объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-84-389

В.Бужек*

МИГРАЦИЯ ФОТОННОГО ПАКЕТА В ДЕФОРМИРОВАННОЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКЕ

Направлено в ТМФ

* Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

1984

В [1] была рассмотрена миграция однофотонного пакета в идеальной кристаллической решетке. Представляется интересным изучить особенности распространения однофотонного пакета в деформированном кристалле.

Так как любую деформацию бесконечно протяженного кристалла можно представить как суперпозицию периодических деформаций, будем рассматривать миграцию однофотонного пакета в периодически деформированном бесконечно протяженном кристалле/акустическом резонаторе/.

Гамильтониан взаимодействия между электромагнитным излучением и кристаллом запишем в дипольном приближении [2]: $H_{вз} = -\sum_{f=-\infty}^{\infty} \vec{d}_f \vec{E}_f$,

где $\vec{d}_f$ - оператор дипольного электрического момента f-го центра, имеющего координаты $\{x^1_{f_1}, x^2_{f_2}, x^3_{f_3}\}$; $\vec{E}_f$- оператор напряженности электрического поля в том же центре. Будем пользоваться калибровкой, в которой:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}_f}{\partial t}$$

и

$$\vec{A}_f = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3k \sum_{\lambda=1}^{2} \frac{1}{\sqrt{2\omega}} \vec{\epsilon}(\vec{k},\lambda) *$$

$$* \{ a_\lambda^{(+)}(\vec{k})\, e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{x}_f} + a_\lambda^{(-)}(\vec{k})\, e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{x}_f} \}$$

/полагаем $\hbar = c = 1$/. Единичные векторы, описывающие поляризацию $\vec{\epsilon}(\vec{k},1), \vec{\epsilon}(\vec{k},2)$, и волновой вектор $\vec{k}$ взаимно ортогональны. Правила перестановок для операторов рождения и уничтожения фотонов имеют стандартный вид: $[a_\lambda^{(-)}(\vec{k}), a_{\lambda'}^{(+)}(\vec{k}')] = \delta_{\lambda\lambda'}\, \delta^3(\vec{k}-\vec{k}')$. Обозначим операторы рождения /уничтожения/ основного и возбужденного состояний f-го центра через $\bar{N}_f$, $\bar{V}_f$ (N_f, V_f) соответственно. Для них имеют место следующие коммутационные соотношения: $[N_f, \bar{N}_{f'}]_- = [V_f, \bar{V}_{f'}]_- = \delta_{ff'}$. Гамильтониан взаимодействия можно записать явно через операторы рождения и уничтожения:

$$H_{вз} = \sum_f (H_f^{(+)} + H_f^{(-)}); \quad H_f^{(+)} = \bar{N}_f V_f \theta_f^{(+)}; \quad H_f^{(-)} = N_f \bar{V}_f \theta_f^{(-)},$$

где $\theta_f^{(\pm)}$ выражается через операторы $a_\lambda^{(\pm)}(\vec{k})$:

$$\theta_f^{(\pm)} = \int d^3k \sum_{\lambda=1}^{2} Q^{(\pm)}(\vec{k},\lambda)\, a_\lambda^{(\pm)}(\vec{k})\, e^{\pm it(\omega-\omega_0) \mp i\vec{k}\vec{x}_f}.$$

Функции $Q^{(\pm)}(\vec{k},\lambda)$, выступающие в роли формфакторов, характеризуют излучатели /атомы/ и одинаковы для всех центров. Они выражаются через матричные элементы дипольного момента:

$$Q^{(+)}(\vec{k},\lambda) = \frac{i}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{\omega_0}{2}}\,(\vec{d}_{21}\,\vec{\epsilon}(\vec{k},\lambda)); \quad Q^{(-)}(\vec{k},\lambda) = (Q^{(+)}(\vec{k},\lambda))^+ ,$$

$$\vec{d}_{21} = e\int d^3x\, \phi_2^*(\vec{x})\, \vec{x}\phi_1(\vec{x}),$$

где $\phi_1(\vec{x})$ и $\phi_2(\vec{x})$ - С-численные волновые функции основного и возбужденного состояний атома соответственно, $\omega_0 = E_1 - E_2$ - частота перехода.

Описанная модель /один из вариантов модели Ли/[3]/ хотя и не учитывает ряда эффектов /например, взаимодействие между атомами, квантовые колебания решетки и другие процессы, обусловливающие поглощение/, все же дает возможность/[2]/ исследовать важные черты процесса распространения электромагнитного излучения в кристаллах.

Постановка задачи о распространении однофотонного пакета в периодически деформированном кристалле такова: в начальный момент времени $t = 0$ существует однофотонный волновой пакет и все атомы находятся в невозбужденных состояниях. Нужно исследовать эволюцию излучения в кристалле при $t > 0$.

Вектор начального состояния представим в следующем виде:

$$\psi(0) = \psi_{\text{нач.}} = \int d^3k \sum_{\lambda=1}^{2} a_\lambda^{(+)}(\vec{k})\,|\Phi\rangle f(\vec{k},\lambda),$$

где вектор физического вакуума есть $|\Phi\rangle = \prod_f \bar{N}_f\,|0\rangle$. Пакетную функцию $f(\vec{k},\lambda)$ пока не будем конкретизировать; отметим лишь, что для нее имеет место условие нормировки: $\sum_{\lambda=1} \int d^3k\, |f(\vec{k},\lambda)|^2 = 1$.

При $t > 0$, учитывая специфику модели, вектор состояния можно записать в виде: $\psi(t) = \psi^{(0,1)} + \psi^{(1,0)}$, где $\psi^{(n,k)}$ обозначает вектор состояния с n фотонами и k возбужденными центрами. Будем искать $\psi^{(1,0)}$ и $\psi^{(0,1)}$ в форме:

$$\psi^{(1,0)} = \int d^3k \sum_{\lambda=1}^{2} a_\lambda^{(+)}(\vec{k})\,|\Phi\rangle\, G(\vec{k},\lambda;t), \quad \psi^{(0,1)} = \sum_f \bar{V}_f N_f\,|\Phi\rangle\, B_f(t).$$

Вектор состояния подчиняется уравнению Шредингера, дополненному членом, учитывающим начальное условие

$$i\frac{\partial\psi(t)}{\partial t} = H_{\text{вз.}}\psi(t) + i\delta(t)\,\psi_{\text{нач.}} . \qquad /1/$$

Подразумевается, что в правой части /1/ берется свертка всех операторов поглощения в $H_{\text{вз}}$ и соответствующих операторов испускания из $\psi(t)$. Потребовав, чтобы при $t \to \infty$ волновой вектор $\psi(t)$ обращался в нуль, мы, благодаря добавлению в правую часть уравнения /1/ члена $i\delta(t)\,\psi_{\text{нач.}}$, учтем начальные условия/[4]/.

В энергетическом представлении:

$$G(\vec{k},\lambda;t) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon\, G(\vec{k},\lambda;\epsilon)\, e^{it(\omega-\epsilon)},$$

$$B_f(t) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon\, B_f(\epsilon)\, e^{it(\omega_0-\epsilon)}$$

уравнение /1/ превращается в систему С-численных уравнений для коэффициентных функций:

$$(\epsilon-\omega)\, G(\vec{k},\lambda;\epsilon) = \sum_f Q^{(+)}(\vec{k},\lambda)\, B_f(\epsilon)\, e^{-i\vec{k}\vec{x}_f} + f(\vec{k},\lambda),$$

$$(\epsilon-\omega_0)\, B_f(\epsilon) = \sum_{\lambda=1}^{2} \int d^3k\, Q^{(-)}(\vec{k},\lambda)\, G(\vec{k},\lambda;\epsilon)\, e^{i\vec{k}\vec{x}_f}.$$

Умножим второе из этих уравнений на e^{-ikx_f}; просуммировав по всем f и вводя обозначение $B(\vec{k};\epsilon) \equiv \sum_f B_f(\epsilon)\, e^{-i\vec{k}\vec{x}_f}$, получим уравнения, в которые входят лишь $G(\vec{k},\lambda;\epsilon)$ и $B(\vec{k},\epsilon)$:

$$(\epsilon-\omega)\, G(\vec{k},\lambda;\epsilon) = Q^{(+)}(\vec{k},\lambda)\, B(\vec{k};\epsilon) + f(\vec{k},\lambda)$$
$$\qquad /2/$$
$$(\epsilon-\omega_0)\, B(\vec{k},\epsilon) = \sum_{\lambda=1}^{2} \int d^3k'\, Q^{(-)}(\vec{k}',\lambda)\, G(\vec{k}',\lambda;\epsilon) \sum_f e^{i(\vec{k}'-\vec{k})\vec{x}_f}.$$

Если кристалл не деформирован, то координата $\vec{x}_f$ представляется в виде: $x_f = fa = \{f_1 a, f_2 a, f_3 a\}$ и для тригонометрической суммы в/2/ имеет место формула/[5]/:

$$\sum_{\vec{f}=-\infty}^{\infty} e^{i\vec{k}a\vec{f}} = \rho \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \delta^3(\vec{k} - \vec{g}_\ell),$$

где $\rho = (2\pi/a)^3$; $g_\ell = \{\frac{2\pi}{a}\ell_1, \frac{2\pi}{a}\ell_2, \frac{2\pi}{a}\ell_3\} = \frac{2\pi}{a}\vec{\ell}$; ℓ_i - целые числа.

При решении задачи об эволюции однофотонного пакета в периодически деформированной решетке можно ввести три величины Λ_i /$i = 1,2,3$/, описывающие длины волн деформации в каждом из направлений x_i: $\Lambda_i = N_i a$, где N_i - целые числа, и представить координаты центра $\vec{x}_f = \{x^1_{f_1}, x^2_{f_2}, x^3_{f_3}\}$ в виде:

$$x^i_{f_i} = L^i\,(N^i a) + \ell^i a - \Delta^i \sin\left(\frac{2\pi}{a}\ell^i\right); \qquad i = 1,2,3. \qquad /3/$$

Величины Δ^i описывают максимальное отклонение центров кристалла в направлении осей x^i от невозмущенных положений. Целые числа ℓ^i, L^i, меняющиеся в пределах $0 \le \ell^i \le N^i - 1$; $-\infty < L^i < \infty$, однозначным образом определяют число f^i : $f^i = L^i N^i + f^i$. Формулу /3/ можно записать в векторной форме:

$$\vec{x}_f = \vec{L}\,(Na) + \vec{\ell} a - \vec{\Delta} \sin\left(\frac{2\pi}{N}\ell\right).$$

Тригонометрическую сумму $\sum_f e^{+i\vec{k}\vec{x}_f}$ представим в виде:

$$\sum_f e^{i\vec{k}\vec{x}_f} = \rho' \sum_{\ell=0}^{N-1} e^{i\vec{k}(\vec{\ell} a - \vec{\Delta}\sin(\frac{2\pi}{N} a))} \sum_{L=-\infty}^{\infty} \delta^3(\vec{k} - \vec{g}_L),$$

где $\vec{g}_L = \{\frac{2\pi}{N_1 a} L_1, \frac{2\pi}{N_2 a} L_2, \frac{2\pi}{N_3 a} L_3\}$; $\rho' = \left(\frac{2\pi}{a}\right)^3 \frac{1}{N_1 N_2 N_3} = \frac{1}{N^3}\rho$.

С учетом обозначения

$$I(\vec{k},\vec{\Delta},N) = \frac{1}{N_1 N_2 N_3} \sum_{\ell=0}^{N-1} e^{i\vec{k}(\vec{\ell} a - \vec{\Delta}\sin(\frac{2\pi}{N}\ell))}$$

систему уравнений /2/ запишем в виде:

$$(\epsilon - \omega)\, G(\vec{k},\lambda;\epsilon) = Q^{(+)}(\vec{k},\lambda)\, B(\vec{k};\epsilon) + f(\vec{k},\lambda), \qquad /4а/$$

$$(\epsilon - \omega_0)\, B(\vec{k};\epsilon) = \rho \sum_L \sum_{\lambda=1}^{2} Q^{(-)}(\vec{k}+\vec{g}_L,\lambda)\, G(\vec{k}+\vec{g}_L,\lambda;\epsilon)\, I(\vec{g}_L,\vec{\Delta},N). \qquad /4б/$$

Подставляя определяемую уравнением /4б/ функцию $B(\vec{k};\epsilon)$ в уравнение /4а/ и выбирая правила обхода особых точек таким образом, чтобы обеспечить выполнение начальных условий /это сводится к тому, что во всех энергетических знаменателях ϵ заменяется на $\epsilon + i0$ /, приходим к следующему уравнению для $G(\vec{k},\lambda;\epsilon)$:

$$G(\vec{k},\lambda;\epsilon) = \frac{f(\vec{k},\lambda)}{\epsilon-\omega} + \frac{\rho\, Q^{(+)}(\vec{k},\lambda)}{(\epsilon-\omega)(\epsilon-\omega_0)} \sum_L \sum_{\lambda=1}^{2} Q^{(-)}(\vec{k}_L,\lambda)\, G(\vec{k}_L,\lambda;\epsilon)\, * \qquad /5/$$

$$* I(\vec{g}_L,\vec{\Delta},N),$$

где $\vec{k}_L = \vec{k} + \vec{g}_L$; $\omega_L = |\vec{k}_L|$.

Уравнение /5/ можно решать методом последовательных итераций. Для $G(\vec{k},\lambda;\epsilon)$ получаем следующее решение:

$$G(\vec{k},\lambda;\epsilon) = \frac{f(\vec{k},\lambda)}{(\epsilon-\omega)} + \rho\, Q^{(+)}(\vec{k},\lambda) \times$$

$$\times \frac{\sum\limits_{\lambda'=1}^{2} \sum\limits_L \frac{Q^{(-)}(\vec{k}_L,\lambda')}{\epsilon-\omega_L} f(\vec{k}_L,\lambda')\, I(\vec{g}_L,\vec{\Delta},N)}{(\epsilon-\omega)\left(\epsilon-\omega_0 - \rho \sum\limits_{\lambda'=1}^{2} \sum\limits_L \frac{|Q(\vec{k}_L,\lambda')|^2\, I(\vec{g}_L,\vec{\Delta},N)}{(\epsilon-\omega_L)}\right)}. \qquad /6/$$

Полученное выражение для $G(\vec{k},\lambda;\epsilon)$ является точным решением поставленной нами задачи; оно, в частности, не предлагает ограничений на отношение длины волны излучения к постоянной решетки a.

Первый член в правой части /6/ описывает распространение фотонного пакета в вакууме. Все волны, составляющие этот пакет, имеют скорость c. Остальные члены относятся ко вторичному излучению, возникающему в кристалле под действием первичного пакета. Из /6/ видно, что часть членов, описывающих вторичное излучение, полностью компенсирует выражение $f(\vec{k},\lambda)\cdot(\epsilon-\omega)^{-1}$, отвечающее первичной волне. Это означает, что выражение для $G(\vec{k},\lambda;\epsilon)$ описывает эффект "погашения". Таким образом, мы пришли к описанию на квантовом уровне того же эффекта, который является содержанием теоремы Эвальда-Озеена в рамках классического подхода [6,7].

При снятии деформации, т.е. при $\lim \vec{\Delta} \to 0$, выражение для функции эволюции однофотонного пакета, распространяющегося в деформированном кристалле, переходит в функцию эволюции однофотонного пакета, движущегося в идеальном кристалле. Действительно, представим $G(\vec{k},\lambda;\epsilon)$ в виде:

$$G(\vec{k},\lambda;\epsilon) = \frac{f(\vec{k},\lambda)}{\epsilon-\omega} + \frac{\rho\, Q^{(+)}(\vec{k},\lambda)}{(\epsilon-\omega)} *$$

$$* \frac{\sum\limits_{\lambda'=1}^{2} \sum\limits_L \int d^3q\, Q^{(-)}(\vec{q},\lambda') \frac{f(\vec{q},\lambda')}{(\epsilon-|\vec{q}|)} I(\vec{q}-\vec{k},\vec{\Delta},N)\, \delta^3(\vec{q}-\vec{k}-\frac{2\pi}{Na}\vec{L})}{(\epsilon-\omega_0 - \rho \sum\limits_{\lambda'=1}^{2} \sum\limits_L \int d^3q \frac{|Q(\vec{q},\lambda')|^2}{(\epsilon-|\vec{q}|)} I(\vec{q}-\vec{k},\vec{\Delta},N)\, \delta^3(\vec{q}-\vec{k}-\frac{2\pi}{Na}\vec{L}))}.$$

Если учесть, что

$$\lim_{\vec{\Delta}\to 0} I(\vec{q}-\vec{k},\vec{\Delta},N) = \frac{1}{N^3} \sum_{\ell=0}^{N-1} e^{i(\vec{q}-\vec{k})\vec{\ell} a}$$

и воспользоваться соотношением

$$\sum_{f=-\infty}^{\infty} e^{i(\vec{q}-\vec{k})a\vec{f}} = \frac{\rho}{N^3} \sum_{\ell=0}^{N-1} e^{i(\vec{q}-\vec{k})a\vec{\ell}} \sum_{L=-\infty}^{\infty} \delta^3(\vec{q}-\vec{k}-\frac{2\pi}{Na}\vec{L}),$$

то после интегрирования по $\vec{q}$ приходим к выражению для функции эволюции однофотонного пакета в идеальной решетке [1]:

$$\bar{G}(\vec{k},\lambda;\epsilon)=\frac{f(\vec{k},\lambda)}{\epsilon-\omega}+\frac{\rho\, Q^{(+)}(\vec{k},\lambda)}{(\epsilon-\omega)}\times$$

$$\times\frac{\sum\limits_{\lambda'=1}^{2}\sum\limits_{\ell}\dfrac{Q^{(-)}(\vec{k}_\ell,\lambda')}{(\epsilon-\omega_\ell)}f(\vec{k}_\ell,\lambda')}{\left(\epsilon-\omega_0-\rho\sum\limits_{\lambda'=1}^{2}\sum\limits_{L}\dfrac{|Q(\vec{k}_\ell,\lambda')|^2}{\epsilon-\omega_\ell}\right)}$$

$$\vec{k}_\ell=\vec{k}+\vec{g}_\ell\,;\quad \vec{g}_\ell=\frac{2\pi}{a}\vec{\ell}\,;\quad \omega_\ell=|\vec{k}_\ell|\,.$$

Сравнивая G и $\bar{G}$, мы видим, что хотя природа формирования вторичного излучения в обоих случаях одинакова, деформация решетки приводит к относительному изменению частот вторичного излучения. Последнее можно объяснить так: между излучением и кристаллической решеткой происходит обмен импульсами. При деформации кристалла условия передачи импульса от решетки к излучению меняются. Это и обусловливает относительное, по сравнению с частотами вторичного излучения в идеальной решетке, изменение частот вторичного излучения в деформированном кристалле.

Для того, чтобы придать формуле /6/ конкретное содержание, необходимо определить значения функций $I(\vec{g}_i,\vec{\Delta},N)$ для разных значений N /т.е. для разных длин волн деформации/. Далее, не теряя общности, будем рассматривать лишь одномерный вариант нашей задачи. При $N=2$

$$I(g_L,\Delta,N)\Big|_{N=2}=\cos^2\frac{\pi}{2}L\,.$$

Подставляя это выражение в /6/, получим, что $G(k,\lambda;\epsilon)=\bar{G}(k,\lambda;\epsilon)$. Этого и следовало ожидать, так как для $N=2$ все узлы волны деформации совпадают с узлами решетки, и, наоборот, все центры решетки совпадают с узлами волны деформации, что и отвечает случаю с идеальным кристаллом.

При $N=3$

$$I(g_L,\Delta,3)=\frac{1}{3}\left(1+2\cos\frac{2\pi}{3}\left(L+\frac{\Delta}{a}L\sin\frac{2\pi}{3}\right)\right).$$

При $N=4$

$$I(g_L,\Delta,4)=\frac{1}{2}\left(3\cos^2\frac{\pi}{2}L-1\right).$$

Таким же образом для любого N можно определить функцию $I(g_L,\Delta,N)$. Для больших четных значений N функция $I(g_L,\Delta,N)$ имеет следующее значение:

$$I(g_L,\Delta,N)=\frac{1}{N}\left(1+e^{i\pi L}+2\sum_{\ell=1}^{N-1}\cos L\left(\frac{2\pi}{N}\ell-\frac{\Delta}{aN}\sin\left(\frac{2\pi}{N}\ell\right)\right)\right)=$$

$$=-\frac{1}{N}\left(1+e^{i\pi L}\right)+J_L\left(\frac{\Delta L}{aN}\right), \qquad /7/$$

где $J_L\left(\frac{\Delta}{a}\frac{L}{N}\right)$ является функцией Бесселя L-го порядка. При $N\to\infty$ из /7/ следует: $\lim\limits_{N\to\infty}I(g_L,\Delta,N)=\delta_{0L}$. Для коэффициентной функции $G(\vec{k},\lambda;\epsilon)$ получаем выражение:

$$\bar{G}(\vec{k},\lambda;\epsilon)=\frac{f(\vec{k},\lambda)}{\epsilon-\omega}+\frac{\rho\, Q^{(+)}(\vec{k},\lambda)\sum\limits_{\lambda'=1}^{2}Q^{(-)}(\vec{k},\lambda')f(\vec{k},\lambda')}{(\epsilon-\omega)\left[(\epsilon-\omega)(\epsilon-\omega_0)-\rho\sum\limits_{\lambda'=1}^{2}|Q(\vec{k},\lambda')|^2\right]}\,. \qquad /8/$$

Функция, $\bar{G}(\vec{k},\lambda;\epsilon)$, описывающая эволюцию однофотонного пакета в деформированном кристалле, когда длина волны деформации $\Lambda\to\infty$, приобретает наглядность, если перейти к пространственно-временному описанию. Такое описание удобно осуществить при помощи величины $F(\vec{x},t,\lambda)$:

$$F(\vec{x},t,\lambda)=\frac{i}{(2\pi)}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\epsilon\, d^3k\, G(\vec{k},\lambda;\epsilon)e^{-i\epsilon t+i\vec{k}\vec{x}}\,. \qquad /9/$$

Подставляя в /9/ выражение /8/ и переходя к случаю, когда линейно поляризованный начальный пакет состоит из волн, импульсы которых имеют небольшой разброс около некоторого значения $\vec{P}$, получаем

$$F(\vec{x},t,1)\sim e^{i\vec{p}\vec{x}}\,\frac{(\epsilon_p^{(1)}-\omega_0)e^{-it\epsilon_p^{(1)}}\quad(\epsilon_p^{(2)}-\omega_0)e^{-it\epsilon_p^{(2)}}}{2\Delta_p}-$$

$$-\rho Q^2(\vec{p},2)e^{i\vec{p}\vec{x}}\,\frac{e^{-i\epsilon_p^{(1)}t}+e^{-i\epsilon_p^{(2)}t}-e^{-i|\vec{p}|t}}{2\Delta_p^2}\,;$$

$$F(\vec{x},t,2)\sim\rho Q^{(+)}(\vec{p},1)Q^{(-)}(\vec{p},2)e^{i\vec{p}\vec{x}}\,\frac{e^{-i\epsilon_p^{(1)}t}+e^{-i\epsilon_p^{(2)}t}-e^{-i|\vec{p}|t}}{2\Delta_p^2}\,.$$

Здесь

$$\Delta_p=\sqrt{\left(\frac{\omega_0-|\vec{p}|}{2}\right)^2+\rho\sum_{\lambda'=1}^{2}|Q(\vec{p},\lambda)|^2}\,,\quad \epsilon_p^{(1,2)}=\frac{\omega_0+|\vec{p}|}{2}\pm\Delta_p\,.$$

Для простоты предположим, что $Q(\vec{k},2)=0$; тогда полученное выражение для $F(\vec{x},t,1)$ определяет следующую физическую картину эволюции однофотонных пакетов: каждая из плоских волн, формирующих начальный пакет, разделяется на две волны, распространяющихся в том же направлении, что и начальная, но с различными амплитудами и скоростями:

$$|\vec{v}^{(1,2)}| = \frac{\partial \epsilon_p^{(1,2)}}{\partial p} = \frac{1}{2}\left\{1 \pm \frac{|\vec{p}| - \omega_0 + 2p\dfrac{\partial |Q(\vec{p},1)|^2}{\partial p}}{2\Delta_p}\right\}.$$

Использованная выше модель физически оправдана лишь при частотах, близких к резонансным, т.е. когда $(|\vec{p}|-\omega_0)^2 < 4\rho\,|Q(\vec{p},1)|^2$. При этом условии происходит выравнивание амплитуд обеих конечных волн, и для $F(\vec{x},t,1)$ получаем выражение:

$$F(\vec{x},t,1) \sim e^{-i\omega_0 t + i\vec{p}\vec{x}} \cos(t\Delta_p).$$

Появляющиеся при этом "биения" определяются периодической перекачкой энергии от электромагнитной волны к образующим кристалл центрам и обратно; конечно, при учете диссипаций пакет получился бы не пульсирующим, а затухающим.

Отметим, что последний результат имеет место как при $a/\lambda \ll 1$, так и при $a/\lambda \geq 1$.

Для получения более реалистичной картины распространения однофотонного пакета в кристалле /например, для определения более реалистичных значений показателей преломления веществ/ нужно, разумеется, включить в рассмотрение и взаимодействия между атомами, и температурные эффекты, и процессы, обусловливающие поглощение. Однако некоторые важные качественные особенности миграции излучения в веществе /например, эффект "погашения"/ выявляются и на базе той модели "микроскопического" описания, которая обсуждалась выше.

Автор выражает благодарность В.И.Григорьеву за помощь при написании работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бужек В., Григорьев В.И., Хронек Я. Вестн. Моск. ун-та, сер.3, Физика. Астрономия, 1983, 24, №6, с. 27.
2. Делоне Н.Б., Крайнов В.П. Атом в сильном световом поле. Атомиздат, М., 1978.
3. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. Изд. иностр. лит., М., 1963.
4. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. Изд. иностр. лит., М., 1956.
5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. "Наука", М., 1981.
6. Ossen C.W. Ann. d.Physik, 1915, 48, p. 1.
7. Ewald P.P. Ann. d.Physik., 1916, 49, p. 1.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 июня 1984 года.

Бужек В. P17-84-389

Миграция фотонного пакета в деформированной кристаллической решетке

На основе квантово-полевой модели рассмотрена эволюция однофотонного волнового пакета в деформированной решетке, в узлах которой неподвижно закреплены двухуровневые атомы. Для данного случая доказана "теорема погашения" Эвальда-Озеена.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Bužek V. P17-84-389

On Migration of One-Photon Packet in Deformed Crystal Lattice

The migration of one-photon packet in deformed crystal lattice is described in the framework of quantum field theory. For this case the Ewald-Oseen theorem is proved.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984