e +

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

1926/83

18/4-83

P17-83-36

Д.Михалаке, В.К.Федянин

СИЛЬНО НЕЛИНЕЙНЫЕ S-ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ В СИММЕТРИЧНЫХ СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ

1983

В настоящее время значительный интерес вызывают теоретические исследования нелинейных поверхностных поляритонов на границе раздела двух сред, в случае, когда один из двух диэлектриков, находящихся в контакте по всей поверхности, оптически одноосный, и характеризуется диагональным диэлектрическим тензором /1-3/:

$$\epsilon_{11}(\omega, |\vec{E}|^2) = \epsilon_{22}(\omega, |\vec{E}|^2) = \epsilon_{\perp}(\omega) + \alpha(\omega)(|E_1|^2 + |E_2|^2),$$
$$\epsilon_{33}(\omega, |\vec{E}|^2) = \epsilon_{\parallel}(\omega). \qquad /1/$$

В работе /4/ рассмотрены свойства p-поляризованных сильно нелинейных поверхностных поляритонов, возникающих на границе раздела двух сред, одна из которых обладает диэлектрическим тензором типа

$$\epsilon_{11}(\omega, |\vec{E}|^2) = \epsilon_{22}(\omega, |\vec{E}|^2) = \epsilon_{\perp}(\omega) + \alpha(\omega)(|E_1|^2 + |E_2|^2) +$$
$$+ \beta(\omega)(|E_1|^4 + |E_2|^4), \qquad /2/$$
$$\epsilon_{33}(\omega, |\vec{E}|^2) = \epsilon_{\parallel}(\omega).$$

В работах /5-7/ получены точные решения уравнений Максвелла, которые описывают способы распространения p-поляризованных нелинейных поверхностных поляритонов и p-поляризованных нелинейных связанных волн поляритонов в трехслойной структуре с геометриями типа:

а/ Изотропная диэлектрическая среда - оптически линейная пластинка - оптический одноосный нелинейный кристалл, диэлектрические свойства которой описываются тензором /1/.

б/ Диэлектрическая среда - оптически одноосная нелинейная пластинка, диэлектрические свойства которой описываются тензором /1/ - линейный изотропный кристалл.

Недавно в работах /8,9/ предсказывалось существование бистабильных состояний s-поляризованных нелинейных поверхностных поляритонов в симметричной слоистой структуре, состоящей из слоя толщиной d с линейной диэлектрической проницаемостью ϵ_1, граничащей с двух сторон с нелинейной средой, характеризуемой диагональным диэлектрическим тензором /1/.

В работе [8] было показано, что в случае симметричной моды при $\alpha > 0$ /самофокусирующая среда/ для некоторых значений параметра $a = \frac{d}{\lambda} > a_c$ /λ - длина волны/ зависимость потока энергии P от постоянной распространения $n = \frac{c}{\omega}k$ является N-образной, т.е. фиксированному значению потока энергии P соответствуют два устойчивых значения постоянной распространения n.

В работе [9] показано, что при увеличении безразмерного параметра $a = \frac{d}{\lambda}$ ветвь антисимметричной моды также становится N-образной. Недавно в работе [10] мы исследовали распространение p-поляризованных нелинейных поверхностных поляритонов в симметричной слоистой структуре, такой же, как в [8]. Мы обнаружили бистабильные состояния как для симметричной, так и для антисимметричной мод нелинейных поверхностных волн [10].

В данной работе мы исследуем s-поляризованные сильно нелинейные поверхностные поляритоны в симметричной слоистой структуре, состоящей из нелинейной среды, характеризуемой диэлектрическим тензором /2/ в области I ($-\infty < z < -\frac{d}{2}$) и в области III ($\frac{d}{2} < z < \infty$), диэлектрической пленки толщиной d, характеризуемой диэлектрической константой ϵ_1 в области II ($-\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2}$).

Удобно записать неисчезающие компоненты $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в виде

$$E_2 = \mathcal{E}_2(z)\exp(-i\omega t + ikx), \qquad /3/$$

$$H_{1,3} = \mathcal{H}_{1,3}(z)\exp(-i\omega t + ikx).$$

Уравнения Максвелла имеют вид:

$$\frac{d\mathcal{E}_2}{dz} = -i\frac{\omega}{c}\mathcal{H}_1,$$

$$\frac{d\mathcal{H}_1}{dz} - ik\mathcal{H}_3 = -i\frac{\omega}{c}\mathcal{E}_2, \qquad /4/$$

$$\frac{\omega}{c}\mathcal{H}_3 = k\mathcal{E}_2.$$

Из /4/ следует:

$$\frac{d^2\mathcal{E}_2^{I}}{dz^2} - \{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}[\epsilon_\perp + \alpha(\mathcal{E}_2^{I})^2 + \beta(\mathcal{E}_2^{I})^4]\}\mathcal{E}_2^{I} = 0, \qquad /5/$$

$$\frac{d^2\mathcal{E}_2^{II}}{dz^2} - (k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_1)\mathcal{E}_2^{II} = 0, \qquad /6/$$

$$\frac{d^2\mathcal{E}_2^{III}}{dz^2} - \{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}[\epsilon + \alpha(\mathcal{E}_2^{III})^2 + \beta(\mathcal{E}_2^{III})^4]\}\mathcal{E}_2^{III} = 0. \qquad /7/$$

Будем искать решения, которые локализованы вблизи поверхностей пленки и убывают на бесконечности ($|z| \to \infty$). Решения /5/-/7/ в случае симметричной моды (S) и $\alpha > 0$ /самофокусирующая среда/ имеют вид:

$$\mathcal{E}_2^{I}(z) = \frac{c}{\omega}q\sqrt{\frac{4}{\alpha}}\{\nu^{1/2}\,\mathrm{ch}[2q(z+z_0)] + 1\}^{-1/2}, \quad z < -\frac{d}{2} \qquad /8/$$

$$\mathcal{E}_2^{II}(z) = \begin{cases} A_1\,\mathrm{ch}(k_1 z), & n > n_1 \\ A_2\cos(k_2 z), & n < n_1 \end{cases} \qquad -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2} \qquad /9/$$

$$\mathcal{E}_2^{III}(z) = \frac{c}{\omega}q\sqrt{\frac{4}{\alpha}}\{\nu^{1/2}\,\mathrm{ch}[2q(z-z_0)] + 1\}^{-1/2}, \quad z > \frac{d}{2}, \qquad /10/$$

где

$$q^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_\perp, \quad k_1^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_1, \quad k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_1 - k^2,$$

$$n_1^2 = \epsilon_1, \quad n_\parallel^2 = \epsilon_\parallel, \quad n_\perp^2 = \epsilon_\perp, \quad \nu = 1 - \frac{16q^2\beta}{3\frac{\omega^2}{c^2}\alpha^2} > 0.$$

При $\beta = 0$ /$\nu = 1$/ формулы /8/ и /10/ запишутся в виде [9]:

$$\mathcal{E}_2^{I,III}(z) = \frac{c}{\omega}q\sqrt{\frac{2}{\alpha}}\{\mathrm{ch}[q(z \pm z_0)]\}^{-1}. \qquad /11/$$

Из граничных условий для ТЕ волн / $\mathcal{E}_2$ и $\frac{d\mathcal{E}_2}{dz}$ непрерывны вдоль поверхностей $z = -\frac{d}{2}$ и $z = \frac{d}{2}$/ имеем следующие дисперсионные соотношения:

$$\mathrm{th}(k_1\frac{d}{2}) = -\frac{q}{k_1}\frac{\mathrm{sh}[2q(\frac{d}{2} - z_0)]}{\mathrm{ch}[2q(\frac{d}{2} - z_0)] + \nu^{-1/2}}, \quad n > n_1 \qquad /12/$$

$$\mathrm{tg}(k_2 \frac{d}{2}) = \frac{q}{k_2} \frac{\mathrm{sh}[2q(\frac{d}{2} - z_0)]}{\mathrm{ch}[2q(\frac{d}{2} - z_0)] + \nu^{-1/2}}, \quad n < n_1 . \qquad /13/$$

При $\beta=0$ / $\nu=1$/ имеем [9]:

$$\mathrm{th}(k_1 \frac{d}{2}) = -\frac{q}{k_1} \mathrm{th}[q(\frac{d}{2} - z_0)], \quad n > n_1 , \qquad /14/$$

$$\mathrm{tg}(k_2 \frac{d}{2}) = \frac{q}{k_2} \mathrm{th}[q(\frac{d}{2} - z_0)], \quad n < n_1 . \qquad /15/$$

С помощью уравнений /12/ и /13/ можно определить амплитуды A_1 и A_2 в /9/:

$$A_1^2 = \frac{(\frac{4}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\mathrm{ch}^2(k_1 \frac{d}{2})} \frac{(1 - r_1^2)}{\{1 + [r_1^4 + (\nu + r_1^2)(1 - r_1^2)]^{1/2}\}}, \quad n > n_1 , \qquad /16/$$

$$A_2^2 = \frac{(\frac{4}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\cos^2(k_2 \frac{d}{2})} \frac{(1 - r_2^2)}{\{1 + [r_2^2 + (\nu + r_2^2)(1 - r_2^2)]^{1/2}\}}, \quad n < n_1 , \qquad /17/$$

где

$$r_1 = \frac{k_1}{q} \mathrm{th}(k_1 \frac{d}{2}), \quad r_2 = \frac{k_2}{q} \mathrm{tg}(k_2 \frac{d}{2}).$$

При $\beta=0$ / $\nu=1$/ из /16/-/17/ имеем [9].

$$A_1^2 = \frac{(\frac{2}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\mathrm{ch}^2(k_1 \frac{d}{2})} (1 - r_1^2), \quad n > n_1 , \qquad /18/$$

$$A_2^2 = \frac{(\frac{2}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\cos^2(k_2 \frac{d}{2})} (1 - r_2^2), \quad n < n_1 . \qquad /19/$$

Усредненный во времени поток энергии в x-направлении на единицу длины в y-направлении может быть выражен следующим образом:

$$P = \frac{c}{8\pi} n \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_2^2(z)\, dz. \qquad /20/$$

Используя уравнения /16/ , /17/, получим поток энергии для сильно нелинейных симметричных мод.

При $n > n_1$:

$$P = \frac{c}{8\pi} n \{ A_1^2 [\frac{d}{2} + \frac{\mathrm{sh}(k_1 d)}{2k_1}] + \qquad /21/$$

$$+ (\frac{8}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2 \frac{1}{2q} \frac{1}{\sqrt{1-\nu}} [\ln a_\nu - \ln \frac{(1 + \sqrt{\nu} + \sqrt{1-\nu}\, u_1)}{(1 + \sqrt{\nu} - \sqrt{1-\nu}\, u_1)}]\} ,$$

где

$$a_\nu = \frac{1 + \sqrt{\nu} + \sqrt{1-\nu}}{1 + \sqrt{\nu} - \sqrt{1-\nu}}, \quad \nu \le 1,$$

$$u_1 = \mathrm{th}[q(\frac{d}{2} - z_0)] = -(1 + \nu^{-1/2}) \{ \frac{1}{r_1} + [\frac{1}{r_1^2} + (\nu^{-1} - 1)]^{1/2} \}^{-1}.$$

При $n < n_1$:

$$P = \frac{c}{8\pi} n \{ A_2^2 [\frac{d}{2} + \frac{\sin(k_2 d)}{2k_2}] +$$

$$+ (\frac{8}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2 \frac{1}{2q} \frac{1}{\sqrt{1-\nu}} [\ln a_\nu - \ln \frac{(1 + \sqrt{\nu} + \sqrt{1-\nu}\, u_2)}{(1 + \sqrt{\nu} - \sqrt{1-\nu}\, u_2)}]\} , \qquad /22/$$

где

$$u_2 = \mathrm{th}[q(\frac{d}{2} - z_0)] = (1 + \nu^{-1/2}) \{ \frac{1}{r_2} + [\frac{1}{r_2^2} + (\nu^{-1} - 1)]^{1/2} \}^{-1}.$$

При $\beta=0$ / $\nu=1$/ формулы /21/ и /22/ дают поток энергии s-поляризованных нелинейных поверхностных волн, рассмотренных в [9]:

$$P = \frac{c}{8\pi} n \{ \frac{(\frac{2}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\mathrm{ch}^2(k_1 \frac{d}{2})} (1 - r_1^2)[\frac{d}{2} + \frac{\mathrm{sh}(k_1 d)}{2k_1}] + (\frac{8}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2 \frac{1}{2q} (1 + r_1) \qquad /23/$$

при $n > n_1$, и

$$P = \frac{c}{8\pi} n \left\{ \frac{(\frac{2}{a})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\cos^2(k_2 \frac{d}{2})} (1 - r_2^2) \left[\frac{d}{2} + \frac{\sin(k_2 d)}{2k_2} \right] + (\frac{8}{a})(\frac{c}{\omega} q)^2 \frac{1}{2q} (1 - r_2) \right\}$$

при $n < n_1$. /24/

В случае антисимметричных мод (AS) электрическое поле в линейной среде II дается соотношениями

$$\mathcal{E}_2^{II}(z) = \begin{cases} B_1 \, \mathrm{sh}(k_1 z), & n > n_1, \\ B_2 \sin(k_2 z), & n < n_1. \end{cases} \qquad /25/$$

Из граничных условий следует:

$$\mathrm{cth}(k_1 \frac{d}{2}) = -\frac{q}{k_1} \frac{\mathrm{sh}[2q(\frac{d}{2} - z_0)]}{\mathrm{ch}[2q(\frac{d}{2} - z_0)] + \nu^{-1/2}}, \quad n > n_1. \qquad /26/$$

$$\mathrm{ctg}(k_2 \frac{d}{2}) = -\frac{q}{k_2} \frac{\mathrm{sh}[2q(\frac{d}{2} - z_0)]}{\mathrm{ch}[2q(\frac{d}{2} - z_0)] + \nu^{-1/2}}, \quad n < n_1. \qquad /27/$$

При $\beta=0$ /$\nu=1$/ имеем /9/:

$$\mathrm{cth}(k_1 \frac{d}{2}) = -\frac{q}{k_1} \mathrm{th}[q(\frac{d}{2} - z_0)], \quad n > n_1, \qquad /28/$$

$$\mathrm{ctg}(k_2 \frac{d}{2}) = -\frac{q}{k_2} \mathrm{th}[q(\frac{d}{2} - z_0)], \quad n < n_1. \qquad /29/$$

Используя /26/ и /27/, находим амплитуды B_1 и B_2 в /25/:

$$B_1^2 = \frac{(\frac{4}{a})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\mathrm{sh}^2(k_1 \frac{d}{2})} \frac{(1 - t_1^2)}{\{1 + [t_1^4 + (\nu + t_1^2)(1 - t_1^2)]^{1/2}\}}, \quad n > n_1 \qquad /30/$$

$$B_2^2 = \frac{(\frac{4}{a})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\sin^2(k_2 \frac{d}{2})} \frac{(1 - t_2^2)}{\{1 + [t_2^4 + (\nu + t_2^2)(1 - t_2^2)]^{1/2}\}}, \quad n < n_1, \qquad /31/$$

где

$$t_1 = \frac{k_1}{q} \mathrm{cth}(k_1 \frac{d}{2}), \qquad t_2 = \frac{k_2}{q} \mathrm{ctg}(k_2 \frac{d}{2}).$$

При $\beta=0$ /$\nu=1$/ имеем /9/:

$$B_1^2 = \frac{(\frac{2}{a})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\mathrm{sh}^2(k_1 \frac{d}{2})} (1 - t_1^2), \quad n > n_1, \qquad /32/$$

$$B_2^2 = \frac{(\frac{2}{a})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\sin^2(k_2 \frac{d}{2})} (1 - t_2^2), \quad n < n_1. \qquad /33/$$

Несложный расчет приводит к следующим формулам для потока энергий.

При $n > n_1$:

$$P = \frac{c}{8\pi} n \left\{ B_1^2 \left[-\frac{d}{2} + \frac{\mathrm{sh}(k_1 d)}{2k_1} \right] + (\frac{8}{a})(\frac{c}{\omega} q)^2 \frac{1}{2q} \frac{1}{\sqrt{1-\nu}} \left[\ln a_\nu - \ln \frac{(1 + \sqrt{\nu} + \sqrt{1-\nu}\, v_1)}{(1 + \sqrt{\nu} - \sqrt{1-\nu}\, v_1)} \right] \right\}, \qquad /34/$$

где

$$v_1 = \mathrm{th}[q(\frac{d}{2} - z_0)] = -(1 + \nu^{-1/2}) \left\{ \frac{1}{t_1} + \left[\frac{1}{t_1^2} + (\nu^{-1} - 1) \right]^{1/2} \right\}^{-1}.$$

В случае $n < n_1$:

$$P = \frac{c}{8\pi} n \left\{ B_2^2 \left[\frac{d}{2} - \frac{\sin(k_2 d)}{2k_2} \right] + (\frac{8}{a})(\frac{c}{\omega} q)^2 \frac{1}{2q} \frac{1}{\sqrt{1-\nu}} \left[\ln a_\nu - \ln \frac{(1 + \sqrt{\nu} + \sqrt{1-\nu}\, v_2)}{(1 + \sqrt{\nu} - \sqrt{1-\nu}\, v_2)} \right] \right\}, \qquad /35/$$

где

$$v_2 = \mathrm{th}[q(\frac{d}{2} - z_0)] = -(1 + \nu^{-1/2}) \left\{ \frac{1}{t_2} + \left[\frac{1}{t_2^2} + (\nu^{-1} - 1) \right]^{1/2} \right\}^{-1}.$$

При $\beta=0$ /$\nu=1$/ уравнения /34/ и /35/ приводят к результатам работы /9/:

$$
P = \frac{c}{8\pi} n \left\{ \frac{(\frac{2}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\operatorname{sh}^2(k_1 \frac{d}{2})} (1-t_1^2)\left[-\frac{d}{2} + \frac{\operatorname{sh}(k_1 d)}{2k_1}\right] + \right. \qquad /36/
$$

$$
\left. + (\frac{8}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2 \frac{1}{2q} (1 + t_1) \right\}
$$

при $n > n_1$,

$$
P = \frac{c}{8\pi} n \left\{ \frac{(\frac{2}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2}{\sin^2(k_2 \frac{d}{2})} (1-t_2^2)\left[\frac{d}{2} - \frac{\sin(k_2 d)}{2k_2}\right] + \right. \qquad /37/
$$

$$
\left. + (\frac{8}{\alpha})(\frac{c}{\omega} q)^2 \frac{1}{2q} (1+t_2) \right\}, \quad \text{при} \quad n < n_1 .
$$

Зависимость потока энергии в волне, распространяющейся в пленке, от постоянной распространения n имеет N-образный вид для некоторых значений безразмерного параметра $a = \frac{d}{\lambda}$. Это приводит к бистабильным состояниям s-поляризованных сильно нелинейных поверхностных поляритонов. Конкретные значения n как функции от потока энергии P, полученные расчетами на ЭВМ, а также графики поведения симметричных и антисимметричных мод будут приведены в другой заметке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агранович В.М., Бабиченко В.С., Черняк В.Я. Письма в ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 532.
2. Tomlinson W.J. Optics Lett., 1980, v.5, p. 323.
3. Maradudin A.A. Z.Phys., 1981, v. B41, p. 341.
4. Fedyanin V.K., Mihalache D. JINR, E17-81-121, Dubna, 1981.
5. Михалаке Д., Федянин В.К. ОИЯИ, Р17-81-498, Дубна, 1981.
6. Mihalache D., Fedyanin V.K. JINR, E17-82-137, Dubna, 1982.
7. Fedyanin V.K., Mihalache D. Z.Phys., 1982, v. B47, p. 167.
8. Ахмедиев Н.Н. Письма в ЖТФ, 1982, т.8, с. 571.
9. Ахмедиев Н.Н. ЖЭТФ, 1982, т.83, с. 545.
10. Михалаке Д., Назмитдинов Р.Г., Федянин В.К. ОИЯИ, Р17-82-825, Дубна, 1982.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 января 1983 года.

Михалаке Д., Федянин В.К. Р17-83-36

Сильно нелинейные s-поляризованные поверхностные поляритоны в симметричных слоистых структурах

Найдены точные решения уравнений Максвелла, которые отвечают s-поляризованным сильно нелинейным поверхностным поляритонам в симметричной слоистой структуре, состоящей из слоя толщиной d с диэлектрической проницаемостью ϵ_1, граничащей с двух сторон с нелинейной средой, характеризуемой диагональным диэлектрическим тензором $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_\perp + \alpha(|E_1|^2 + |E_2|^2) + \beta(|E_1|^4 + |E_2|^4)$, $\epsilon_{33} = \epsilon_\parallel$. Получены также аналитические формулы для потока энергии, переносимого поверхностными волнами в зависимости от постоянной распространения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Mihalache D., Fedyanin V.K. P17-83-36

Strongly Nonlinear s-Polarized Surface Polaritons in Symmetric Layered Structures

An exact solution of Maxwell's equations is found which describes the propagation of s-polarized strongly nonlinear surface polaritons in a symmetric layered structure consisting of a layer of thickness d with a dielectric constant ϵ_1, bounding at two sides a nonlinear medium characterized by the diagonal dielectric tensor $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_\perp + \alpha(|E_1|^2 + |E_2|^2) + \beta(|E_1|^4 + |E_2|^4)$, $\epsilon_{33} = \epsilon_\parallel$. The dependence of the power flow carried in the surface waves on the propagation constant has also been exactly calculated.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.