

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P17-85-410

В. Лисы, В.Г. Маханьков, В.К. Федянин

ДИНАМИЧЕСКИЕ СТРУКТУРНЫЕ ФАКТОРЫ
МАГНЕТИКА CsNiF_3
И КONTИНУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ СИНУС-ГОРДОН

Направлено в "Z. für Phys."

1985

1. В последние годы значительное место в исследованиях нелинейных явлений в физике конденсированных сред заняла концепция солитона^{1/}. Особенно интенсивно, ввиду очевидных причин, изучаются солитоны в квазиодномерных системах^{2,3/}. К наиболее привлекательным системам в этом плане принадлежат одномерные магнетики. Для этого есть ряд оснований. Объекты подробно исследовались /см. обзор^{4/} / еще до введения нелинейных аспектов в данную область, и некоторые модельные системы допускают детальное теоретическое рассмотрение. Для определения адекватности разных моделей сейчас имеются мощные экспериментальные методы - в первую очередь метод магнитного рассеяния нейтронов. Заметим, что существует достаточное разнообразие квазиодномерных магнетиков^{4/}. К числу наиболее хорошо изученных принадлежит ферромагнетик $CsNiF_3$. Именно ему посвящено в последнее время наибольшее количество работ /см. ссылки в^{4,5/} /. Интерпретация нейтронных данных на языке солитонов была индуцирована работой Микешки^{6/}, который предложил описывать динамику "классических" спинов в $CsNiF_3$ в присутствии внешнего магнитного поля уравнением синус-Гордон /СГ/. Как хорошо известно^{7/}, это уравнение обладает решениями трех типов: "фононы", кинки /антикинки/ и бризеры /бионы/. Последние два вида решений являются для классического уравнения СГ в строгом смысле солитонами^{7/}. Микешка в^{6/} посчитал "параллельный" динамический структурный фактор /ДСФ/ $S_{\parallel}(q, \omega)$ неупругого рассеяния нейтронов на кинках и антикинках в приближении идеального нерелятивистского газа этих частицеподобных объектов. Его предсказания, касающиеся в первую очередь зависимости $S_{\parallel}(q)$ от температуры, были в общих чертах подтверждены экспериментально исследованиями Штайнера и Кьемса^{8/}. С целью улучшения согласия теории и экспериментом теоретическая концепция уточнялась в ряде работ /например, ^{9/} /. Кроме вклада "параллельного" ДСФ, в наблюдаемый центральный пик /ЦП/ рассеяния нейтронов на кинках, был рассчитан их вклад и в "перпендикулярный" ДСФ $S_{\perp}(q, \omega)$. Кроме того, согласие с экспериментом несколько улучшило "релятивистское" рассмотрение^{9/} /общая формула для различных структурных факторов рассеяния на идеальном релятивистском газе кинков была получена в^{10/} /. Однако зависимость от температуры и от магнитного поля в целом объяснить не удалось. Отметим, в частности, что для устранения значительных расхождений между теорией и экспериментом Райтер^{11/} предложил описывать нейтронные эксперименты на $CsNiF_3$ не в рамках нелинейной СГ-модели, а с помощью спиновых волн. С целью выделения вклада спин-волновых и кинковых возбуждений в ДСФ

были выполнены новые экспериментальные работы /ссылки см. в ⁵ /. В ⁵ наблюдаемое в экспериментах поведение ДСФ трактуется так, что спиновая динамика CsNiF₃ в магнитном поле, нарушающем симметрию, является комбинацией спин-волновых процессов и возбуждений кинкового типа.

При этом, однако, бризеры для объяснения экспериментальных данных в ⁵ не привлекались, хотя они, как и кинки, являются устойчивыми решениями /солитонами/ для СГ-уравнения. Впервые на необходимость привлечения бризеров для объяснения упомянутых экспериментов было указано, по-видимому, в работе ¹². Попытка вычислить вклад бризеров в ЦП предпринята в ¹³. Вклад бризеров позволил несколько улучшить согласие с экспериментом, но только при условии дополнительного ограничения на наибольший размер бризера. В ¹³ полная структура и аналитический вид ДСФ получены не были. S_{||}(q, ω) рассматривался также в ¹⁴, однако наблюдаемый ДСФ не был вычислен. В ¹⁴ утверждается, что в S_{||}(q, ω) бризеры вклада не вносят. Впервые вклад бризеров в S_{||} и S_⊥ в первом асимптотическом приближении по κ (κ ≪ 1, см. /10// вычислен в ¹⁵ /см. также ¹⁶ /. В работах ^{12, 14-16} отмечалось, что так как для бризеров энергия активации равна нулю, то их вклад в динамические и статические характеристики СГ-систем может быть значительным /см. таблицу/. При определенных значениях экспериментальных параметров он становится доминирующим и преобладает над вкладом кинков. Аналитические расчеты в ¹⁵ показали, что: а/ бризеры при низких температурах вносят существенный вклад в ЦП; б/ S_{||} кроме ЦП содержит два боковых узких спутных пика; в/ S_⊥ дает пренебрежимый вклад в ЦП и образует два спутника. Предполагалось, как и в ^{12, 14}, что при низких температурах основной вклад в ДСФ вносят протяженные бризеры. Позже в ¹⁷ были обобщены и уточнены результаты работ ^{15, 16}. Найдены формальные точные аналитические выражения для S_{||} и S_⊥ /в модели идеального газа/ как функции внутренней частоты бризера. Дополнительно в ^{15, 16} было показано, что ДСФ состоит из ЦП и бесконечного числа спутников, "четных" /для S_{||} / и "нечетных" /для S_⊥ /, с высотами, уменьшающимися по мере удаления спутников от ЦП. Для ЦП и первых спутников, найденных ранее ^{15, 16}, вычислены поправки /формально весь ряд/. В результате можно найти характеристики спутников, такие, как их положение, высота, ширина, причем можно явно указать зависимость этих характеристик от параметров системы и экспериментальных условий. Качественно поведение спутников согласуется с поведением пиков, полученных численными методами в ¹².

Ниже мы кратко суммируем результаты ¹⁵⁻¹⁷ и применим полученные формулы для анализа конкретных экспериментов ⁵ на CsNiF₃. Резюмируя полученные ниже результаты, отметим, что сравнение с экспериментами позволяет заключить, что и учет бризеров не приводит к полному согласию теории и эксперимента. Обсуждаются возможные причины этого несовпадения.

2. Одномерный ферромагнетик с анизотропией типа легкая плоскость, CsNiF₃, во внешнем магнитном поле H описывается обычно гамильтонианом Гейзенберга

$$H = -J \sum_i \vec{S}_i \vec{S}_{i+1} + D \sum_i (S_i^z)^2 - g \mu_B H \sum_i S_i^x \quad /1/$$

с параметрами ^{4, 5}.

$$J = 23,6K, \quad D = 4,5K, \quad g = 2,25. \quad /1a/$$

Магнитные свойства CsNiF₃ определяются цепочкой, составленной из "магнитных спинов" Ni²⁺ / S = 1/ вдоль гексагональной оси z. Взаимодействие внутри цепочки на два порядка сильнее, чем взаимодействие между цепочками. Для температур T > 2,66K /температура перехода в трехмерное антиферромагнитное состояние/ и T < 24K /когда еще применима модель /1// CsNiF₃ является хорошей реализацией одномерного ферромагнетика с плоскостной анизотропией. Динамика спинов в CsNiF₃, по-видимому, хорошо подчиняется классическому описанию. По крайней мере для H = 0 это можно считать установленным ⁴ /детальное сравнение квантовой и классической теории с экспериментом в этом случае было проведено в ¹⁸ /.

Представляя спин S_i классическим вектором в сферических координатах

$$\vec{S}_i = S \{ \cos \theta_i \cos \Phi_i, \cos \theta_i \sin \Phi_i, \sin \theta_i \}, \quad /2/$$

и считая углы θ_i малыми, а θ_i, Φ_i - медленно меняющимися вдоль решетки, приходим к СГ-гамильтониану:

$$H = A a_0 \sum_i \left[\frac{1}{2} \dot{\Phi}_i^2 + \frac{c_0^2}{2a_0^2} (\Phi_i - \Phi_{i+1})^2 + \omega_0^2 (1 - \cos \Phi_i) \right]. \quad /3/$$

Здесь a₀ - расстояние между спинами цепочки / a₀ = 2,6Å/, а связь между параметрами гамильтонианов /1/ и /3/ следующая:

$$A = \frac{J^2}{2Da_0}, \quad c_0^2 = 2DJS^2 a_0^2 \hbar^{-2}, \quad \omega_0^2 = 2DSg\mu_B H \hbar^{-2}. \quad /4/$$

Используя численные значения /1a/, находим /в единицах СИ/:

$$A \doteq 3,44 \cdot 10^{-37}, \quad c_0^2 \doteq 2,46 \cdot 10^5, \quad \omega_0^2 \doteq 2,33 \cdot 10^{22} \text{ Н}, \quad /4a/$$

где H измеряется в кГс. Величина A размерности /масса длина/ задает энергетический масштаб, c₀ и ω₀ имеют смысл характеристической скорости и частоты. Важными безразмерными параметрами системы являются:

$$a = 16 \beta A \omega_0 c_0 = 30,2 \sqrt{H/T}, \quad d/a_0 \approx 12,4 / \sqrt{H}, \quad d \equiv c_0 / \omega_0. \quad /5/$$

Здесь обозначено $\beta = (k_B T)^{-1}$. Параметр a задает критерий определения "низких" температур /мы широко используем его ниже/, второй параметр задает критерий применимости континуального приближения. Для типичных экспериментальных значений магнитного поля $^{18,9/}$ $H = 5$ кГс/ и для температур порядка 10 К условие низких температур $a \gg 1$ выполняется как $a \sim 7$. Континуальное приближение формулируется в виде неравенства $d/a_0 \gg 1$. Для того же значения H имеем $d/a_0 \sim 5,5$, а для $H = 10$ кГс /обычное значение, применяемое в $^{5/}$ /, только $\sim 3,9$. Из гамильтониана /3/ в континуальном приближении следует уравнение СГ для угла $\Phi(z,t)$:

$$\Phi_{tt} - c_0^2 \Phi_{zz} + \omega_0^2 \sin \Phi = 0. \quad /6/$$

Для $CsNiF_3$, как уже упоминалось, это уравнение получил Микешка $^{6/}$. При этом необходимо было сделать еще одно предположение, что $2DS \gg g\mu_B H$. Последнее неравенство сильно ухудшается с ростом H . Так, для $H \sim 10$ кГс имеем $2DS/g\mu_B H \sim 6$. Приведенные оценки указывают на то, что в случае обычно применяемых в эксперименте полей само уравнение /6/ нуждается в уточнении. Здесь мы, однако, будем считать, что СГ-уравнение достаточно хорошо описывает динамику спинов в $CsNiF_3$ в области экспериментальных условий $^{5/}$, и рассмотрим ДСФ рассеяния нейтронов на такой системе. Отметим, что приведенные выше неравенства сильно ограничивают область полей и температур, при которых теория может привлекаться для интерпретации данных эксперимента. Для сравнения с экспериментом поэтому очень важна зависимость структурных факторов от величин q и ω . В нейтронных экспериментах эти величины могут изменяться в широких пределах.

3. В экспериментах по неупругому магнитному рассеянию нейтронов определяются фурье-образы спиновых парных корреляционных функций - динамические структурные факторы. При этом можно независимо определять ДСФ разных спиновых компонент. ДСФ для i -х компонент спина в газовом приближении равен

$$S^i(q, \omega) = \bar{N} S_1^i(q, \omega). \quad /7/$$

где в одномерном случае q - z -компонента вектора рассеяния \vec{Q} , \bar{N} - среднее число рассеивающих объектов в системе, а S_1^i - формфактор отдельного рассеивателя. Для S_1^i имеем $^{9/}$

$$S_1^i(q, \omega) = (2\pi)^{-2} \int dz dt e^{i(qz - \omega t)} \langle S^i(z, t) S^i(0, 0) \rangle. \quad /8/$$

Здесь $\langle \dots \rangle_{(1)}$ означает усреднение для одного рассеивателя. Основными величинами, определяемыми из рассеяния на $CsNiF_3$, должны быть, ввиду малости z -компоненты спина, "параллельный" /по отношению к \vec{H} и \vec{x} / и "перпендикулярный" ДСФ: S_{\parallel} и S_{\perp} . В эксперименте они могут быть определены независимо. Это означает, что,

согласно /2/, при вычислениях надо производить усреднение произведения $\cos \Phi(z, t) \cos \Phi(0, 0)$ /для S_{\parallel} / и $\sin \Phi(z, t) \sin \Phi(0, 0)$ /для S_{\perp} /. В случае кинковых решений такое усреднение осуществляется просто $^{10/}$; в /8/ следует подставить

$$\langle \dots \rangle_{(1)} = \frac{1}{j_K(T)} \int \frac{dp dz_0}{h} e^{-\beta E_K(p)} (\dots),$$

где h - постоянная Планка, E_K , p и z_0 - энергия, импульс и начальное положение кинка, а $j_K(T)$ - статистическая сумма для кинка. Если имеем идеальный газ и число частиц в нем определяется только температурой, то очевидно $j_K(T) = \bar{N}$. Окончательный результат для S_{\parallel} , с использованием /7/ и /8/, имеет вид

$$S_{K\parallel}(q, \omega) = 2^5 \pi A d^3 \frac{|q|}{h \gamma(v_0)} e^{-\alpha \gamma(v_0)^{-2}} \sinh^{-2} \left(\frac{\delta}{2 \gamma(v_0)} \right), \quad /9/$$

где $\delta = \pi q d$, $\gamma(v_0) = (1 - \omega^2/q^2 c_0^2)^{-1/2}$. В /9/ учтены вклады кинков и антикинков. $S_{K\perp}$ получим, если в /9/ заменить \sinh на \cosh $^{19/}$. Заметим, что учет взаимодействия кинков с фононами $^{19/}$ несколько изменяет предэкспоненциальный фактор в /9/. Это различие, однако, для реальных экспериментальных параметров почти не проявляется. Поэтому для оценки вклада кинков в ДСФ мы будем пользоваться формулой /9/. ДСФ бризеров также будем вычислять в модели идеального газа. Как видно из /9/, кинки дают вклад только в ЦП $\omega \in (-q|c_0, |q|c_0)$. Наблюдаемые в экспериментах побочные пики $^{5/}$ приписывались процессам рождения и уничтожения спиновых волн.

4. Бризерные решения уравнения /6/ имеют следующий вид $^{7,15,16/}$:

$$\Phi = 4 \arctg \kappa, \quad \kappa = \frac{\sqrt{1 - \Omega^2} \sin \theta}{\Omega \cosh \xi}, \quad \theta = \omega_0 \Omega (t - v z c_0^{-2}) + \theta_0,$$

$$\xi = d^{-1} \sqrt{1 - \Omega^2} \gamma(z - vt - z_0), \quad \gamma = (1 - v^2 c_0^{-2})^{-1/2}, \quad -\infty < z; z_0; t < \infty, \quad /10/$$

$$-c_0 < v < c_0, \quad 0 \leq \theta_0 \leq 2\pi, \quad 0 < \Omega < 1.$$

Здесь Ω , v , z и t - внутренняя частота бризера, его скорость, пространственная и временная координаты, а z и θ - свободные параметры /начальное положение бризера и его фаза/. Энергия бризера и его импульс равны

* Обсуждение законности учета взаимодействия солитонов с фононами в рамках точно интегрируемой модели СГ содержится в $^{13/}$.

$$E = \alpha \gamma \sqrt{1 - \Omega^2}, \quad p = E v c_0^{-2}.$$

/11/

Вид решения /10/ предопределяет вычислительные трудности равновесных и динамических характеристик бризеров, сравнительно с расчетами для кинков уравнения СГ: аргументом кинковых решений была простая комбинация $-(z - vt - z_0)$, теперь нетривиальным становится усреднение по θ_0 , а также возникает дополнительная внутренняя переменная Ω . Усреднение по Ω в дальнейшем проводится при предположениях, сформулированных в ^{15,17,22}, т.е. в предположении, что основным является вклад бризеров с $\Omega \approx 1$.

Термодинамика бризеров разработана в значительно меньшей степени, чем для кинков. Вычисление статистической суммы газа бризеров, взаимодействующих с фононами, привело сначала к расхождением ²⁰. В ²¹ эта расходимость была устранена, и статистическая сумма бризеров получена в наинизшем приближении /с точностью до $-\beta^{-1}$ /, не согласующемся, однако, с точными вычислениями по методу трансферматрицы. Для плотности бризеров в настоящее время нет общепризнанного выражения. В простейшей модели идеального газа основные термодинамические функции бризеров были найдены в ^{15,17,22}. В этих работах использовались два варианта "нормировки" статистической суммы бризеров /тем самым и ДСФ/.

а/ В ¹⁵⁻¹⁷ бризер рассматривался как чисто классический объект, а переменные θ_0 и $\theta = \arccos \Omega$ - как параметры, по которым производилось усреднение. Статистическая сумма одного бризера из подсистемы с фиксированными θ_0 , θ равна $j(T; \theta, \theta_0) = h^{-1} \int dp dz_0 \exp(-\beta E)$; число бризеров в подсистеме $N=j$, а их среднее полное число получается путем усреднения по θ_0 и θ . Среднее от функции бризерного решения будет, согласно /7/, /3/:

$$\langle F(z_0, p, \theta, \theta_0) \rangle = \int (2\pi)^{-1} d\theta_0 (2\pi^{-1}) d\theta h^{-1} dz_0 dp \exp(-\beta E) F. \quad /12/$$

б/ В ²² следя ²³ считалось, что канонически сопряженными величинами, описывающими бризер, являются (z_0, p) /описывают бризер как целое/ и $(\theta_0, \phi = 16 A c_0 \theta, 0 < \phi < 8\pi A c_0)$ /описывающие внутреннее состояние бризера/. Эти величины определяют фазовое пространство бризера. Если это так, то для статистической суммы отдельного бризера имеем

$$j(T) = h^{-2} \int_0^L dx_0 \int_0^{2\pi} d\theta_0 \int_0^{8\pi A c_0} d\phi \int e^{-\beta E} dp = M \cdot 16 L A \omega_0 h^{-1} [K_1 I_0 - I_1 K_0], \quad /13/$$

где L - длина системы, а функции Бесселя K , I зависят от аргумента $a/2$. $j(T)$ в /13/ отличается от статистической суммы в варианте а/ сомножителем $M = 16 \pi^2 A c_0 h^{-1}$ /полное число состояний, соответствующих при квазиклассическом квантовании внутреннему состоянию бризера/. Среднее для функции $F(z_0, p, \theta, \theta_0)$ те-

перь также увеличено в M раз /для $CsNiF_3$ $M = 40!$ /. Объединяя оба варианта, в дальнейшем будем использовать постоянную K , имея в виду, что K равно либо 1 /вариант а//, либо M /вариант б//. Заметим, что бризер с конечным фазовым объемом, соответствующим его внутреннему состоянию, рассматривался также в работах ^{20,21}/В ¹⁴ ДСФ для бризеров с разными Ω записывалось просто в виде интеграла по всем $(\omega_0 \Omega)$ /.

Для плотности бризеров имеем $n = j(T)/L$. При низких температурах это означает $n \approx K(8hA\omega_0 c_0^2 \beta^2)^{-1/15}$ /с помощью $j(T)$ легко вычисляются и другие термодинамические характеристики ^{15-17,22}.

Обратимся теперь к вычислению ДСФ рассеяния нейтронов на бризерах. $S_{||}(q, \omega)$ определяется усреднением произведения $\cos \Phi(z, t) \cos \Phi(0, 0)$, где, согласно /10/,

$$1 - \cos \Phi = 8\kappa^2 (1 + \kappa^2)^{-2}. \quad /14/$$

Опуская слагаемые, дающие вклад в брэгговское рассеяние, запишем с помощью /7/-/8/ параллельный ДСФ:

$$S_{||} = K \frac{1}{(2\pi)^2 h} \int dz dz_0 dt dp \frac{d\theta_0}{2\pi} \frac{2}{\pi} \frac{d\Omega}{\sqrt{1-\Omega^2}} e^{i(qz - \omega t) - \beta E(p)} \times (1 - \cos \Phi(z, t))(1 - \cos \Phi(0, 0)). \quad /15/$$

После ряда преобразований, позволяющих осуществить четыре интегрирования в /15/, $S_{||}$ может быть представлено в следующем виде /подробно все этапы вычислений описаны в ¹⁷ /:

$$S_{||}(q, \omega) = S_C(q, \omega) + \sum_{N=1}^{\infty} S_{sat}^N(q, \omega). \quad /16/$$

Первое слагаемое, S_C , определяет прямой вклад в ЦП, остальные /с $N = 1, 2, \dots$ /, следя ¹⁵ будем называть сателлитами. Полные точные выражения для ЦП и сателлитов имеют вид:

$$S_C = K \frac{2^{10} A c_0}{\pi^2 h \omega_0^2} \int dv d\Omega \frac{\gamma^2 e^{-\beta E(v)}}{\Omega(1-\Omega^2)} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{[(n-1)!]^2} \left(\frac{1-\Omega^2}{\Omega^2} \right)^n \times \Gamma\left(n + \frac{ib}{2}\right)^2 \right]^2 \delta(a), \quad /17/$$

$$S_{sat}^N = K \frac{2^{10} A c_0}{\pi^2 h \omega_0^2} \int \frac{dv d\Omega \gamma^2}{\Omega(1-\Omega^2)} e^{-\beta E(v)} \left[\sum_{n=N}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{(n+N)!(n-N)!} \times \left(\frac{1-\Omega^2}{\Omega^2} \right)^n \left| \Gamma\left(n + \frac{ib}{2}\right) \right|^2 \right]^2 [\delta(a-2N) + \delta(a+2N)]. \quad /18/$$

В формулах /17/, /18/ введены обозначения

$$a = \gamma \frac{qv - \omega}{\omega_0 \Omega}, \quad b = \gamma d \frac{q - \omega v c_0^{-2}}{\sqrt{1 - \Omega^2}}, \quad /19/$$

$\Gamma(x)$ означает гамма-функцию, $\delta(x)$ - дельта-функцию Дирака. Интегрирование по v проводится в пределах $-c_0 < v < c_0$, по Ω - в пределах $0 < \Omega < 1$. Нужно заметить, что при малых Ω ряды в /17/ и /18/ становятся неудобными для вычислений - с возрастанием индекса n слагаемые рядов растут. Однако, как уже упоминалось, основной вклад в рассеяние при низких температурах должны вносить бризеры малых амплитуд ($\kappa \ll 1$, $\Omega \approx 1$)^{15,16}. Это связано с обрезанием действием фактора $\exp(-\alpha\gamma\sqrt{1-\Omega^2})$ при $\alpha \gg 1$, что в эксперименте хорошо выполняется. В этом смысле решение /17/ и /18/ определяет /формально все/ поправки к решению^{15,16}. Легко видеть, что уже при $\Omega^2 > 1/2$ ряды перестают быть формальными. Они хорошо сходятся и можно пользоваться их отрезками /заметим, что при малых Ω бризер неотличим от пары кинк-антикинк. В модели идеального газа кинков, антикинков и бризеров нами уже учтены такие состояния. Отсюда возникает естественное ограничение на наименьшее значение Ω : $\Omega > a_0/d$ ^{3/}).

Возникновение первых спутников, предсказанных в работе^{15/}, является главной особенностью рассеяния на бризерах. Высоты остальных спутников с ростом N сильно уменьшаются^{17/}, и мы не будем их здесь рассматривать.

Рассмотрим сначала более подробно ЦП. Одно интегрирование в /17/, ввиду δ -функций, легко осуществляется. Интегрируя, например, по v , получим

$$S_C = K \left(\frac{2^5}{\pi}\right)^2 \frac{Ad}{h|q|} \int d\Omega \frac{1-\Omega^2}{\Omega^4} \gamma(v_0) e^{-\beta E(v_0)} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \left(\frac{1-\Omega^2}{\Omega^2}\right)^n \times \right. \\ \left. \times \left| \Gamma(n+1 + \frac{ib(v_0)}{2}) \right|^2 \right], \quad v_0 = \omega/q. \quad /20/$$

В более компактном виде это же выражение можно записать с помощью гипергеометрической функции $F \equiv {}_2F_1$ ^{24/}:

$$S_C = K \cdot 2^8 d^3 \frac{A|q|}{h\gamma(v_0)} \int d\Omega \frac{e^{-\beta E(v_0)}}{\sinh^2(\pi b(v_0)/2)} \left| F\left(\frac{ib(v_0)}{2}, 1 + \frac{ib(v_0)}{2}; 1, 1 - \Omega^2\right) \right|^2 \quad /20a/$$

или в виде, удобном для дальнейших оценок,

$$S_C = K \left(\frac{2^5 \delta}{\pi}\right)^2 \frac{Ad}{h|q|\gamma(v_0)} \int d\Omega e^{f(\Omega)} g(\Omega), \quad /20б/$$

где

$$f(\Omega) = -\alpha\gamma(v_0)\sqrt{1-\Omega^2} - \delta/\gamma(v_0)\sqrt{1-\Omega^2},$$

$$g(\Omega) = \Omega^{-4} (1 - e^{-\delta/\gamma(v_0)\sqrt{1-\Omega^2}})^{-2} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \left(\frac{1-\Omega^2}{\Omega^2}\right)^n \prod_{\ell=1}^n \left(\ell^2 + \frac{b^2}{4}\right) \right]^2.$$

Здесь $\delta = \pi q d$, как и в формуле /9/ для кинков. В^{15,16/} был использован тот факт, что при $\alpha \gg 1$ функция $f(\Omega)$ имеет резкий максимум при $\Omega = \tilde{\Omega} = 1 : 1 - \tilde{\Omega}^2 = \delta/\alpha\gamma^2(v_0)$. Поэтому для оценки интеграла в /20б/, как и в^{15,16/}, воспользуемся методом перевала ($2\sqrt{a\delta} \gg 1$, $\delta/a \ll 1$):

$$S_C \approx K \frac{2^{10} Ad \delta^{11/4}}{\pi^{3/2} h|q|\gamma^3(v_0) a^{5/4}} e^{-2\sqrt{a\delta}} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\gamma^{2n}(v_0)} \times \prod_{\ell=1}^n \left(\frac{\delta}{a} + \frac{\delta^2}{4\pi^2 \ell^2}\right) \right]^2 \quad /21/$$

Ведущий член асимптотики /фактор перед квадратными скобками/ получен ранее^{15,16/} / в этих работах было положено $A = \omega_0 = c_0 = 1$ /. Учет вкладов слагаемых в квадратных скобках $[1 - \nu^2 + \nu^4/4 - \nu^6/36 + \dots]$ ^{2/}; $\nu = \delta/2\pi\gamma(v_0)$ приводит к модификации результата^{15,16/}.

Оценим теперь $S_{N_{sat}}^N$, определяемое уравнением /18/. Воспользуемся известной формулой для δ -функции, $\delta(\Phi(x)) = \sum_s \delta(x-x_s) / |\Phi'(x_s)|$, где x_s - решения уравнения $\Phi(x) = 0$. Для определенности будем считать $q, \omega \geq 0$. Из уравнений $a \pm 2N = 0$ получаем квадратичные уравнения относительно v : $qv - \omega \pm 2N\omega_0\Omega\gamma^{-1} = 0$. Используя эти решения, получим, после интегрирования по v , параллельный ДСФ, который, аналогично S_C , можно записать с помощью гипергеометрических функций. В развернутом виде решение дается формулой

$$S_{N_{sat}}^N = K \frac{A}{h} (2^7 d)^2 \int d\Omega \cdot G(\Omega) (e^{F_+(\Omega)} + e^{F_-(\Omega)}), \\ F_{\pm}(\Omega) = -\frac{B_N(\Omega)}{\sqrt{1-\Omega^2}} - \alpha\sqrt{1-\Omega^2} \frac{(qd)^2 + (2N\Omega)^2}{|qd B_N/\pi \pm 2N\Omega\omega/\omega_0|}, \quad G(\Omega) = \\ = \pi^3 B_N^{-3} (1 - e^{-B_N/\sqrt{1-\Omega^2}})^{-2} \left[\sum_{n \geq N-1} \frac{(-1)^n (n+1)^2}{(n+1-N)!(n+1+N)!} \left(\frac{1-\Omega^2}{\Omega^2}\right)^{n+1} \times \right. \\ \left. \times \prod_{\ell=0}^n \left(\ell^2 + \frac{B_N^2}{4\pi^2(1-\Omega^2)}\right) \right]^2, \quad B_N(\Omega) = \pi \sqrt{(qd)^2 + (2N\Omega)^2 - (\omega/\omega_0)^2}. \quad /22/$$

В^{15,16/} интегрирование по Ω было осуществлено, как и в случае S_C , методом перевала в точке $\tilde{\Omega} \approx 1$. Это связано с тем, что для больших α и для ω , не слишком близких к частоте $\sqrt{(qc_0)^2 + (2N\omega_0)^2}$, функции $F_{\pm}(\Omega)$ имеют резкий максимум при $\Omega = \tilde{\Omega}$. Таким путем в^{15-17/} были установлены следующие особенности для $S_{N_{sat}}^N$: а/ $S_{N_{sat}}^N$ представляют собой узкие пики по частоте; б/ спутники расположены вблизи частот ω_N^N , определяемых равенством

$$\omega_N^{\parallel} = \sqrt{(qc_0)^2 + (2N\omega_0)^2}; \quad /23/$$

в/ при низких температурах положение спутников слабо зависит от температуры, но с ростом T они смещаются к ЦП, а их высоты увеличиваются; г/ высоты пиков с ростом N сильно уменьшаются. Зависимость положения спутника от экспериментальных параметров q и H видна непосредственно из формулы /23/, с учетом /4/; д/ с увеличением q или H спутники смещаются по направлению от ЦП.

Примененный в ^{15-17/} метод оценки интегралов в /22/, хотя и позволяет сделать некоторые заключения, качественно согласующиеся с экспериментом, дает неправильное поведение $S_{\parallel \text{sat}}^N$ при $\omega \rightarrow \omega_N^{\parallel}$ /особенно это проявляется, как увидим позже, в случае $S_{\perp \text{sat}}^N$ /. Поэтому здесь применим другой, более точный метод оценки, и рассмотрим первый, самый мощный спутник / $N = 1$ /. Вклад спутника в ЦП не равен нулю, но мал. Он заметно отличается от нуля только в области своего максимума: вблизи частоты ω_1^{\parallel} . Заменяя в /22/ при $N = 1$, $\omega > qc_0$

$$y = B_1(\Omega) / B_1(1), \quad \Delta_{\parallel} = \frac{1}{2\omega_0} [(\omega_1^{\parallel})^2 - \omega^2]^{1/2}, \quad /24/$$

получим для $\Delta_{\parallel} \ll 1$ оценку

$$S_{\parallel \text{sat}}^1 = K \cdot \frac{A}{h} (2^5 d)^2 \Delta_{\parallel}^3 \int_0^1 \frac{y^2 dy}{\sinh^2(\frac{\pi y}{\sqrt{1-y^2}})} e^{-a\Delta_{\parallel} \omega \sqrt{1-y^2}/2\omega_0} \quad /25/$$

Если выполняется $a\omega\Delta_{\parallel}/2\omega_0 \gg 2\pi$ /это возможно при $a \gg 1$ /, основная область интегрирования находится вблизи $y \sim 1$, и применим метод перевала. В этом случае получаем прежнюю формулу ^{15,16} уточненную в ¹⁷:

$$S_{\parallel \text{sat}}^1 = K \cdot \frac{A}{h} (2^6 d)^2 \left(\frac{\pi\omega}{a\omega_0}\right)^{5/4} \Delta_{\parallel}^{7/4} (1 - e^{-\sqrt{\pi a\omega\Delta_{\parallel}}/\omega_0})^{-2} \quad /26/$$

В случае $a\Delta_{\parallel}\omega/2\omega_0 \ll 2\pi$ имеем

$$S_{\parallel \text{sat}}^1 \approx K \cdot \frac{A}{h} (2^5 d)^2 \Delta_{\parallel}^3 \int_0^1 \frac{y^2 dy}{\sinh^2(\frac{\pi y}{\sqrt{1-y^2}})} \approx K \cdot \frac{A}{h} \left(\frac{2^6 d}{10}\right)^2 \Delta_{\parallel}^3, \quad /27/$$

т.е. $S_{\parallel \text{sat}}^1 = 0$ при $\omega = \omega_1^{\parallel}$. В области промежуточных Δ_{\parallel} , где находится максимум по ω функции $S_{\parallel \text{sat}}^1$, оценка может быть записана следующим образом:

$$S_{\parallel \text{sat}}^1 \approx K \cdot \frac{A}{h} \left(\frac{2^6 d}{10}\right)^2 \Delta_{\parallel}^3 e^{-a\omega\Delta_{\parallel}/2\omega_0} \quad /28/$$

Максимальная высота первого спутника

$$S_{\parallel \text{sat}}^1 \approx 0,06 K \cdot \frac{A}{h} (2^5 d)^2 \left(\frac{2\omega}{a\omega_0}\right)^3 \quad /28a/$$

достигается при $(a\omega\Delta_{\parallel}/2\omega_0)^2 \approx 10$. Таким образом, расстояние от точки $\omega_{\text{max}}^{\parallel}$ до ω_1^{\parallel} , где $S_{\parallel \text{sat}}^1$ обращается в нуль, приближенно есть

$$\omega_1^{\parallel} - \omega_{\text{max}}^{\parallel} \approx \frac{2^3 \cdot 10 \omega_0^4}{a^2 (\omega_1^{\parallel})^3} = \frac{5\omega_1^{\parallel}}{a^2} \left[1 - \left(\frac{qc_0}{\omega_1^{\parallel}}\right)^2\right]^2 \quad /29/$$

и очень мало /численные оценки приводим ниже/.

Обратимся теперь к вычислению поперечного ДСФ, $S_{\perp}(q, \omega)$. Впервые S_{\perp} рассматривался в ^{15/}, где было установлено, что S_{\perp} дает пренебрежимо малый вклад в ЦП, и основной его особенностью является узкий спутниковый пик, расположенный вблизи частоты $\omega_1^{\perp} = (q^2 c_0^2 + \omega_0^2)^{1/2}$. Вычисления ^{15,16/} были продолжены в ^{17/}, где было обнаружено, что S_{\perp} состоит из бесконечной последовательности "нечетных" спутников $S_{\perp \text{sat}}^N$, расположенных вблизи частот $\omega_N^{\perp} = [(qc_0)^2 + (2N+1)^2 \omega_0^2]^{1/2}$, $N = 0, 1, \dots$ (при $\omega = \omega_N^{\perp}$ имеем $S_{\perp \text{sat}}^N = 0$). $S_{\perp}(q, \omega)$ определяется усреднением произведения $\sin \Phi(z, t) \sin \Phi(0, \text{sat}, 0)$, где, согласно /10/, $\sin \Phi = 4\kappa(1-\kappa^2)(1+\kappa^2)^{-2}$. После подстановки этого выражения в /15/ получим ^{17/}

$$S_{\perp}(q, \omega) = \sum_{N=0}^{\infty} S_{\perp \text{sat}}^N(q, \omega), \quad /30/$$

где

$$S_{\perp \text{sat}}^N = K \cdot \frac{A}{\pi h} (2^3 d)^2 \int \frac{d\Omega}{\Omega^2 B_N'} \left[\sum_{n \geq N} \frac{(-1)^n (2n+1)^2}{(n-N)!(n+1+N)!} \left(\frac{1-\Omega^2}{\Omega^2}\right)^n \times \right. \\ \left. \times \left| \Gamma\left(n + \frac{1}{2} + \frac{i}{2} \frac{B_N'(\Omega)}{\pi\sqrt{1-\Omega^2}}\right) \right|^2 \right] \left(e^{-a\sqrt{1-\Omega^2} E_+(\Omega)} + e^{-a\sqrt{1-\Omega^2} E_-(\Omega)} \right), \quad /31/$$

$$B_N'(\Omega) = \pi [(qd)^2 - (\omega\omega_0)^2 + (2N+1)^2 \Omega^2]^{1/2}$$

$$E_{\pm}(\Omega) = \frac{(qd)^2 + (2N+1)^2 \Omega^2}{|(2N+1)^2 \omega\omega_0 \pm qdB_N'/\pi|}$$

Наиболее заметный вклад в S_{\perp} вносит первый спутник ($N=0$). Рассмотрим его подробно в наинизшем приближении. Метод перевала, использованный в ^{15,16/} для аналитической аппроксимации $S_{\perp \text{sat}}^1$, нужно применять с некоторой осторожностью, так как вблизи $\omega \rightarrow (q^2 c_0^2 + \omega_0^2)^{1/2}$ при его использовании можно получить расходящиеся выражения.

В данном случае необходимо рассмотреть две области изменения ω : а/ Область ЦП, $\omega < q c_0$. Здесь работает метод перевала, и оценку вклада $S_{\perp \text{ sat}}^1$ в ЦП можно записать в виде:

$$S_{\perp \text{ sat}}^1 = K \cdot \frac{2^3}{h} \left(\frac{\pi^6 c_0^3}{A \omega_0^{13} \beta^5 B_1'(1)} \right)^{1/4} \{ [E_+(1)]^{-5/4} (1+e^{\sqrt{a B_1'(1) E_+(1)}})^{-2} + [E_-(1)]^{-5/4} (1+e^{\sqrt{a B_1'(1) E_-(1)}})^{-2} \} \quad /32/$$

б/ Область $\omega > q c_0$. В этой области, вблизи ω_1^{\perp} , находится пик сателлита. Заменой

$$y = \frac{B_1'(\Omega)}{B_1'(1)}, \quad \Delta_{\perp} = \omega_0^{-1} [(\omega_1^{\perp})^2 - \omega^2]^{1/2} \quad /33/$$

этот пик при $\Delta_{\perp} \ll 1$ аппроксимируется формулой

$$S_{\perp \text{ sat}}^1 \approx K \cdot \frac{2^9 A}{h} d^2 \Delta_{\perp} \int_0^1 dy \frac{e^{-a \omega \Delta_{\perp} \sqrt{1-y^2} / \omega_0}}{\cosh^2 \left(\frac{\pi y}{2\sqrt{1-y^2}} \right)} \quad /34/$$

Если $\pi \omega_0 / a \omega \Delta_{\perp} \ll 1$ /существенная область интегрирования находится вблизи $y \sim 1$ /, то, применяя метод перевала, получим результат, согласующийся с /32/:

$$S_{\perp \text{ sat}}^1 \approx K \cdot \frac{2^9 A d^2}{h} \Delta_{\perp}^{-1/4} \left(\frac{a \omega}{\pi \omega_0} \right)^{-5/4} (1+e^{\sqrt{\pi a \Delta_{\perp} \omega / \omega_0}})^{-2} \quad /35/$$

В непосредственной близости ω к ω_1^{\perp} ($a \omega \Delta_{\perp} / \pi \omega_0 \ll 1$) имеем

$$S_{\perp \text{ sat}}^1 \approx K \frac{2^7 A d^2}{h h} \Delta_{\perp} \int_0^1 dy \cosh^{-2} \left(\frac{\pi y}{2\sqrt{1-y^2}} \right) \approx K \cdot \frac{A}{h} (2^3 d)^2 \Delta_{\perp} \quad /36/$$

В области промежуточных значений ω , $a \omega \Delta_{\perp} / \pi \omega_0 \sim 1$, сателлит аппроксимируется формулой

$$S_{\perp \text{ sat}}^1 \approx K \cdot \frac{A}{h} (2^3 d)^2 \Delta_{\perp} e^{-a \Delta_{\perp} \omega / \omega_0}, \quad /37/$$

с максимумом при $a \omega \Delta_{\perp} / \omega_0 \sim 1$, равным

$$S_{\perp \text{ sat max}}^1 \approx K \cdot \frac{A \omega_0}{e h a \omega} (2^3 d)^2 \quad /38/$$

Расстояние от точки максимума $\omega_{\text{max}}^{\perp}$ до ω_1^{\perp} приближенно определяется

как

$$\omega_1^{\perp} - \omega_{\text{max}}^{\perp} \approx \frac{\omega_0^4}{a^2 (\omega_1^{\perp})^3} = \frac{\omega_1^{\perp}}{a^2} \left[1 - \left(\frac{q c_0}{\omega_1^{\perp}} \right)^2 \right]^2 \quad /39/$$

5. Используем теперь полученные в предыдущих разделах формулы для численных оценок вклада бризеров в ДСФ в случае CsNiF₃ и конкретных экспериментальных условий /5/. Сравним вначале вклады в ЦП бризеров и кинков. Используя формулы /9/ и /21/, отношение максимальных высот $S_{K \parallel}$ и $S_C(q, \omega)$ записываем в виде

$$\frac{S_C(q, 0)}{S_{K \parallel}(q, 0)} \approx K \cdot \frac{2^5 \delta^{3/4}}{\sqrt{\pi} a^{5/4}} \sinh^2 \frac{\delta}{2} \cdot e^{\frac{\alpha}{2} - 2\sqrt{a\delta}} [1 - \dots]^2 \quad /40/$$

Здесь α и δ определяются по /5/ и /10/, а фактор $[1 - \dots]^2$ взят из /21/ / $\omega = 0$ /. Равенство /40/ имеет область применимости /в рамках модели идеального газа кинков, антикинков и бризеров/, ограниченную выполнением неравенств $\delta/\alpha \ll 1, \sqrt{a\delta} \gg 1$. В экспериментах /5/ использованы значения H , T и q , при которых наши приближения вполне оправданы. Приведем в качестве иллюстрации таблицу отношения $S_C(q, 0) / S_{K \parallel}(q, 0)$ для экспериментальной ситуации, описанной в /5/.

Таблица

Пример отношения высот бризерного и кинкового ЦП для экспериментальной ситуации /5/ / $H = 10$ кГс, $q = 0,05 \pi / a_0$, $\delta = 1,95$ /

T (K)	α	$S_C(q, 0) / S_{K \parallel}(q, 0)$		$[1 - \dots]^2$
		K = 1	K = 40,7	
9,0	10,6	0,027	1,10	0,59
6,0	15,9	0,075	3,05	0,66
4,2	22,7	0,177	7,20	0,70
3,2	29,8	0,657	26,70	0,73

Считая, что поправка $[1 - \dots]^2$ несущественно отличается от единицы, видим /для $K \equiv 1$ /, что $S_C / S_{K \parallel}$ как функция α имеет минимум при $\alpha = \alpha_{\text{min}}$ ($\sqrt{a_{\text{min}}} = \sqrt{\delta + \sqrt{\delta + 5/2}}$). Существуют две пороговые температуры, при которых вклад бризеров равен вкладу кинков.

Выше одной из них (T_1) и ниже другой (T_2) вклад бризеров будет преобладать. В первых экспериментальных исследованиях рассеяния нейтронов на образцах $CsNiF_3$ /см. напр. /8,9/ типичными значениями были $H = 5$ кГс, $q = 0,1\pi/a_0$. Для этих параметров и температур эксперимента / $T = 6,3K-14K$ / вклад бризеров в ЦП, оцениваемый по /40/, оказывается незначительным /заметим, что наши приближения в этих случаях являются грубыми/. В случае экспериментальных условий /5/ и для $K = M = 40,7$ ситуация сильно меняется. Высота ЦП бризеров всегда больше ЦП кинков; с понижением T вклад бризеров начинает сильно преобладать. Учет одних только кинков, если считать модель идеального газа справедливой, совершенно недостаточен.

Важной качественной характеристикой является полуширина ЦП. Спадание $S_{K||}(q, \omega)$ /9/ определяется в основном экспонентой. Поэтому при $a \gg 1$, в нерелятивистском приближении, полуширина $S_{K||}$ равна $(\Delta\omega)_K \approx 2qc_0(\ln 2/a)^{1/2}$. Для $S_C(q, \omega)$, если поправка [1-...]² несущественна, полуширина $(\Delta\omega)_B$ определяется в основном фактором $(1-\omega^2/q^2c_0^2)^{3/2}$, так что $(\Delta\omega)_B = qc_0(1-2^{-2/3})^{1/2}$. Поправка существенна при $\omega \rightarrow 0$, уменьшая высоту ЦП; при $\omega \rightarrow qc_0$ она стремится к 1. Поэтому учет поправки уширяет ЦП. Следовательно, для реальных a ширина ЦП бризеров больше ширины ЦП кинков, причем их отношение можно оценить как $(\Delta\omega)_B / (\Delta\omega)_K \geq 0,37 a^{1/2}$. С понижением T это отношение увеличивается.

Обратимся теперь к спутникам. Первый "четный" спутник приближенно описывается формулами /25/-/29/. Величина $S_{||}^{1, sat}(q, \omega)$ пренебрежимо мала при $\omega \rightarrow 0$ и обращается в нуль при $\omega = \omega_1^{||}$. Качественное поведение $\omega_1^{||}$ при изменении T , H и q обсуждалось выше. Для экспериментальной ситуации /5/ /см. таблицу/ численное значение $\omega_1^{||}$ равно $\omega_1^{||} \approx 1,01 \cdot 10^{12} c^{-1} = 0,67$ мэВ, что близко к экспериментальному значению. Однако для положения первого спутника и его высоты получаем результаты, отличающиеся от экспериментальных. Положение максимума $S_{||}^{1, sat}$ определяется формулой /29/, из которой следует, что расстояние $\omega_1^{||} - \omega_{max}^{||}$ максимально при $q \rightarrow 0$. В этом случае $\omega_{max}^{||} = 2\omega_0(1-\delta/a^2)$, так что $\omega_{max}^{||}$ отличается от $\omega_1^{||}$ всего лишь на несколько процентов, и для обсуждаемой нами экспериментальной ситуации получаем $\omega_1^{||} - \omega_{max}^{||} \approx 2,5 \cdot 10^{-2}$ мэВ / $T = 9$ К/ и меньше /для меньших T /. С понижением T эта разность уменьшается $\sim T^2$. Наблюдаемый в эксперименте пик имеет максимум при $\omega \approx 0,4$ мэВ, и уменьшение T не влияет заметно на положение этого максимума. Несоответствие с экспериментом обнаруживается также при рассмотрении высоты спутника. Так, для отношения $S_{||}^{1, sat, max} / S_{K||}(q, 0)$ при тех же параметрах находим численные значения 0,19 / $T = 9$ К/, 0,80 / $T = 6$ К/, 8,2 / $T = 4,2$ К/ для $K = 1$ и соответственно 7,73; 32,53; 333,42 для $K=M$. Хотя отношение высот измеряемого спутника к высоте ЦП с понижением T увеличивается, такой сильный рост этого отношения в эксперименте не наблюдается.

Первый "нечетный" спутник описывается формулами /35/-/39/,

с частотой $\omega_1^I = \sqrt{q^2 c_0^2 + \omega_0^2}$. Максимальное значение разности $\omega_1^I - \omega_{max}^I$ равно ω_0/a^2 , так что эта разность еще меньше /при тех же T , H и q /, чем в случае $S_{||}^{1, sat}$. Положение максимума пика $S_{||}^{1, sat}$, его зависимость от температуры, а также высота отличаются от этих же характеристик пика, наблюдаемого в эксперименте.

Таким образом, модель идеального газа бризеров позволяет предсказать наличие спутников в ДСФ рассеяния нейтронов на $CsNiF_3$. В опытах действительно измеряются спутники со свойствами, подобными описанным выше. Но количественного согласия с экспериментом такая модель не дает. Поскольку хорошего количественного согласия с экспериментом для формы линии ДСФ не дает ни одна теория, привлекаемая к объяснению экспериментальных данных по рассеянию нейтронов на $CsNiF_3$ /кинковая теория Микешки /6/, теория спиновых волн /11/ и обсуждаемая выше/, можно утверждать, что предложенные для описания $CsNiF_3$ математические модели не являются вполне адекватными физической ситуации. В /25/ уже обсуждались эффекты "ухода" спинов из легкой плоскости, что должно приводить к поправкам типа легкой оси /шредингеровского типа/. Более того, при низких температурах будут сказываться квантовые эффекты, не учтенные выше, приводящие к ограничению снизу массы бризера. Условия низких температур и континуального приближения выполняются лишь с небольшим запасом. Наконец, бионы суть истинные солитоны лишь в рамках чистого СГ уравнения. В действительности как в эксперименте, так и в "модели Микешки" присутствует большое число возмущающих факторов. Последние наиболее сильное влияние будут оказывать именно на поведение бризеров, делая их время жизни конечным, что неминуемо приведет к размытию резонансной кривой в лоренцеву и сдвигу ее центра. К таким факторам, в частности, относится спин-фононное взаимодействие.

Лучше /чем форма линии/ согласуется с экспериментом такая величина, как интенсивность ЦП /статистический структурный фактор $S(q) = \int S(q, \omega) d\omega$ /. Для ЦП кинков, согласно /8/, имеем в нерелятивистском приближении

$$S_{K||}(q) = \frac{2^8 \pi^{3/2} A c_0^4 q^2 e^{-a/2}}{h \omega_0^3 \sqrt{a} \sinh^2(\delta/2)} \quad /41/$$

а $S_{K\perp}(q)$ получается отсюда заменой $\sinh \rightarrow \cosh$. Вклад бризеров в $S(q)$, исходя из /21/, приближенно дается формулой

$$S_C(q) = K \cdot \frac{2^{11} A c_0^2 \delta^{11/4}}{\pi h \omega_0 a^{5/4}} e^{-2\sqrt{a\delta}} \cdot \frac{\delta}{a} \ll 1, \quad 2\sqrt{a\delta} \gg 1. \quad /42/$$

Это выражение несправедливо для очень малых q , когда уже не выполняется неравенство $2\sqrt{a\delta} \gg 1$. Однако для $q \rightarrow 0$ легко получить

более точную оценку:

$$S_c(0) = K \cdot \frac{2^{11} A d c_0}{\pi^2 h} \int_0^1 \int_0^1 dx d\Omega \frac{1-\Omega^2}{\sqrt{1-x^2}} e^{-a[(1-\Omega^2)/(1-x^2)]^{1/2}} \approx K (2^7 \sqrt{2} A d c_0 / \pi h a^2) \{5!! + \frac{9!!}{2^3 a^2} + \dots\} \quad /43/$$

На рис.1 приведена зависимость $S(q)$ от T с учетом кинков и бризеров. Результат для одних кинков практически одинаков как в модели идеального газа, так и в модели газа кинков, взаимодействующих с фононами¹⁹. Учет бризеров несколько улучшает согласие с экспериментом, но недостаточно для $K=1$ и $K=M$. Зависимость $S(q)$ от волнового вектора указана на рис.2. В этом случае/с нормировкой на экспериментальную точку при $q=0$ / бризеры ухудшают

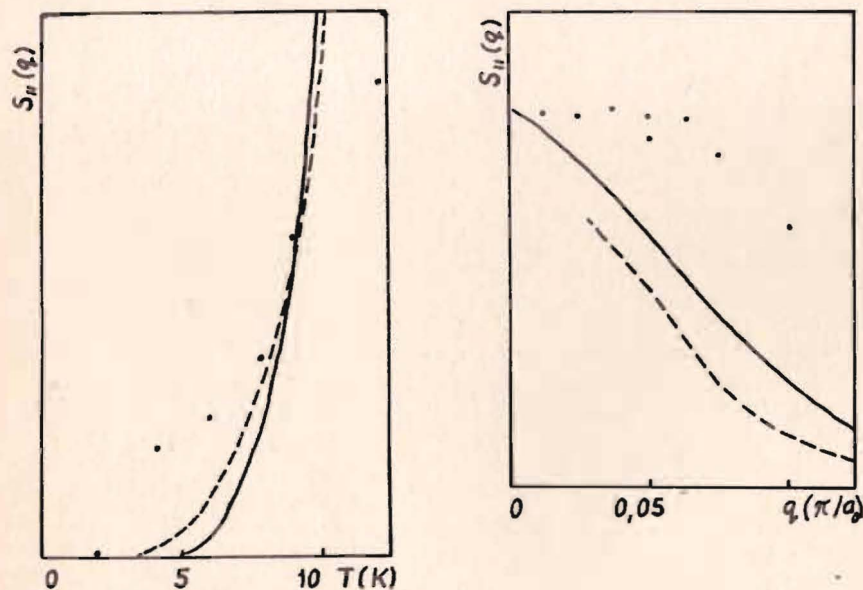


Рис.1. Зависимость $S_{||}(q)$ от T ($S_{||} = S_{K||} + S_c$) при $q=0$, $H=10$ кГс и $K=1$ /сплошная линия/ и $K=M$ /пунктир/. Точки - экспериментальные данные^{5/}. При $K=M$ вклад бризеров является важным.

Рис.2. Зависимость $S_{||}$ от q при $H=10$ кГс, $T=12$ К и $K=1$ /сплошная кривая/ и $K=M$ /пунктирная/. Точки - эксперимент. При $K=M$ из-за большого значения $S_c(0)$ расхождение с экспериментом значительное. При $K=1$ бризеры мало влияют - результирующая кривая незначительно отличается от расчетной $S_{K||}(q)$.

согласие с экспериментом. Рис.3 и 4 иллюстрируют $S_{||}(q, \omega)$ и $S_{\perp}(q, \omega)$ с учетом кинков, антикинков и бризеров. Во всех рисунках использована нормировка кривых, как в^{5/}. Заметим, что использование $K=16\pi^2 A c_0/h$ приводит к значительно худшему согласию с экспериментом, чем в случае $K=1$.

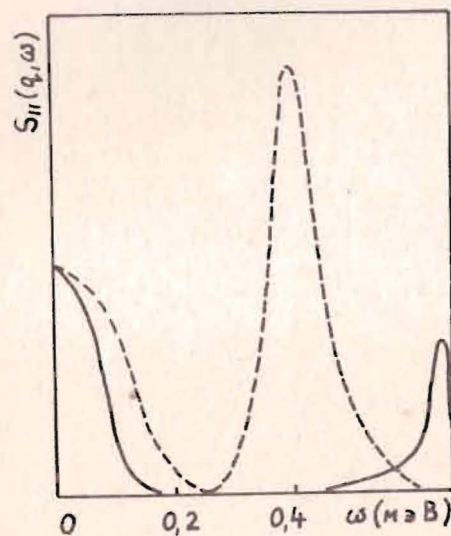


Рис.3. Зависимость $S_{||}(q, \omega)$ от ω при $T=6$ К, $H=10$ кГс, $q=0,05\pi/a_0$ с учетом кинков и бризеров / $K=1$ /. Сплошная линия - теория, пунктир - эксперимент^{5/}. При $K=M$ значение $S_{||}$ в области III несколько уменьшается, а кривая описывающая спутник, увеличивается по сравнению с рисунком примерно в 14,8 раз.

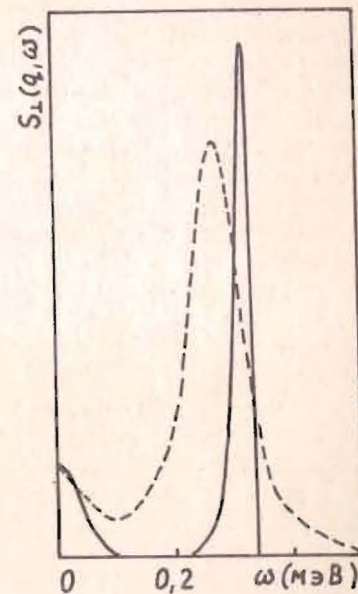


Рис.4. Зависимость $S_{\perp}(q, \omega)$ от ω при $T=12$ К, $H=10$ кГс, $q=0,03\pi/a_0$. Сплошная линия - теория, пунктир - эксперимент^{5/}. III определяется только кинками. Спутник при $K=M$ увеличится в M раз по сравнению с рисунком.

Один из нас /В.К.Ф./ признателен Д.Буше, Й.Кьемсу и М.Штайнеру за обсуждение возможности выделения вклада бризеров в ДСФ в нейтронных экспериментах, частично стимулирующее данную работу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bishop A.R., Krumhansl J.A., Trullinger S.E. Physica, 1980, 10, p.1.
2. Physics in One Dimension. Springer-Verlag, 1981.
3. Makhankov V.G., Fedyanin V.K. Phys.Rep., 1984, 104, p.1-86.
4. Steiner M., Villain J., Windsor C.G. Adv.Phys., 1976, 25, p.87.
5. Steiner M. J.Magn.Magn.Mat., 1983, 31-34, p.1277; Steiner M., Kakurai K., Kjems J.K. Z.Phys., 1983, 53B, p.117.
6. Mikeska H.J. J.Phys., 1978, 11C, p.L29.
7. Ablowitz M.J. et al. Phys.Rev.Lett., 1973, 30, p.1462; 31, p.125; Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д. ТМФ, 1974, 21, с.160.
8. Kjems J.K., Steiner M. Phys.Rev.Lett., 1978, 41, p.1137.
9. Steiner M. J.Appl.Phys., 1979, 50, p.7395.
10. Федянин В.К. ОИЯИ, P17-82-268, Дубна, 1982.
11. Reiter G. Phys.Rev.Lett., 1981, 46, p.202 (see Errata Phys. Rev.Lett., 1981, 46, p.518).
12. Stoll E., Schneider T., Bishop A.R. Phys.Rev.Lett., 1979, 42, p.937.
13. Timonen J., Bullough R.K. Phys.Lett., 1981, 82A, p.183.
14. Bishop A.R. J.Phys., 1981, 14A, p.1417.
15. Маханьков В.Г. ОИЯИ, P2-82-248, Дубна, 1982.
16. Fedyanin V.K., Makhankov V.G. Physica Scripta, 1983, 28, p.221.
17. Fedyanin V.K., Lisy V. JINR, E17-84-223, Dubna, 1984.
18. Kjems J.A., Kakurai K., Steiner M. J.Magn.Magn.Mat., 1983, 31-34, p.1133.
19. Currie I.F. et al. Phys.Rev., 1980, 32B, p.477.
20. Bishop A.R. In: Physics in One Dimension. Springer-Verlag, 1981, p.27.
21. Theodorakopoulos N. Z.Phys., 1982, 46B, p.367.
22. Лисы В., Федянин В.К. ОИЯИ, 17-84-743, Дубна, 1984.
23. Корепин В.Е., Фаддеев Л.Д. ТМФ, 1975, 25, с.147.
24. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ГИФМЛ, М., 1963.
25. Kumar P. Phys.Rev., 1982, 25B, p.483; Magyar E., Thomas H., ibid, p.531.

Рукопись поступила в издательский отдел
31 мая 1985 года.

Внимание организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДИКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.