сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р17-84-665

Н.Н.Боголюбов (мл.), Е.К.Башкиров,
Фам Ле Киен, А.С.Шумовский

СВЕРХИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТРЕХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЕ

1984

В последнее время значительно возрос интерес к теоретическому и экспериментальному исследованию сверхизлучения в многоуровневых системах излучателей[1-10]. Это связано с тем, что при изучении кинетики когерентного кооперативного излучения в многоуровневых системах удалось обнаружить ряд новых интересных особенностей по сравнению с двухуровневым случаем: излучение последовательных импульсов различных длин волн при каскадных процессах[7], конкуренция импульсов сверхизлучения в трехуровневых системах с общим верхним уровнем[9], замедление сверхизлучения в системах с общим нижним уровнем[5,6], конкуренция между различными поляризациями в системах с вырожденными уровнями[2,3], биения сверхизлучательного импульса в системе двухуровневых излучателей с двумя различными частотами переходов[3] и др. В рассмотренных работах исследование процессов коллективного спонтанного излучения носило либо качественный характер, либо осуществлялось на основе обобщенных уравнений типа марковского Master Equation в приближении среднего поля. Однако в последнее время в теории сверхизлучения развит метод исключения бозонных переменных[11-13], позволяющий получать точную иерархию кинетических уравнений в подсистеме излучателей. В настоящей работе рассмотрен вывод точной иерархии кинетических уравнений для системы трехуровневых излучателей с общим верхним уровнем, взаимодействующей с электромагнитным полем. Для простоты рассмотрим случай, когда переход между нижними уровнями в трехуровневом излучателе запрещен. На основе точной иерархии в марковском пределе получена замкнутая система уравнений для населенностей уровней излучателя. Численно исследовано временное поведение населенностей и интенсивностей сверхизлучательных импульсов, соответствующих двум разрешенным переходам.

Рассмотрим систему трехуровневых излучателей с общим верхним уровнем и запрещенным переходом между нижними уровнями, взаимодействующую с электромагнитным полем /см. рис.1/. Гамильтониан такой системы можно записать в виде

$$H = \sum_{f=1}^{N} \sum_{\alpha=1}^{3} \epsilon_\alpha R^{(f)}_{\alpha\alpha} + \sum_k \hbar\omega_k a_k^+ a_k +$$

$$+ \hbar N^{-1/2} \sum_{f,k} \lambda_k \{ \exp(i\vec{k}\vec{x}_f)(g_{13} R^{(f)}_{31} + g_{23} R^{(f)}_{32}) a_k + \qquad /1/$$

$$+ \exp(-i\vec{k}\vec{x}_f)(g_{31} R^{(f)}_{13} + g_{32} R^{(f)}_{23}) a_k^+ \}.$$

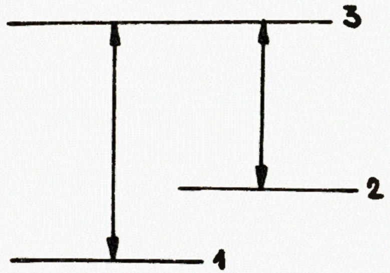

Рис.1. Схема энергетических уровней и разрешенных переходов для трехуровневого излучателя.

Здесь индекс f нумерует излучатели; индекс α нумерует уровни энергии в трехуровневом излучателе; ϵ_α - энергия уровня α; $R^{(f)}_{\alpha\alpha}$ - оператор населенности уровня α; $R^{(f)}_{\alpha\beta}$ - оператор, описывающий переход с уровня β на уровень α и удовлетворяющий следующим коммутационным соотношениям $[R^{(f)}_{\alpha\beta}; R^{(f')}_{\alpha'\beta'}] = R^{(f)}_{\alpha\beta'}\delta_{\beta\alpha'}\delta_{ff'} - R^{(f)}_{\alpha'\beta}\delta_{\alpha\beta'}\delta_{ff'}$; $a^+_k(a_k)$ - оператор рождения /уничтожения/ фотона с частотой ω_k, импульсом k и поляризацией $\vec{e}_\lambda$; $\vec{x}_f$ - радиус-вектор f -излучателя; $\lambda = \sqrt{\frac{2\pi\rho}{\hbar\omega_k}}$, где ρ - плотность излучателей в системе, и $g_{3\alpha} = \omega_{3\alpha} d_{3\alpha} \vec{u}_\alpha \vec{e}_\lambda$, где $\vec{d}_{3\alpha} = d_{3\alpha}\vec{u}_\alpha$ - матричный элемент оператора дипольного момента для перехода $3-\alpha$, $\omega_{3\alpha}$ - частота перехода $3-\alpha$ и $\vec{u}_\alpha$ - единичный вектор в направлении $\vec{d}_{3\alpha}$.

Перейдем к рассмотрению обобщенного кинетического уравнения для системы с гамильтонианом /1/. Обозначим через $\mathfrak{D}_t$ статистический оператор полной системы с гамильтонианом /1/, удовлетворяющий уравнению Лиувилля $i\hbar\frac{\partial\mathfrak{D}_t}{\partial t} = [H, \mathfrak{D}_t]$ с начальными условиями, соответствующими включению взаимодействия между полем / F-система/ и излучателями / M -система/ в момент времени t_0: $\mathfrak{D}_{t_0} = \rho(M)\mathfrak{D}(F)$, $\mathfrak{D}(F) = |0\rangle\langle 0|$, $\underset{(M)}{\mathrm{sp}}\,\rho(M) = 1$. Пусть $\mathcal{O}(M)$ - произвольный оператор, действующий на функции переменных, относящихся к M - системе. Используя метод исключения бозонных переменных[14,13], можно получить обобщенное кинетическое уравнение для оператора $\mathcal{O}(M)$ в представлении Гейзенберга

$$
\underset{(M)}{\mathrm{sp}}\,\{\mathcal{O}(M)\frac{\partial\rho_t(M)}{\partial t} + (i\hbar)^{-1}[H(M);\mathcal{O}(M)]\rho_t(M)\} =
$$

$$
= N^{-1}\sum_k \lambda_k^2\int_{t_0}^{t} d\tau \underset{(M,F)}{\mathrm{sp}} \exp\{-i\omega_k(t-\tau)\}\{\sum_{ff'}[\exp(i\vec{k}\vec{x}_f)(g_{13}R^{(f)}_{31}(t) +
$$

$$
+ g_{23}R^{(f)}_{32}(t);\mathcal{O}(M_t)]\exp(-i\vec{k}\vec{x}_f)(g_{31}R^{(f')}_{13}(\tau) + g_{32}R^{(f')}_{23}(\tau))\}\mathfrak{D}_{t_0} + \qquad /2/
$$

$$
+ N^{-1}\sum_k \lambda_k^2\int_{t_0}^{t} d\tau \underset{(M,F)}{\mathrm{sp}} \exp\{i\omega_k(t-\tau)\}\{\sum_{ff'}\exp(i\vec{k}\vec{x}_f)(g_{13}R^{(f)}_{31}(\tau) +
$$

$$
g_{23}R^{(f)}_{32}(\tau))[\mathcal{O}(M_t);\exp(-i\vec{k}\vec{x}_{f'})(g_{31}R^{(f')}_{13}(t) + g_{32}R^{(f')}_{23}(t)]\}\mathfrak{D}_{t_0},
$$

где $H(M) = \sum_{f,\alpha}\epsilon_\alpha R^{(f)}_{\alpha\alpha}$.

Считая взаимодействие между атомной подсистемой и излучением слабым, в правой части уравнения /2/ можно положить

$$
R^{(f)}_{13}(\tau) = R^{(f)}_{13}(t)\exp\{\ i\omega_{31}(t-\tau)\},\quad R^{(f)}_{31}(\tau) = R^{(f)}_{31}(t)\exp\{-i\omega_{31}(t-\tau)\},
$$

$$
R^{(f)}_{23}(\tau) = R^{(f)}_{23}(t)\exp\{i\omega_{32}(t-\tau)\},\quad R^{(f)}_{32}(\tau) = R^{(f)}_{32}(t)\exp\{-i\omega_{32}(t-\tau)\}.
$$

Следуя работе[14], перейдем к пределу $t_0 \to -\infty$. Тогда из точного кинетического уравнения /2/ получим марковское уравнение вида

$$
\frac{d}{dt}\langle\mathcal{O}(M_t)\rangle = (i\hbar)^{-1}\langle[\mathcal{O}(M_t);H(M_t)]\rangle +
$$

$$
+ \frac{\Gamma_1}{2}\sum_{ff'}C^{(1)}_{ff'}\langle[R^{(f)}_{31}(t);\mathcal{O}(M_t)]R^{(f')}_{13}(t)\rangle +
$$

$$
+ \frac{\Gamma_2}{2}\sum_{ff'}C^{(2)}_{ff'}\langle[R^{(f)}_{32}(t);\mathcal{O}(M_t)]R^{(f')}_{23}(t)\rangle + \qquad /3/
$$

$$
+ \frac{\Gamma_1}{2}\sum_{ff'}C^{(1)}_{ff'}\langle R^{(f)}_{31}(t)[\mathcal{O}(M_t);R^{(f')}_{13}(t)]\rangle +
$$

$$
+ \frac{\Gamma_2}{2}\sum_{ff'}C^{(2)}_{ff'}\langle R^{(f)}_{32}(t)[\mathcal{O}(M_t);R^{(f')}_{23}(t)]\rangle,
$$

где $C^{(\alpha)}_{ff'} = \sum_{k_\alpha}\exp\{i\vec{k}_\alpha(\vec{x}_f - \vec{x}_{f'})\} = \frac{\sin(k_\alpha|\vec{x}_f - \vec{x}_{f'}|)}{k_\alpha|\vec{x}_f - \vec{x}_{f'}|}$, $\Gamma_\alpha = \frac{4}{3}\frac{\omega^3_{3\alpha}d^2_{3\alpha}}{\hbar c^3}$, и $k_\alpha = \omega_{3\alpha}/c$.

Полагая в /3/ $\mathcal{O}(M) = R_{11}$, R_{22} ($R_{\alpha\alpha} = \sum_f R^{(f)}_{\alpha\alpha}$), имеем

$$
\langle\dot{R}_{11}\rangle = \Gamma_1\langle R_{33}\rangle + \Gamma_1\sum_{f\neq f'}C^{(1)}_{ff'}S^{(1)}_{ff'},
$$

$$
\qquad /4/
$$

$$
\langle\dot{R}_{22}\rangle = \Gamma_2\langle R_{33}\rangle + \Gamma_2\sum_{f\neq f'}C^{(2)}_{ff'}S^{(2)}_{ff'},
$$

где $S^{(\alpha)}_{ff'} = \langle R^{(f)}_{3\alpha}R^{(f')}_{\alpha 3}\rangle$.

В правые части уравнений /4/ для населенностей нижних уровней входят корреляторы более высокого порядка $S^{(\alpha)}_{ff'}$. Для них с помощью уравнения /3/ можно получить уравнения движения вида

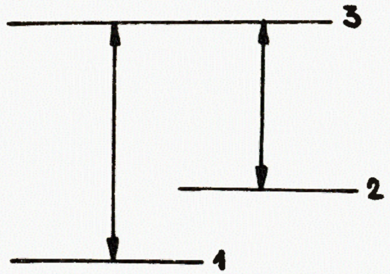

Рис.1. Схема энергетических уровней и разрешенных переходов для трехуровневого излучателя.

Здесь индекс f нумерует излучатели; индекс a нумерует уровни энергии в трехуровневом излучателе; ϵ_a - энергия уровня a; $R^{(f)}_{aa}$ - оператор населенности уровня a; $R^{(f)}_{a\beta}$ - оператор, описывающий переход с уровня β на уровень a и удовлетворяющий следующим коммутационным соотношениям $[R^{(f)}_{a\beta}; R^{(f')}_{a'\beta'}] = R^{(f)}_{a\beta'}\delta_{\beta a'}\delta_{ff'} - R^{(f)}_{a'\beta}\delta_{a\beta'}\delta_{ff'}$; $a^+_k(a_k)$ - оператор рождения /уничтожения/ фотона с частотой ω_k, импульсом k и поляризацией $\vec{e}_\lambda$; $\vec{x}_f$ - радиус-вектор f-излучателя; $\lambda = \sqrt{\frac{2\pi\rho}{\hbar\omega_k}}$, где ρ - плотность излучателей в системе, и $g_{3a} = \omega_{3a} d_{3a} \vec{u}_a \vec{e}_\lambda$, где $\vec{d}_{3a} = d_{3a}\vec{u}_a$ - матричный элемент оператора дипольного момента для перехода $3-a$, ω_{3a} - частота перехода $3-a$ и $\vec{u}_a$ - единичный вектор в направлении $\vec{d}_{3a}$.

Перейдем к рассмотрению обобщенного кинетического уравнения для системы с гамильтонианом /1/. Обозначим через $\mathfrak{D}_t$ статистический оператор полной системы с гамильтонианом /1/, удовлетворяющий уравнению Лиувилля $i\hbar\frac{\partial \mathfrak{D}_t}{\partial t} = [H, \mathfrak{D}_t]$ с начальными условиями, соответствующими включению взаимодействия между полем / F-система/ и излучателями / M-система/ в момент времени t_0: $\mathfrak{D}_{t_0} = \rho(M)\mathfrak{D}(F)$, $\mathfrak{D}(F) = |0\rangle\langle 0|$, $\mathrm{sp}_{(M)}\rho(M) = 1$. Пусть $\mathcal{O}(M)$ - произвольный оператор, действующий на функции переменных, относящихся к M-системе. Используя метод исключения бозонных переменных /14,13/, можно получить обобщенное кинетическое уравнение для оператора $\mathcal{O}(M)$ в представлении Гейзенберга

$$\begin{aligned}
&\mathrm{sp}_{(M)}\{\mathcal{O}(M)\frac{\partial\rho_t(M)}{\partial t} + (i\hbar)^{-1}[H(M); \mathcal{O}(M)]\rho_t(M)\} = \\
&= N^{-1}\sum_k \lambda_k^2\int_{t_0}^t d\tau \,\mathrm{sp}_{(M,F)}\exp\{-i\omega_k(t-\tau)\}\{\sum_{ff'}[\exp(i\vec{k}\vec{x}_f)(g_{13}R^{(f)}_{31}(t) + \\
&+ g_{23}R^{(f)}_{32}(t); \mathcal{O}(M_t)]\exp(-i\vec{k}\vec{x}_f)(g_{31}R^{(f')}_{13}(\tau) + g_{32}R^{(f')}_{23}(\tau))\}\mathfrak{D}_{t_0} + \qquad /2/ \\
&+ N^{-1}\sum_k \lambda_k^2\int_{t_0}^t d\tau\,\mathrm{sp}_{(M,F)}\exp\{i\omega_k(t-\tau)\}\{\sum_{ff'}\exp(i\vec{k}\vec{x}_f)(g_{13}R^{(f)}_{31}(\tau) + \\
&g_{23}R^{(f)}_{32}(\tau))[\mathcal{O}(M_t); \exp(-i\vec{k}\vec{x}_{f'})(g_{31}R^{(f')}_{13}(t) + g_{32}R^{(f')}_{23}(t))]\}\mathfrak{D}_{t_0},
\end{aligned}$$

где $H(M) = \sum_{f,a}\epsilon_a R^{(f)}_{aa}$.

Считая взаимодействие между атомной подсистемой и излучением слабым, в правой части уравнения /2/ можно положить

$$R^{(f)}_{13}(\tau) = R^{(f)}_{13}(t)\exp\{i\omega_{31}(t-\tau)\},\quad R^{(f)}_{31}(\tau) = R^{(f)}_{31}(t)\exp\{-i\omega_{31}(t-\tau)\},$$

$$R^{(f)}_{23}(\tau) = R^{(f)}_{23}(t)\exp\{i\omega_{32}(t-\tau)\},\quad R^{(f)}_{32}(\tau) = R^{(f)}_{32}(t)\exp\{-i\omega_{32}(t-\tau)\}.$$

Следуя работе /14/, перейдем к пределу $t_0 \to -\infty$. Тогда из точного кинетического уравнения /2/ получим марковское уравнение вида

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\langle\mathcal{O}(M_t)\rangle = (i\hbar)^{-1}\langle[\mathcal{O}(M_t); H(M_t)]\rangle + \\
&+\frac{\Gamma_1}{2}\sum_{ff'}C^{(1)}_{ff'}\langle[R^{(f)}_{31}(t); \mathcal{O}(M_t)]R^{(f')}_{13}(t)\rangle + \\
&+\frac{\Gamma_2}{2}\sum_{ff'}C^{(2)}_{ff'}\langle[R^{(f)}_{32}(t); \mathcal{O}(M_t)]R^{(f')}_{23}(t)\rangle + \qquad /3/ \\
&+\frac{\Gamma_1}{2}\sum_{ff'}C^{(1)}_{ff'}\langle R^{(f)}_{31}(t)[\mathcal{O}(M_t); R^{(f')}_{13}(t)]\rangle + \\
&+\frac{\Gamma_2}{2}\sum_{ff'}C^{(2)}_{ff'}\langle R^{(f)}_{32}(t)[\mathcal{O}(M_t); R^{(f')}_{23}(t)]\rangle,
\end{aligned}$$

где $C^{(a)}_{ff'} = \sum_{k_a}\exp\{i\vec{k}_a(\vec{x}_f - \vec{x}_{f'})\} = \frac{\sin(k_a|\vec{x}_f - \vec{x}_{f'}|)}{k_a|\vec{x}_f - \vec{x}_{f'}|}$, $\Gamma_a = \frac{4}{3}\frac{\omega^3_{3a}d^2_{3a}}{\hbar c^3}$, и $k_a = \omega_{3a}/c$.

Полагая в /3/ $\mathcal{O}(M) = R_{11}$, R_{22} ($R_{aa} = \sum_f R^{(f)}_{aa}$), имеем

$$\begin{aligned}
&\langle\dot{R}_{11}\rangle = \Gamma_1\langle R_{33}\rangle + \Gamma_1\sum_{f\neq f'}C^{(1)}_{ff'}S^{(1)}_{ff'}, \\
& \qquad\qquad /4/ \\
&\langle\dot{R}_{22}\rangle = \Gamma_2\langle R_{33}\rangle + \Gamma_2\sum_{f\neq f'}C^{(2)}_{ff'}S^{(2)}_{ff'},
\end{aligned}$$

где $S^{(a)}_{ff'} = \langle R^{(f)}_{3a}R^{(f')}_{a3}\rangle$.

В правые части уравнений /4/ для населенностей нижних уровней входят корреляторы более высокого порядка $S^{(a)}_{ff'}$. Для них с помощью уравнения /3/ можно получить уравнения движения вида

$$\dot{S}^{(1)}_{ff'} = N^{-1}\Gamma_1 \langle (R_{33} - R_{11})\rangle \{N^{-1}C^{(1)}_{ff'}\langle R_{33}\rangle + \sum_{f''\neq f,f'} C^{(1)}_{ff''}S^{(1)}_{f'f''}\},$$

$$\dot{S}^{(2)}_{ff'} = N^{-1}\Gamma_2 \langle (R_{33} - R_{22})\rangle \{N^{-1}C^{(2)}_{ff'}\langle R_{33}\rangle + \sum_{f''\neq f,f'} C^{(2)}_{ff''}S^{(2)}_{f'f''}\}. \qquad /5/$$

При выводе уравнений /5/ мы использовали для тройных корреляторов в правой части расцепления вида

$$\langle (R_{33} - R_{aa}) R^{(f)}_{3a} R^{(f')}_{a3}\rangle = \langle (R_{33} - R_{aa})\rangle \langle R^{(f)}_{3a}R^{(f')}_{a3}\rangle.$$

Для исследования сверхизлучения в протяженных системах в работах[15-17] были введены собственные функции и собственные значения матриц взаимодействия $C^{(a)}_{ff'}$

$$\sum_{f'} C^{(a)}_{ff'}\,\psi_{\lambda_a}(\vec{x}_{f'}) = \lambda_a \psi_{\lambda_a}(\vec{x}_f) \qquad (a = 1, 2). \qquad /6/$$

Предполагается, что собственные функции удовлетворяют условию полноты и ортонормированности

$$\sum_f \psi_{\lambda_a}(\vec{x}_f)\,\psi_{\lambda'_a}(\vec{x}_f) = \delta_{\lambda_a\lambda'_a}, \quad \sum_{\lambda_a} \psi_{\lambda_a}(\vec{x}_f)\,\psi_{\lambda_a}(\vec{x}_{f'}) = \delta_{ff'}. \qquad /7/$$

Из /6/ и /7/ следует, что

$$C^{(a)}_{ff'} = \sum_{\lambda_a} \lambda_a \psi_{\lambda_a}(\vec{x}_f)\,\psi_{\lambda_a}(\vec{x}_{f'}). \qquad /8/$$

Введем коллективный коррелятор[17]

$$S(\lambda_a) = \sum_{f\neq f'} S^{(a)}_{ff'}\,\psi_{\lambda_a}(\vec{x}_f)\,\psi_{\lambda_a}(\vec{x}_{f'}). \qquad /9/$$

С использованием /8/, /9/ уравнения /4/, /5/ преобразуются к виду

$$\langle \dot{R}_{11}\rangle = \Gamma_1 \langle R_{33}\rangle + \Gamma_1 \sum_{\lambda_1} \lambda_1 S(\lambda_1), \quad \langle \dot{R}_{22}\rangle = \Gamma_2 \langle R_{33}\rangle + \Gamma_2 \sum_{\lambda_2} \lambda_2 S(\lambda_2). \qquad /10/$$

$$\dot{S}(\lambda_1) = N^{-1}\lambda_1\Gamma_1 \langle (R_{33} - R_{11})\rangle \{N^{-1}\langle R_{33}\rangle + S(\lambda_1)\},$$

$$\dot{S}(\lambda_2) = N^{-1}\lambda_2\Gamma_2 \langle (R_{33} - R_{22})\rangle \{N^{-1}\langle R_{33}\rangle + S(\lambda_2)\}. \qquad /11/$$

Собственные функции и собственные значения матриц взаимодействия $C^{(a)}_{ff'}$ были определены явно в[15] для иглообразного образца в предельных случаях больших и малых чисел Френеля $\mathcal{F}$. Для $\mathcal{F} \gg 1$ и $\mathcal{F} \ll 1$ все наибольшие собственные значения λ^0_a вырождены с кратностью κ^0_a и равны $\lambda^0_a = \frac{N\pi}{k_a L}$, $\kappa^0_a = 1/\mathcal{F}_a \gg 1$ $(\mathcal{F}_a \ll 1)$; $\lambda^0_a = \frac{N\pi}{k_a^2 A}$, $\kappa^0_a = 2\mathcal{F}_a \gg 1$ $(\mathcal{F}_a \gg 1)$, где $\mathcal{F}_a = Ak_a/2\pi L$; A - площадь поперечного образца и L - его длина. Все остальные $\lambda_a \ll \lambda^0_a$. Легко заметить,

что κ^0_a представляет собой число приосевых мод для иглообразного образца, принимающих участие в процессе коллективного распада.

Найдем решение системы уравнений /10/, /11/ для иглообразного образца с $\mathcal{F}_a \gg 1$, $\mathcal{F}_a \ll 1$. Из /11/ следует, что все $S(\lambda_a)$ с одним и тем же λ_a /число таких величин равно кратности этого собственного значения/ одинаковы для всех t. Тогда в /10/ мы можем положить[17] $\sum_{\lambda_a} \lambda_a S(\lambda_a) \simeq \lambda^0_a \kappa^0_a S(\lambda^0_a)$. В результате систему уравнений /10/, /11/ можно переписать в следующем виде

$$\dot{X}_1 = \frac{1}{\tau_1}(N - X_1 - X_2) + \frac{1}{\tau_{R1}}\kappa^0_1 S_1, \quad \dot{X}_2 = \frac{1}{\tau_2}(N - X_1 - X_2) + \frac{1}{\tau_{R2}}\kappa^0_2 S_2,$$

$$\dot{S}_1 = \frac{N^{-1}}{\tau_{R1}}(N - 2X_1 - X_2)\{N^{-1}(N - X_1 - X_2) + S_1\}, \qquad /12/$$

$$\dot{S}_2 = \frac{N^{-1}}{\tau_{R2}}(N - 2X_2 - X_1)\{N^{-1}(N - X_1 - X_2) + S_2\},$$

где $X_a = \langle R_{aa}\rangle$, $S_a = S(\lambda_a)$, $\tau_a = \Gamma_a^{-1}$ и $\tau_{Ra} = \tau_a/\lambda_a$. В качестве начального состояния атомной подсистемы будем использовать состояние, в котором все излучатели находятся на верхнем уровне, а макроскопическая поляризация системы равна нулю, т.е. $X_1(0) = X_2(0) = 0$, $X_3(0) = N$, $S_1(0) = S_2(0) = 0$. Легко заметить, что для случая $g_{23} = 0$ систему уравнений /9/ можно привести к виду

$$\langle \dot{R}^z\rangle = -1/\tau_1\,(N/2 + \langle R^z\rangle) - 1/\tau_{R1} S_1,$$

$$\dot{S}_1 = 2N^{-1}/\tau_{R1}\langle R^z\rangle \{N^{-1}(\frac{N}{2} + \langle R^z\rangle) + S_1\}, \quad X_2 = \dot{X}_2 = 0, \qquad /13/$$

где $\langle R^z\rangle = (N - 2X_1)/2$ имеет смысл средней разности населенностей верхнего и нижнего уровней. Уравнения /13/ описывают процессы спонтанного коллективного излучения в двухуровневой системе и согласуются с полученными ранее в работе[17].

Получить аналитическое решение полной системы уравнений /12/ не представляется возможным. Численное решение системы уравнений /12/ для образца с параметрами $N = 10^{12}$, $L = 10$ см, $A = 1$ см^2, $\omega_{13} = 1{,}2\cdot 10^{15}$ сек$^{-1}$, $\omega_{23} = 1{,}1\cdot 10^{15}$ сек$^{-1}$ осуществлялось при начальных условиях вида $X_1(0) = X_2(0) = 0$, $X_3(0) = N$, $S_1(0) = S_2(0) = 0$. Наибольший теоретический и практический интерес представляет исследование временной зависимости интенсивностей двух сверхизлучательных импульсов $I_1 = \hbar\omega_{k_1}\frac{d}{dt}\sum_{\vec{k}_1}\langle a^+_{k_1}a_{k_1}\rangle$ и $I_2 = \hbar\omega_{k_2}\frac{d}{dt}\sum_{\vec{k}_2}\langle a^+_{k_2}a_{k_2}\rangle$, соответствующих двум разрешенным переходам. Нетрудно заметить, что $I_1 = \hbar\omega_{13}\dot{X}_1$ и $I_2 = \hbar\omega_{23}\dot{X}_2$. На рис.2 представлены графики зависимости I_1 и I_2 от приведенного времени

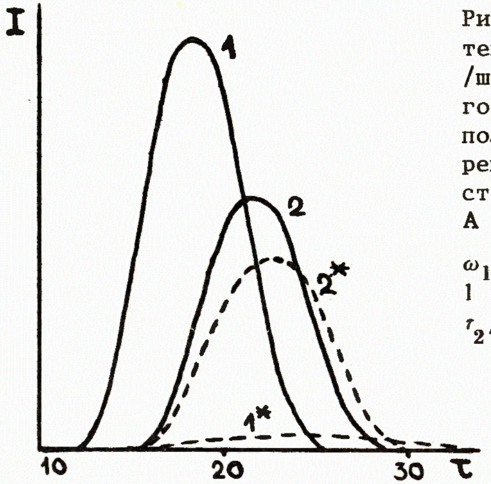

Рис.2. Зависимости интенсивностей I_1 /сплошные линии/ и I_2 /штриховые линии/ от безразмерного времени τ ($\tau = t/\tau_{R2}$). Кривые получены с помощью численного решения уравнений /12/ для системы с $N = 10^{12}$, $L = 10$ см, $A = 1$ см^2, $\omega_{23} = 1{,}1\cdot 10^{15}$ с$^{-1}$, $\omega_{13} = 1{,}2\cdot 10^{15}$ с$^{-1}$; для случаев 1 и 1* $\tau_2/\tau_1 = 1{,}3$, для 2 и 2* $\tau_2/\tau_1 = 1{,}05$.

τ ($\tau = t/\tau_{R2}$) для двух различных соотношений вероятностей спонтанного излучения рассматриваемых переходов; для случаев 1 и 1* $\tau_2/\tau_1 = 1{,}3$, для 2 и 2* - $\tau_2/\tau_1 = 1{,}05$. Численный анализ временного поведения интенсивностей сверхизлучательных импульсов указывает на наличие сильной конкуренции излучающих переходов. Для выбранной системы, например, уже при $\frac{\tau_2}{\tau_1} > 1{,}3$ коллективное излучение на переходе с большей вероятностью спонтанного распада полностью подавляет коллективное излучение на переходе с меньшей вероятностью.

Таким образом, полученная в настоящей работе система обобщенных кинетических уравнений /9/ позволяет последовательно изучить спонтанное коллективное излучение в трехуровневой системе с общим верхним уровнем и получить важные характеристики данного процесса. Исследование динамики более общей модели системы трехуровневых излучателей с тремя разрешенными переходами является предметом последующих работ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Crubellier A. Phys.Rev., 1977, A15, p. 2430.
2. Crubellier A., Liberman S., Pillet P. Phys.Rev.Lett., 1978, 41, p. 1237.
3. Gross M., Haroche S. Phys.Repts., 1982, 93, p. 301.
4. Crubellier A., et al. J.Phys., 1981, B14, L177.
5. Crubellier A., Liberman S., Pillet P. Opt.Commun., 1980, 33, p. 143.
6. Арутюнян Р.В., Ильинский Ю.А. В сб.: Тезисы докладов Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике. Изд-во Ереванского университета, Ереван, 1982, с. 576.

7. Андреев А.В., Арутюнян Р.В., Ильинский Ю.А. Оптика и спектроскопия, 1981, 50, с. 1050.
8. Gross M. Phys.Rev.Lett., 1977, 36, p. 1036.
9. Haake F., Reibold R. Phys.Lett., 1982, 92A, p. 29.
10. Florian R., Schwan L.O., Schmid D. Sol. St. Commun., 1982, 42, p. 55; Phys.Rev., 1984, A29, p. 2709.
11. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1982, 52, с. 423.
12. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ОИЯИ, Р17-83-648, Дубна, 1983.
13. Боголюбов Н.Н. /мл./, Плечко В.Н., Шумовский А.С. ЭЧАЯ, 1983, 14, с. 1443.
14. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н. /мл./. ЭЧАЯ, 1980, 11, с. 245.
15. Ressayre E., Tallet A. Phys.Rev., 1977, A15, p. 2410.
16. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. УФН, 1980, 131, с. 653.
17. Емельянов В.И., Семиногов В.Н. ЖЭТФ, 1979, 76, с. 34.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 октября 1984 года.

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник *"Краткие сообщения ОИЯИ"*. В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the JINR Communications and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

Physics of elementary particles and atomic nuclei.
Theoretical physics.
Experimental techniques and methods.
Accelerators.
Cryogenics.
Computing mathematics and methods.
Solid state physics. Liquids.
Theory of condenced matter.
Applied researches.

Being a part of the JINR Communications, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

JINR Rapid Communications will be issued regularly.

Боголюбов Н.Н. /мл./ и др. P17-84-665
Сверхизлучательные процессы в трехуровневой системе

Получена точная иерархия кинетических уравнений для системы трехуровневых излучателей с общим верхним уровнем, взаимодействующей с электромагнитным полем. На ее основе в марковском пределе исследован процесс спонтанного когерентного излучения. Найдено временное поведение интенсивностей сверхизлучательных импульсов с различными длинами волн.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Bogolubov N.N. (Jr) et al. P17-84-665
Superradiation Processes in a Three-Level System

For the system of three-level emitters with a common upper level interacting with the electromagnetic field an exact hierarchy of kinetic equations is obtained. On its basis the spontaneous coherent radiation process is examined in the Markov limit. The time behaviour of intensities of superradiation pulses with various wavelengths is found.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984