

Объединенный
институт
ядерных
исследований
Дубна

P17-85-293

Н.Н.Боголюбов(мл.), Фам Ле Киен, А.С.Шумовский

ЗАТУХАНИЕ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ
НЕЛИНЕЙНЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ РАБИ
В МОДЕЛИ ТРЕХУРОВНЕВОГО АТОМА

Направлено в "ДАН СССР"

1985

В наших предыдущих работах^{/1,2/} предложена точно решаемая модель трехуровневого атома, взаимодействующего с двумя модами электромагнитного поля. Как известно, число точно решаемых модельных задач весьма невелико, тогда как именно такие задачи, как правило, оказывают определяющее воздействие на развитие теории. Изучение даже упрощенных, но точно решаемых моделей позволяет построить адекватное описание целого ряда физических процессов и предсказать ряд принципиально новых явлений. Целью настоящей работы является исследование эволюции чисел фотонов и населенностей уровней атома на основе строгих результатов работ^{/1,2/}.

Рассмотрим трехуровневый атом с двумя разрешенными переходами $1 \leftrightarrow 3$ и $2 \leftrightarrow 3$ /см.рис.1/. Пусть атом находится в покое в замкнутой полости и взаимодействует с двумя резонансными модами поля излучения. Модельный гамильтониан такой системы в дипольном приближении и приближении вращающейся волны имеет вид^{/1,6/}

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^3 \hbar \Omega_j \hat{R}_{jj} + \sum_{\alpha=1}^2 \hbar \omega_{\alpha} \hat{a}_{\alpha}^{\dagger} \hat{a}_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^2 \hbar g_{\alpha} (\hat{a}_{\alpha} \hat{R}_{3\alpha} + \hat{a}_{\alpha}^{\dagger} \hat{R}_{\alpha 3}). \quad /1/$$

Здесь операторы $\hat{R}_{ij} = |i\rangle \langle j|$ описывают населенности уровней атома /при $i = j$ / и дипольные переходы /при $i \neq j$ /. Они удовлетворяют следующим соотношениям^{/1/}

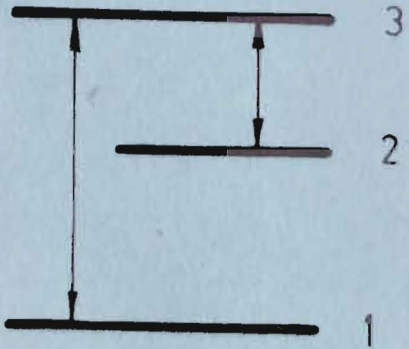
$$\hat{R}_{ij} \hat{R}_{kl} = \hat{R}_{il} \delta_{kj}. \quad /2/$$

Оператор $\hat{a}_{\alpha} (\hat{a}_{\alpha}^{\dagger})$ описывает уничтожение /рождение/ фотона в моде α с резонансной частотой ω_{α} .

$$\omega_{\alpha} = \Omega_3 - \Omega_{\alpha}, \quad /3/$$

где $\hbar \Omega_j$ - энергия уровня j .

Рис.1. Структура энергетических уровней и переходов рассматриваемого трехуровневого атома.



Константы взаимодействия g_{α} имеют вид^{/6/}

$$g_{\alpha} = \sqrt{\frac{2\pi\omega_{\alpha}}{\hbar V}} \vec{\epsilon}_{\alpha} \vec{d}_{\alpha 3},$$

где $\vec{\epsilon}_{\alpha}$ - вектор поляризации моды α ; $\vec{d}_{\alpha 3}$ - компонент дипольного момента, связанный с переходом $\alpha \leftrightarrow 3$; V - объем полости.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ поле находится в произвольном состоянии, описываемом матрицей плотности $\hat{\rho}_F$, а атом - на нижнем уровне 1. Тогда матрица плотности $\hat{\rho}(0)$ полной системы "атом + поле" имеет вид

$$\hat{\rho}(0) = (|1\rangle_A \langle 1|) \otimes \rho_F. \quad /4/$$

На основе точного решения уравнений движения для операторов населенностей уровней $\hat{R}_{jj}(t)$ и операторов чисел фотонов $\hat{N}_{\alpha}(t) \equiv \hat{a}_{\alpha}^{\dagger}(t) \hat{a}_{\alpha}(t)$, полученного в^{/1/}, нетрудно получить для средних значений $\hat{O}(t) \equiv \text{Sp} \hat{O}(t) \hat{\rho}(0)$ ($\hat{O}(t) = \hat{R}_{jj}(t)$ или $\hat{N}_{\alpha}(t)$) следующие выражения

$$R_{11}(t) = N_1(t) - N_1(0) + 1 = \sum_{n_1, n_2} P(n_1, n_2) R_1(t; n_1, n_2),$$

$$R_{22}(t) = N_2(t) - N_2(0) = \sum_{n_1, n_2} P(n_1, n_2) R_2(t; n_1, n_2), \quad /5/$$

$$R_{33}(t) = \sum_{n_1, n_2} P(n_1, n_2) R_3(t; n_1, n_2).$$

Здесь использованы обозначения

$$R_1(t; n_1, n_2) = 1 - \frac{4g_1^2 g_2^2 n_1 (n_2 + 1)}{[g_1^2 n_1 + g_2^2 (n_2 + 1)]^2} \sin^2 \left[\frac{t}{2} \sqrt{g_1^2 n_1 + g_2^2 (n_2 + 1)} \right]$$

$$- \frac{g_1^4 n_1^2}{[g_1^2 n_1 + g_2^2 (n_2 + 1)]^2} \sin^2 \left[t \sqrt{g_1^2 n_1 + g_2^2 (n_2 + 1)} \right],$$

$$R_2(t; n_1, n_2) = \frac{4g_1^2 g_2^2 n_1 (n_2 + 1)}{[g_1^2 n_1 + g_2^2 (n_2 + 1)]^2} \sin^4 \left[\frac{t}{2} \sqrt{g_1^2 n_1 + g_2^2 (n_2 + 1)} \right],$$

$$R_3(t; n_1, n_2) = \frac{g_1^2 n_1}{g_1^2 n_1 + g_2^2 (n_2 + 1)} \sin^2 \left[t \sqrt{g_1^2 n_1 + g_2^2 (n_2 + 1)} \right],$$

и введен весовой фактор

$$P(n_1, n_2) = \langle n_1, n_2 | \hat{\rho}_F | n_1, n_2 \rangle_F \quad /7/$$

Эти формулы описывают изменение во времени населенностей уровней атома и чисел фотонов при произвольном начальном состоянии $\hat{\rho}_F$ поля. В частном случае, когда в начальный момент времени $t = 0$ поле находится в когерентном состоянии Глаубера, они приводят к результатам работы /3/:

Рассмотрим более подробно случай, когда в начальный момент $t = 0$ атом находится на нижнем уровне 1, а в полости имеются фотоны только одной моды - моды накачки, находящейся в когерентном состоянии. Весовой фактор $P(n_1, n_2)$ в этом случае имеет вид

$$P(n_1, n_2) = \exp(-\bar{n}_1) (\bar{n}_1^{n_1} / n_1!) \delta_{n_2, 0} \quad /8/$$

С помощью метода перевала, развитого в /4/ для вычисления сумм типа

$$\sum_{n_1} \exp(-\bar{n}_1) (\bar{n}_1^{n_1} / n_1!) \cos(2t \sqrt{g_1^2 n_1 + g_2^2})$$

из /5/, /6/, /8/ можно получить следующие аппроксимирующие выражения

$$R_{11}(t) = N_1(t) + 1 - \bar{n}_1 \approx 1 - \frac{32g_1^2 g_2^2 \bar{n}_1}{W^4} F\left(\frac{t}{2}\right) - \frac{8g_1^4 \bar{n}_1^2}{W^4} F(t),$$

$$R_{22}(t) = N_2(t) \approx \frac{8g_1^2 g_2^2 \bar{n}_1}{W^4} \left\{ 4F\left(\frac{t}{2}\right) - F(t) \right\}, \quad /9/$$

$$R_{33}(t) = \frac{2g_1^2 \bar{n}_1}{W^2} F(t).$$

Здесь

$$W \approx 2\sqrt{g_1^2 \bar{n}_1 + g_2^2}, \quad F(t) \approx 1 - f(t) \exp[-\psi(t)] \cos \phi(t),$$

и

$$f(t) \approx \left(1 + \frac{16g_1^8 \bar{n}_1^2 t^2}{W^6}\right)^{-1/4}$$

$$\psi(t) \approx 2\bar{n}_1 \sin^2(g_1^2 t / W) \left(1 + \frac{16g_1^8 \bar{n}_1^2 t^2}{W^6}\right)^{-1}$$

$$\phi(t) \approx Wt + \bar{n}_1 \sin(2g_1^2 t / W) - 2g_1^2 \bar{n}_1 t / W - \frac{1}{2} \arctan \left[4g_1^4 \bar{n}_1 t / W^3 \right] \quad /10/$$

Отсюда видно, что изменение во времени величин $R_{jj}(t)$, $N_a(t)$ имеет характер чередования затуханий и восстановлений быстрых нелинейных осцилляций /осцилляций Раби /6, 1, 2/ / в консервативной системе. Такое поведение связано с начальной когерентностью поля /4/. Самым удивительным и интересным является поведение населенности уровня 2 и числа фотонов в сигнальной моде, возникающих из вакуума в результате когерентной накачки /см. рис.2/. Осцилляции, возобновленные в $2k$ -й раз, имеют амплитуду намного больше, чем предшествующие им возобновленные в $(2k-1)$ -й раз. Такая особенность, как видно из второй формулы в /9/, связана с членом $4F(t/2)$, который описывает нелинейные осцилляции, принадлежащие мягкой ветви двухфотонных частот Раби /2/. Из /10/ нетрудно получить следующие оценки для периода чередования затуханий и восстановлений T_R , а также для длительности затухания T_c

$$T_R = \frac{2\pi}{g_1} \bar{n}_1^{-1/2} \left(1 + \frac{g_2^2}{g_1^2 \bar{n}_1}\right)^{1/2}, \quad T_c = \frac{\sqrt{2}}{g_1} \left(1 + \frac{g_2^2}{g_1^2 \bar{n}_1}\right)^{1/2}$$

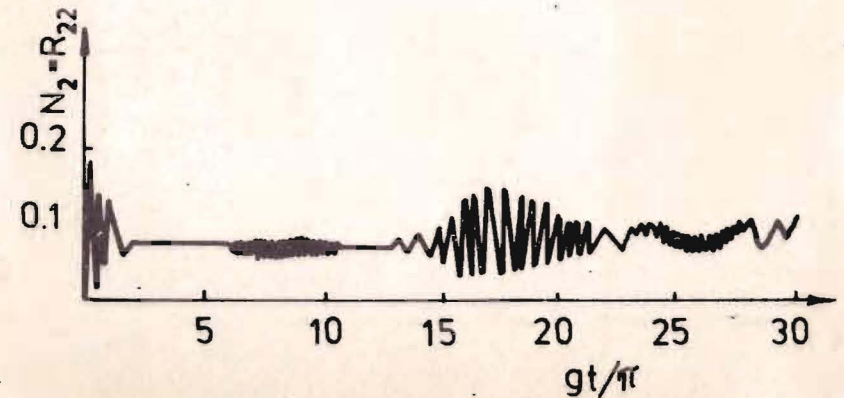


Рис.2. Зависимость от времени населенности $R_{22}(t)$ уровня 2 и числа фотонов $N_2(t)$ в сигнальной моде $\bar{n}_1 = 16$, $g_1 = g_2 = g$.

Таким образом, в этой работе исследовано временное поведение нелинейных осцилляций Раби в точно решаемой модели трехуровневого атома. Предсказано и описано явление чередования затуханий и восстановлений быстрых осцилляций при начальном когерентном состоянии фотонов в моде накачки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bogolubov N.N.(Jr.), Fam Le Kien, Shumovsky A.S. Phys.Lett., 1984, vol.101A, No.4, p.201-203.
2. Bogolubov N.N.(Jr.), Fam Le Kien, Shumovsky A.S. Phys.Lett., 1985, vol.107A, No.4, p.173-176.
3. Li X., Bei N. Phys.Lett., 1984, vol.101A, No.3, p.169-172.
4. Eberly J.H., Narozhny N.B., Sanchez-Mondragon J.J. Phys. Rev., 1981, vol.23A, No.1, p.236-247.
5. Von Foerster T. J.Phys., 1975, vol.8A, No.1, p.95-103.
6. Аллен Л., Эбели Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. "Мир", М., 1978, с.222.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 апреля 1985 года

Боголюбов Н.Н./мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. P17-85-293
Затухание и восстановление нелинейных
осцилляций Раби в модели трехуровневого атома

Исследовано динамическое поведение нелинейных осцилляций Раби в точно решаемой модели трехуровневого атома, взаимодействующего с двумя резонансными модами поля излучения. Предсказано и описано явление чередования затуханий и восстановлений этих быстрых осцилляций при начальном когерентном состоянии фотонов в моде накачки.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод авторов

Bogolubov N.N., Jr., Fam Le Kien, Shumovsky A.S. P17-85-293
Collapse and Revival of Nonlinear Rabi
Oscillation in a Model of a Three-Level Atom

The dynamic behaviour of nonlinear Rabi oscillations in a exactly soluble model of a three-level atom interacting with a two-mode resonant radiation field is examined. The revival-and-collapse phenomenon of these fast oscillations due to the coherence of an initial pumping is predicted and described.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985