra of observables are used. The order parameters of the system, the gap and phase concentrations, are defined self-consistently as functions of temperature and of interaction constants. The phenomenon of nucleation at a finite temperature is shown to be possible. It is cleared up that the stabilization of a heterophase state is gained only under quite strong Coulomb interaction. The superconducting transition temperature found is in good agreement with experimental data for the majority of superconductors known.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.
Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985