e +

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р17-83-33

В.Е.Гришин, В.К.Федянин

ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ НА СОЛИТОНАХ В МОДЕЛИ С ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ТОК-ТОК. ФОРМФАКТОР СОЛИТОНА В КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ИМПУЛЬСОВ $t \in [0,4\ m^2]$

1983

Как показано в [1,2], асимптотика формфакторов солитонов при передачах импульса $(q/q_c)\gg 1$ /где $q_c = 2k_0/\pi$ - характерный импульс солитона [2], связанный с размерами солитона $q_c \sim 1/R$ / имеет вид $F(q)\sim (q/q_c)e^{-q/q_c}$. Это позволяет рассматривать солитон как систему квазичастиц, однородно распределенных по всему объему*, то есть как составную систему с "рыхлой структурой".

В данной работе, основываясь на точно решаемой модели в классическом случае, мы рассмотрим особенности релятивистской кинематики солитонов; как и в работах [2,3], мы будем рассматривать модель комплексного скалярного поля с плотностью лагранжиана

$$L = |\partial_\mu \phi|^2 - m^2|\phi|^2 + g_1|\phi|^4 + g_2 j_\mu j_\mu , \qquad /1/$$

где $j_\mu = \frac{i}{2}(\phi^* \partial_\mu \phi - \phi\partial_\mu \phi^*)$ - зарядовый векторный ток $\mu = 0,1$. Из инвариантности лагранжиана /1/ относительно абелевой глобальной калибровочной группы / $U_Q(1)$ -симметрия/ /инфинитезимальные преобразования полей имеют вид $\delta\phi = i\lambda\phi$, $\delta\phi^* = -i\lambda\phi$, где λ - постоянный параметр преобразования/ определяется сохраняющийся ток

$$J_\mu = i\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)}\phi\right) + \text{k.c.} = -2j_\mu(1 + g_2|\phi|^2). \qquad /2/$$

Решения солитонного типа /все обозначения как в [2,3] /

$$\phi_s(x_\mu) = \phi_0 \cdot \mathrm{ch}^{-1}(\epsilon_{\mu\nu} k_\mu x_\nu)\, e^{i p_\mu x_\mu} \qquad , \qquad /2a/$$

где $\phi_0 = \left(\frac{K_\mu K_\mu}{g_1 + g_2 P_\mu^2}\right)^{1/2}$ - амплитуда солитона, для уравнения движения $\delta L/\delta\phi^* = 0$ обращают двумерную дивергенцию в нуль $(\partial_\mu J_\mu = 0)$.

Как известно, вследствие $<0|\phi|0> = 0$ для такой модели среднее вакуумное значение $<0|J_\mu(x)|0> = 0$, что эквивалентно отсутствию спонтанного нарушения симметрии /или явления Хиггса/. Невырожденность вакуума позволяет определить единственный вакуумный вектор $\hat{a} = |0>$; при действии на $\hat{a}$ калибровочным преобразованием $U = e^{i\hat{Q}}$ получаем исходное состояние $e^{i\hat{Q}}|0> = |0>$, где $\hat{Q}$ - оператор заряда, $[H, Q] = 0$.

---

*Этим замечанием мы обязаны А.В.Ефремову.

1. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОТЯЖЕННОГО ОБЪЕКТА /СОЛИТОНА/ С ЗАДАННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Зная характер распределения заряда солитона, мы можем построить феноменологическое описание солитонной "атмосферы" в терминах формфакторов /общепринятое описание структуры протяженных объектов /нуклонов, ядер/ в терминах формфакторов содержится в[4,5] /.

Вычислим матричный элемент вершинной функции $\Gamma_\mu(x_1, x_2 | x_3)$. Величина $\Gamma_\mu(x_1, x_2 | x_3)$ описывает солитонный ток /с учетом всех эффектов взаимодействия с вакуумом/, то есть $\Gamma_\mu = J_\mu[\phi_s]$. Для удобства вычислим матричный элемент энергии взаимодействия тока J_μ с некоторым виртуальным полем:

$$A_\mu(x_3) = a_\mu(q)\cdot e^{-iqx_3} . \qquad /3/$$

Матричный элемент имеет вид

$$\langle f|w|i\rangle = \int dx_3\, a_\mu(q)\cdot e^{-iqx_3} \langle\bar\Phi_{P_f}(x_2)|J_\mu(x)|\Phi_{P_i}(x_1)\rangle. \qquad /4/$$

Выберем начальные и конечные состояния в виде плоских волн

$\Phi_p = U(p)\cdot e^{-ip_\mu x_\mu}$, где $U(p)$ - скалярная функция, здесь $\bar\Phi_{P_f} = \Phi^*_{P_f}$.

Матричному элементу /4/ можно сопоставить соответствующие диаграммы /рис.1,2/. В первом случае /рис.1/ начальные и конечные состояния должны подчиняться уравнению $(\Box + m^2)\Phi_p(x) = 0$ или $U(p)(-p_\mu^2 + m^2) = 0$ /скалярный случай/; то есть начальные и конечные состояния находятся на массовой поверхности $P_\mu^2 = m^2$.

Величина $\Gamma_\mu(x_1, x_2 | x_3)$ трансляционно-инвариантна и, следовательно, зависит лишь от разности координат x_1, x_2, x_3 /$x_\mu = (t, x)$ - двухмерные координаты/. С учетом этого введем координаты

$$Y = \frac{x_1 - x_2}{2} \quad ; \qquad Z = x_3 - \frac{(x_1 + x_2)}{2}. \qquad /5/$$

при этом

$$\Gamma_\mu(x_1, x_2 | x_3) = \Gamma_\mu(Z, Y). \qquad /6/$$

Спектральное разложение /6/ имеет вид

$$\Gamma_\mu(z, y) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \tilde\Gamma_\mu(\alpha, \beta)\cdot e^{i(\alpha z + \beta y)}\, d\alpha\, d\beta , \qquad /7/$$

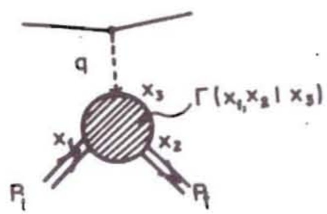


Рис.1. Начальные и конечные состояния $U(p_i)$, $U(p_f)$ находятся на массовой поверхности $p^2_{f,i} = m^2$.

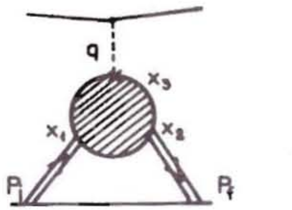


Рис.2. $U(p_i)$, $U(p_f)$ - виртуальные состояния.

где интегрирование по переменным не ограничивается поверхностью масс. С учетом /7/ матричный элемент тока перепишем в следующем виде:

$$\langle\bar\Phi_{p_f}(x_2)|J_\mu(x)|\Phi_{p_i}(x_1)\rangle = \langle\bar\Phi_{p_f}(x_2)|\Gamma_\mu(z, y)|\Phi_{p_i}(x_1)\rangle ,$$

$$\langle\bar\Phi_{p_f}(x_2)|\Gamma_\mu|\Phi_{p_i}(x_1)\rangle = \qquad /8/$$

$$= U(p_f)\cdot U(p_i)\cdot \int e^{ip_f x_2}\, \Gamma_\mu(z, y)\cdot e^{-ip_i x_1} dx_1\, dx_2 .$$

Используя спектральное разложение /7/ и выражение /8/, можно переписать матричный элемент энергии взаимодействия /4/ в виде

$$\langle f|W|i\rangle = (2\pi)^2 \int dx_1\, dx_2\, dx_3\, U(p_f)\cdot U(p_i) \times$$

$$\times\, e^{ip_f x_2}\, \tilde\Gamma(\alpha, \beta)\cdot e^{-ip_i x_1}\cdot e^{i(\alpha z + \beta y)} \times \qquad /9/$$

$$\times\, a_\mu(q)\cdot e^{-iqx_3}\cdot d\alpha\cdot d\beta .$$

После интегрирования в /9/ по пространственно-временным переменным получаем выражение

$$\langle f|W|i\rangle = (2\pi)^2\, U(p_f) U(p_i)\cdot \int d\alpha\, d\beta\cdot \tilde\Gamma_\mu(\alpha, \beta)\cdot \delta(\alpha - q) \times$$

$$\times\, \delta(\beta/2 - p_i - \alpha/2)\cdot \delta(-\alpha/2 - \beta/2 + p_f)\cdot a_\mu(q). \qquad /10/$$

Окончательно имеем

$$<f|W|i> = (2\pi)^2 \cdot U(p_f) \cdot U(p_i) \cdot \delta(p_f - p_i - q) \cdot \Gamma_\mu(q,p) a_\mu(q) . \qquad /11/$$

Таким образом, матричный элемент вершинной функции в пространстве импульсов

$$<f|\Gamma_\mu|i> = (2\pi)^2 \cdot \delta(p_f - p_i - q) \cdot \tilde{\Gamma}_\mu(q,p) \qquad /12/$$

зависит лишь от разности $q = p_f - p_i$ и суммы $p = p_f + p_i$ начальных и конечных импульсов системы. Заметим, что точно такой же вид имела бы вершина, если бы "нуклон" был бесспиновой скалярной частицей /см. /4-7/ /. Мы рассматриваем модель комплексного скалярного поля /1/, поэтому структурная зависимость в /12/ является заведомо оправданной.

2. СТРУКТУРА ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИИ $\Gamma_\mu(q, P)$

Из закона сохранения тока $\partial_\mu J_\mu = 0$ следует условие калибровочной инвариантности для $\Gamma_\mu(z, y)$:

$$\frac{\partial \Gamma_\mu}{\partial z_\mu} \equiv \frac{\partial \Gamma_\mu}{\partial x_{3\mu}} = 0 ; \quad q_\mu \tilde{\Gamma}_\mu(q, p) = 0 . \qquad /13/$$

Из эрмитовости тока /2/ $J_\mu = J_\mu^+$ следует, что вершина должна описываться действительной функцией от q и P:

$$\tilde{\Gamma}_\mu(q, p) = \tilde{\Gamma}_\mu^*(q, p) = G(q, p') . \qquad /14/$$

С учетом лоренц-инвариантности выражение /14/ должно зависеть от функции скалярных инвариантов, построенных из q и p:

$$G = G[s(q, p)] , \qquad /15/$$

где $s(q, p)$ - функция передачи импульса. Пространственное распределение заряда согласно /13/, /14/, /15/ определяется формулой

$$J_0(x) = \int G[s(q,p)] \cdot e^{is \cdot x} \, dq \cdot dp . \qquad /16/$$

С учетом /16/ и /2a/ формфактор заряда определяется как

$$G[s(q,p)] = \int J_0(\phi_s) \cdot e^{-is(q,p) \cdot x} dx . \qquad /17/$$

Если наложить условие нормировки $G[0] = Q$, то выражение /17/ можно

записать в виде

$$F[s] = \frac{1}{Q[0]} \cdot Q[s(q, p)] . \qquad /18/$$

3. СТРУКТУРА ФУНКЦИИ ПЕРЕДАЧИ ИМПУЛЬСА $s(q, p)$

Функцию $s(q, p)$ можно построить из следующих инвариантов векторов q и p:

$$s(q,p) = \{ q^2, \; q \cdot p, \; p^2, \; \frac{1}{2m} \epsilon_{\mu\nu} q_\mu p_\nu \} . \qquad /19/$$

Поскольку $p_f = p_2$; $p_i = p_1$; $p_1^2 = m^2$; $p_2^2 = m^2$/см. рис.1/, то /19/ можно выразить через $t = (q^2) = (p_1 - p_2)^2 = 2(m^2 - p_1 p_2)$:

$$q \cdot P = 0 ; \quad p^2 = (p_1 + p_2)^2 = 4m^2 - t ;$$

$$\frac{1}{2m} \epsilon_{\mu\nu} q_\mu p_\nu = f(t, p^2) = \qquad /20/$$

$$= (p_2 - p_1)_\mu \epsilon_{\mu\nu} (p_1 + p_2)_\nu = \frac{1}{m} \epsilon_{\mu\nu} p_{1\mu} p_{2\nu} .$$

Возводя последнее выражение в квадрат, получаем

$$f^2(t, p^2) = \frac{1}{m^2} \epsilon_{\mu\nu} \epsilon^{\alpha\beta} p_1^\mu p_2^\nu p_{1\alpha} p_{2\beta} = \frac{1}{m^2} [(p_1 p_2)^2 - m^4]$$

или

$$f(t, p^2) = \frac{1}{2m} \sqrt{t(t - 4m^2)} .$$

С учетом этого полный набор инвариантов в /19/ может быть представлен в виде

$$s(q, p) = \{ t, \; 0, \; 4m^2 - t, \; \frac{1}{2m} \sqrt{t(t - 4m^2)} \} .$$

Отсюда для $s(q, p)$ следует выражение

$$s(t, 4m^2) = \frac{1}{m} \epsilon_{\mu\nu} p_{1\mu} p_{2\nu} = \frac{1}{2m} \sqrt{t(t - 4m^2)} . \qquad /21/$$

Отметим, что аналогичная зависимость получена и в работе [1], где были вычислены формфакторы солитонов для различных релятивистских уравнений /модель Гинзбурга-Ландау-Хиггса, уравнение син-Гордона, модель спинорных взаимодействующих полей/. Такого рода зависимость была получена на основе ковариантной формулировки интеграла Фейнмана.

Рассмотрим нерелятивистский предел функции $s(t, 4m^2)$. Поскольку $p_{1\mu} = (E_1, p_1)$, $p_{2\mu} = (E_2, p_2)$, $E(p) = \sqrt{p^2 + m^2}$, получаем

$$s(p_1, p_2) = \frac{1}{m}(E_1(p_1)\cdot p_2 - E_2(p_2)\cdot p_1). \qquad /22/$$

Последнее выражение имеет симметрию относительно перестановки $(1 \rightleftarrows 2)$, $p_2 \rightleftarrows -p_1)$. Раскладывая /22/ по степеням p_1, p_2 и принимая во внимание, что $E(p) \sim m + p^2/2m$, имеем

$$s(p_1, p_2) \simeq (p_2 - p_1) + \frac{p_1^2}{2m^2}\cdot p_2 - \frac{p_2^2}{2m^2} p_1$$

или

$$s(p_1, p_2) \simeq (p_2 - p_1) = q\,.$$

Эта зависимость была использована ранее в работе [2].

4. ОСОБЕННОСТИ ФОРМФАКТОРА $F(s)$ И РЕЗОНАНСНЫЕ СОСТОЯНИЯ

Как известно [8,9], общей чертой резонансов является появление острых пиков в полном сечении при резонансном значении энергии E_R. Проблема резонансов тесно связана с аналитическими свойствами амплитуды рассеяния. В частности, полюсам s-матрицы или, точнее говоря, нулям функции Йоста $f_\ell(p)$ могут соответствовать резонансы или связанные состояния. В нашем случае рассматриваются аналитические особенности формфактора солитона /аналог амплитуды рассеяния/ вблизи полюсов. Это обусловлено тем, что при переходе через полюс амплитуда претерпевает резкий скачок. Далее нам будет удобно работать с квадратами амплитуд рассеяния, для трех- и двухмерного случаев такие величины называются полными поперечными сечениями:

$$\sigma = \frac{1}{4\pi}\int |f(\theta, \phi)|^2 d\Omega, \ (d = 3); \quad \sigma = \frac{1}{2\pi}\int |f(\phi)|^2 d\phi \ (d = 2),$$

где $f(\theta, \phi)$ - амплитуда рассеяния или фактор углового распределения. Для одномерного случая, а также в изотропном случае сечение будет определяться известной формулой:

$$\sigma = |f|^2.$$

В одномерном случае эта величина называется коэффициентом отражения R или коэффициентом прохождения T, в зависимости от направления рассеяния [10]. Так, например: $T = |B|^2$ - рассеяние вперед $(\Theta = 0)$; $R = |A|^2$ - рассеяние назад $(\Theta = \pi)$. При отсутствии поглощения эти коэффициенты связаны условием $1 = R + T$. Используя формулы /17/, /18/, /21/, можно вычислить релятивистски-инвариантный формфактор солитона /2а/. Он имеет вид

$$F(t, 4m^2) = D(g, \omega^2, m^2)\cdot\frac{\pi s(t)}{\mathrm{sh}(\pi s(t)/2k_0)}\cdot[D^{-1} + g\frac{s^2(t)}{2}],$$

$$D = (3 + g\cdot\omega^2 + 2gm^2)^{-1}, \quad s(t) = \frac{1}{2m}\sqrt{t(t-4m^2)}, \qquad /23/$$

$$g = g_2/g_1, \quad k_0 = (m^2 - \omega^2)^{1/2}.$$

Как и в работе [2], вводим далее безразмерные величины $\tilde{g} = gm^2$, $\tilde{\omega}^2 = \omega^2/m^2$, $k_0^2 = m^2(1-\tilde{\omega}^2)$. В естественном масштабе для безразмерной функции передачи импульса $\tilde{s}(t) = \sqrt{t(t-4m^2)}/(2mq_c)$, то есть импульс солитона q_c характеризует "скорость" выхода формфактора на асимптотический режим $\tilde{s}(t) \gg 1$. Как упоминалось выше /см. также [2] /, имеется корреляция между размерами солитона R и его характерным импульсом q_c: $R \sim 1/q_c$. В безразмерных параметрах выражение /23/ может быть представлено в форме

$$F(t, 4m^2) = \frac{s(t)}{\mathrm{sh}\, s(t)}[1 + \frac{\bar{g}}{2}q_c^2\cdot s^2(t)\cdot A^{-1}(g, \omega^2)], \qquad /24/$$

$A = 3 + (2 + \omega^2)g$, $\bar{g} = \frac{g_2}{g_1}$, $g = \bar{g}m^2$ /здесь мы опустили знак тильды/.

Отличительной особенностью данного релятивистски-инвариантного выражения является то, что в кинематической области импульсов формфактор /24/ имеет особенности, когда функция передачи импульса принимает значения $s^{(n)}(t) = i\pi n$ при $t = t_1(n)$, $t_2(n)$, где $t_1(n)$, $t_2(n)$ - корни квадратичной формы $t(t - 4m^2) = -\pi^2 n^2 q_c^2 (2m)^2$. При этом

$$s^{(n)}(t) = i\pi n\cdot\sqrt{1 - (t - t_1(n))(t - t_2(n))/\pi^2 n^2 q_c^2 (2m)^2},$$

где значения корней

$$t_{1,2}(n) = 2m^2[1 \pm \sqrt{1 - (\frac{n}{N})^2}] \qquad /25/$$

зависят от $n = 0, 1, 2, \ldots, N$; $q_c = 2k_0/\pi$,

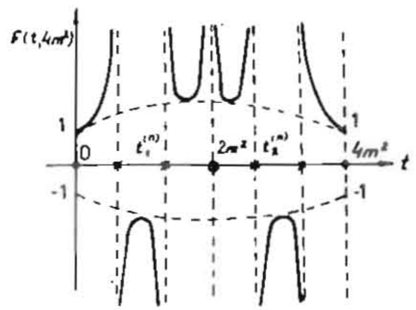


Рис.3. Полюсные особенности формфактора $F(t, 4m^2)$ для кинематической области $t \in (0, 4m^2)$ в корневых точках $t = t_{1,2}(n)$, $t = t(N) = 2m^2$.

$$N = [\frac{1}{2m}(\frac{2m^2}{\pi q_c}) = \frac{1}{2}\,\frac{1}{\sqrt{1-\tilde{\omega}^2}}] \quad -$$

– целая часть ($\tilde{\omega}^2 = \omega^2/m^2$). Все корни $t_1(n)$, $t_2(n)$ для $n \le N$ находятся на действительной оси t, $t \in [0, 4m^2]$; при этом выражение формфактора /24/ имеет особенности /см. рис.3/:

$$F(t, 4m^2)|_{\bar{g}=0} = \frac{\pi \cdot n[1-(t-t_1(n))(t-t_2(n))/(\pi^2 n^2 q_c^2(2m)^2)]^{1/2}}{\sin(\pi n[1-(t-t_1(n))(t-t_2(n))/(\pi^2 n^2 q^2(2m)^2]^{1/2})} . \qquad /26/$$

/Здесь для простоты мы рассматриваем случай $\bar{g} = 0$ с "выключенным" током: этот частный случай не ограничивает общности результата/. Как видно из /25/, /26/, а также рис.3, для $n = 0$ корни $t_{1,2}(0) = 0{,}4\, m^2$ являются устранимыми особыми точками; существует предел /26/ с фиксированной нормировкой $\lim F(t)|_{t\to t_{1,2}(0)} = 1$.

С учетом фиксированной нормировки на концах отрезка $[0, 4m^2]$ полное число особенностей формфактора /26/ в корневых точках $t = t_{1,2}(n)$, $t(N)$ составит $p = 2N - 1$. При разложении /26/ по степеням $\zeta = \dfrac{(t-t_1(n))(t-t_2(n))}{\pi^2 n^2 q_c^2 (2m)^2}$ имеем

$$F(\zeta, 4m^2) \simeq \frac{i\pi n[1-\frac{1}{2}\zeta]}{-i(-1)^n \frac{\pi n}{2}\zeta} = -2(-1)^n\,[\frac{1}{\zeta} - \frac{1}{2}] . \qquad /27/$$

Мы использовали тот факт, что $(1-\frac{1}{2}\zeta)^{1/2} \simeq 1 - \frac{1}{2}\zeta$, а также разложение

$$\mathrm{sh}\,\pi i n(1-\frac{1}{2}\zeta) = i\sin\pi n(1-\frac{1}{2}\zeta) = -i(-1)^n \frac{\pi n}{2}\zeta .$$

Если мы используем /27/ вблизи простого корня $t_1(n) \ne t_2(n) \ne 2m^2$ /корни не вырождены/, то получим

$$F[\zeta(t-t_1(n)), 4m^2] \simeq (-1)^{n+1}[A_n \frac{1}{(t-t_1(n))} - 1] . \qquad /28/$$

При $t = t_1(n)$ формфактор /28/ имеет полюс первого порядка, причем вычет в этом полюсе равен

$$\mathrm{res}\,F[\zeta(t_1(n))] = C_{-1} = (-1)^{n+1} A_n = (-1)^{n+1}\frac{2\pi^2 n^2 q_c^2 (2m)^2}{t_1(n) - t_2(n)} .$$

Вблизи двукратно вырожденного корня $t_{1,2}(N) = 2m^2$ имеем разложение по $\zeta^2 = \dfrac{(t-2m^2)^2}{\pi^2 N^2 q_c^2 (2m)^2}$:

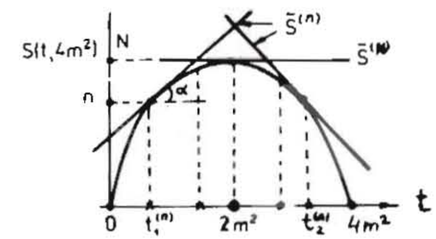
$$F[\zeta^2(t-2m^2), 4m^2] \simeq 2(-1)^{N+1}[-\frac{1}{2} + \frac{1}{\zeta^2}], \qquad /29/$$

при $t = 2m^2$ получаем полюс второго порядка. Вычет в этой точке равен $\mathrm{res}\,F[\zeta^2(2m^2)] = C_{-1} = 0$.

Все полюса находятся на траектории, приведенной на рис.4:

$$s^{(n)}(t) = \pi n\sqrt{1-z}\,; \quad z = \frac{(t-t_1(n))(t-t_2(n))}{\pi^2 n^2 q_c^2 \cdot (2m)^2} . \qquad /30/$$

Рис.4. $s^{(n)}(t, 4m^2)$ – траектория полюсов, $\bar{s}^{(n)}(t_{1,2}(n))$, $\bar{s}^{(N)}(t,(N))$ – касательные к траектории, $t_{1,2}(n) = 2m^2[1 \pm \sqrt{1-\nu_n^2}]$, $t(N) = 2m^2$ – квадраты масс резонансов ($\nu_n = \frac{n}{N}$).



В линейном приближении получим обычные траектории Редже /прямые с наклоном/:

$$\bar{s}^{(n)}(t) = s^{(n)}(t_1(n)) + [s^{(n)}(t_1(n))]'(t - t_1(n)) ,$$

где угловой коэффициент касательной к траектории /30/ в точке $t = t_1(n)$ будет определяться вычетом

$$[s^{(n)}(t(n))]' = \frac{\pi n(-1)^n}{\mathrm{res}\,F[\zeta(t_1(n))]} \approx -\frac{\pi n\Delta}{2\pi^2 n^2 q_c^2 (2m)^2}, \quad (\Delta = t_1(n) - t_2(n)) .$$

Для траектории Редже имеем

$$\bar{s}^{(n)}(t) = \pi n[1 - \frac{\Delta}{2\pi^2 n^2 q_c^2 (2m)^2}(t - t_1(n))] .$$

В точке $t = t(N) = 2m^2$ наклон определяется выражением

$$[s^{(N)}(2m^2)]' = \mathrm{res}\, F[\zeta^2(2m^2)] = 0 ,$$

и траектория Редже вырождается в прямую:

$$\bar{s}^N(t) = \pi N .$$

Таким образом, мы получаем полный спектр резонансов, где по оси t /рис.4/ отложены квадраты масс резонансов:

$$t_{1,2}(n) = 2m^2[1 \pm \sqrt{1 - (\frac{n}{N})^2}],$$

$$n = 1,2,\dots,N = [\frac{1}{2}\ \frac{1}{\sqrt{1-\tilde{\omega}^2}}]\ (\tilde{\omega}^2 = \frac{\omega^2}{m^2}) .$$

Рассматривая полное выражение для формфактора /24/ с "включенным" током ($\bar{g} \neq 0$) вблизи полюсов 1-го порядка, мы получаем перенормированное выражение /27/ в виде

$$F[\zeta(t - t_1(n)), 4m^2) \simeq (-1)^{n+1} c_n (1 - \frac{A_n}{(t - t_1(n))}) , \qquad /31/$$

при этом использовали разложение

$$s^3 = -i(\pi n)^3 \sqrt{(1-\zeta)^3}$$

по

$$\zeta = \frac{(t - t_1(n))(t - t_2(n))}{\pi^2 n^2 q_c^2 (2m)^2} , \quad s^3 \simeq -i(\pi n)^3 (1 - \frac{3}{2}\zeta) .$$

Перенормировочные коэффициенты в /31/ определяются через следующие параметры:

$$c_n = 3\mu_n^2 - 1 ; \quad A_n = \frac{-2m^2 \nu_n^2}{\sqrt{1 - \nu_n^2}} \kappa ,$$

где

$$\nu_n = \frac{n}{N}\ (0 \leq \nu_n < 1); \quad \mu_n^2 = \bar{g}(\frac{m^2}{2A})\nu_n^2 ; \quad \kappa = \frac{\mu_n^2 - 1}{3\mu_n^2 - 1} ;$$

$$\bar{g} = g_2/g_1 ; \quad A = 3 + (2 + \omega^2) g ; \quad g = \bar{g} m^2 .$$

Величины μ_n^2, κ, c_n варьируются в пределах $0 \leq \mu_n^2 < \mu_{0n}^2$, $1 \geq \kappa > \kappa_0$, $-1 \leq c_n < c_0$, где

$$\mu_{0n}^2 = \frac{\nu_n^2}{2(2 + \omega^2)} ; \quad \kappa_0 = \frac{\mu_{0n}^2 - 1}{3\mu_{0n}^2 - 1} ; \quad c_0 = 3\mu_{0n}^2 - 1 , \qquad /32/$$

так как при $\bar{g} = 0$ /модель ϕ^4/ следует $\mu_n^2 = 1$; $\kappa = 1$; $c_n = -1$, а при достаточно больших $\bar{g}(\bar{g} \to \infty)$ $\mu_n^2 \to \mu_{0n}^2$; $\kappa \to \kappa_0$; $c_n \to c_0$.

Раскладывая /24/ вблизи полюса 2-го порядка при $t = 2m^2$, аналогично находим перенормированное выражение /29/ в виде

$$F[\zeta^2(2m^2)] \simeq (-1)^{N+1} \cdot c(1 - \frac{A_N}{(t - 2m^2)^2}) , \qquad /33/$$

где перенормировочные константы C, A_N выражаются через параметры $c = 3\mu^2 - 1$; $A_N = 2(2m^2)^2\kappa$; $\kappa = \frac{\mu^2 - 1}{3\mu^2 - 1}$; $\mu^2 = \bar{g}(\frac{m^2}{2A})$, причем параметр $A > 1$ $(A = 3 + (2 + \omega^2) g$, $\bar{g} = gm^2)$. Величины μ^2, κ, c находятся также в пределах $1 \geq \kappa > \kappa_0$; $0 \leq \mu^2 < \mu_0^2$; $-1 \leq c < c_0$, где

$$\mu_0^2 = 1/2(2 + \omega^2) ; \quad \kappa_0 = \frac{\mu_0^2 - 1}{3\mu_0^2 - 1} ; \quad c_0 = 3\mu_0^2 - 1 .$$

В отличие от выражения /31/, перенормировочные константы C, A_N из /33/ уже не зависят от показателя $(\frac{\nu_n}{\sqrt{1 - \nu_n^2}})$, что существенно должно сказываться на поведении сечения в полюсах 1-го и 2-го порядков. Сместив полюса с действительной оси t на $\epsilon = \Gamma_n/2, \Gamma_N/2$, то есть $t = t_1(n) + i\Gamma_n/2$, $(t - 2m^2)^2 \to (t - 2m^2)^2 + i\Gamma_N/2$, мы можем ввести "искусственное обрезание" по импульсу /8,9/.

Выражения для формфакторов /31/, /33/ в полюсах 1-го и 2-го порядков можно записать в более общей форме:

$$F(n) = (-1)^{n+1} \cdot c(1 + R(t) \cdot e^{i\delta(t)}) , \qquad /34/$$

где $n = 1,2,\dots,N$.

В простых полюсах $n = 1,2,...,N-1$ коэффициенты выражения /34/ даются следующими формулами:

$$R(t) = \frac{A_n}{[(t-t_1(n))^2 + (\Gamma_n/2)^2]^{1/2}}; \quad \sin\delta(t) = \frac{\Gamma_n/2}{[(t-t_1(n))^2 + (\Gamma_n/2)^2]^{1/2}};$$

$$\mathrm{tg}\,\delta(t) = \frac{\Gamma_n/2}{t - t_1(n)}; \quad \cos\delta(t) = \frac{t - t_1(n)}{[(t-t_1(n))^2 + (\Gamma_n/2)^2]^{1/2}};$$

$$A_n = \frac{2m^2\nu_n^2}{\sqrt{1-\nu_n^2}}\kappa; \quad \kappa = \frac{\mu_n^2 - 1}{3\mu_n^2 - 1}; \quad \mu_n^2 = \bar{g}\left(\frac{m^2}{2A}\right)\nu_n^2;$$

$$c = c_n = 3\mu_n^2 - 1; \quad \nu_n = \frac{n}{N}; \quad n = 1,2,...,N-1,$$

причем $1 \geq \kappa > \kappa_0$; $0 \leq \mu_n^2 < \mu_{0n}^2$; $-1 \leq c_n < c$, где κ_0, μ_{0n}^2, c_0 даются выражением /32/.

Для полюса 2-го порядка при $n = N$ коэффициенты выражения /34/ могут быть представлены в следующем виде:

$$R(t) = -\frac{A_N}{(t-2m^2)^2 + (\Gamma_N/2)^2}; \quad \sin\delta(t) = \frac{\Gamma_N(t-2m^2)}{(t-2m^2)^2 + (\Gamma_N/2)^2};$$

$$\cos\delta(t) = \frac{(t-2m^2)^2 - (\Gamma_N/2)^2}{(t-2m^2)^2 + (\Gamma_N/2)^2}; \quad \mathrm{tg}\,\delta(t) = \frac{\Gamma_N(t-2m^2)}{(t-2m^2)^2 - (\Gamma_N/2)^2};$$

$$A_N = 2(2m^2)^2\kappa; \quad \kappa = \frac{\mu^2 - 1}{3\mu^2 - 1}; \quad \mu^2 = \bar{g}\left(\frac{m^2}{2A}\right);$$

$$c = 3\mu^2 - 1.$$

Согласно определенным правилам /8,9/ величину $\delta(t)$ можно интерпретировать как фазу рассеяния в полюсах 1-го и 2-го порядков.

Анализ фаз рассеяния при переходе через полюса и поведение сечения рассеяния в этих особых точках будет проведен в следующей работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги данной работы, отметим, что учет релятивистской зависимости формфактора от передачи импульса, вычисленного с использованием солитонных решений, приводит к появлению в кинематической области $t \in (0, 4m^2)$ особенностей, которые можно интерпретировать как образование резонансов с соответствующими квадратами масс:

$$t_{1,2}(n) = 2m^2(1 \pm \sqrt{1-\nu_n^2}), \quad \nu_n = \frac{n}{N},$$

$$n = 1, 2, 3, ..., N = [1/2\sqrt{1-\tilde{\omega}^2}]; \quad \tilde{\omega}^2 = \frac{\omega^2}{m^2}.$$

В заключение авторы благодарят Г.М.Гавриленко, А.В.Ефремова, А.В.Радюшкина, К.Родригеса, Д.Михалаке за полезные обсуждения и дискуссии по результатам данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ishikawa K. Nucl.Phys., 1976, B107, p.238.
2. Гришин В.Е., Федянин В.К. ОИЯИ, Р17-81-699, Дубна, 1981.
3. Fedyanin V.K., Grishin V.K. JINR, E17-81-804, Dubna, 1981.
4. Дрелл С., Захариазен Ф. Электромагнитная структура нуклонов. ИИЛ, М., 1962.
5. Федянин В.К. Электромагнитная структура ядер и нуклонов. "Высшая школа", М., 1967.
6. Федянин В.К. Кинематика процессов с двумя фотонами. Изд-во математического института им. В.А.Стеклова АН СССР, М., 1961.
7. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. "Наука", М., 1976.
8. Тейлор Дж. Теория рассеяния. "Мир", М., 1975.
9. Сунакава С. Квантовая теория рассеяния. "Мир", М., 1979.
10. Нуссенцвейг Х.М. Причинность и дисперсионные соотношения. "Мир", М., 1976.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 января 1983 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Гришин В.Е., Федянин В.К. P17-83-33

Особенности рассеяния на солитонах в модели с взаимодействием ток-ток. Формфактор солитона в кинематической области импульсов $t \in [0{,}4\ m^2]$

В рамках полуфеноменологического подхода исследована структура вершинной функции для "солитонного тока", вычислен формфактор солитона для модели с $U_Q(1)$-симметрией. Получена зависимость модели от релятивистских инвариантов, которая приводит к существованию полюсов в кинематической области импульсов $q^2 \in (0{,}4\ m^2)$. Найдена связь между полюсами и резонансными состояниями. Каждый отдельный пик с учетом фонового фазового сдвига представляет собой резонанс типа Брейта-Вигнера.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Grishin V.E., Fedyanin V.K. P17-83-33

Some Specific Properties of Scattering on Solitons in the Model of Current-Current Interaction. Soliton Form Factor in the Kinematic Region of $t \in [0{,}4\ m^2]$ Momenta

In the framework of semiphenomenological approach the structure of vertex function for "soliton current" is investigated, soliton form factor is calculated for a model with $U_Q(1)$-symmetry. It is shown that the obtained dependence on the model relativistic invariants leads to the existence of poles in the kinematic region of $q^2 \in (0{,}4\ m^2)$ momenta. The connection is found between poles and resonance states. Each separate peak taking into account a background phase shift is a resonance of Breit-Wigner type.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.