

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

2372/83

10/5-83

P17-83-124

Д. Михалаке, Р. Г. Назмитдинов,\* В. К. Федянин

**Р-ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ  
НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ  
В СИММЕТРИЧНЫХ СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ**

Направлено в журнал "Physica Scripta"

---

\* НИИФФ Ташкентского государственного университета.

**1983**

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы ведутся интенсивные теоретические и экспериментальные исследования оптических свойств нелинейных структур. Границу между двумя диэлектрическими средами, одна из которых имеет показатель преломления, зависящий от интенсивности света, можно использовать как новый тип нелинейного оптического элемента. Такая поверхность может полностью отражать внешний световой поток ниже некоторого порога интенсивности и резко понижать отражающую способность при увеличении потока энергии.

В работе <sup>1/</sup> было показано, что в идеальном случае, когда падающий световой луч является плоской волной, может возникнуть явление гистерезиса для коэффициента отражения поверхности между линейной и нелинейными средами /оптический эффект Керра/ в зависимости от интенсивности падающего света. Возможность появления бистабильности характера отражения /оптический гистерезис/ впервые экспериментально была продемонстрирована в работе <sup>2/</sup> для пограничной поверхности структуры стекло- $CS_2$ . Интерес к изучению явления оптической бистабильности резко возрос в последние несколько лет /см., например, обзор <sup>3/</sup>/. Бистабильность, предсказанная Капланом <sup>1/</sup>, является внутренней, беззеркальной бистабильностью, в противоположность классической бистабильности нелинейного интерферометра Фабри-Перро <sup>4/</sup>. Недавно в двух коротких заметках Томлинсона <sup>5/</sup> и Аграновича и др. <sup>6/</sup> предложено точное решение уравнений Максвелла, которые описывают распространение s- и p-поляризованных нелинейных оптических поверхностных волн соответственно, в случае, когда один из двух диэлектриков, контактирующих между собой по всей поверхности, является оптически одноосным и характеризуется диагональным диэлектрическим тензором, квадратично зависящим от амплитуды электрического поля,

$$\begin{aligned} \epsilon_{11}(\omega, |\vec{E}|^2) &= \epsilon_{22}(\omega, |\vec{E}|^2) = \epsilon_{\perp}(\omega) + \alpha(\omega) (|\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2), \\ \epsilon_{33}(\omega, |\vec{E}|^2) &= \epsilon_{\parallel}(\omega). \end{aligned} \quad /1/$$

Эти двумерные оптические поверхностные волны распространяются вдоль поверхности с постоянной формой и интенсивностью <sup>5,6/</sup>. Маррадуин <sup>7/</sup> детально изучил дисперсионные соотношения в случае s-поляризованных нелинейных поверхностных волн. Заметим, что последние не имеют аналогов в линейной среде. Частоты этих нелинейных поверхностных волн являются функциями амплитуды электрического поля на границе между линейной и нелинейной диэлектри-

ческими средами. Это означает, что при фиксированной частоте распространения  $\omega$  можно менять постоянную распространения  $n = \frac{c}{\omega} k$  /k - волновой вектор/ путем варьирования потока энергии P в волне.

Недавно нами получено точное решение уравнений Максвелла <sup>8/</sup>, которые описывают распространение p-поляризованных нелинейных поверхностных поляритонов и p-поляризованных связанных волн-поляритонов в двух асимметричных слоистых структурах: а/ в пленке поверхностно активного материала, контактирующего по всей поверхности с другим, характеризуемым диагональным диэлектрическим тензором (I); б/ в пленке, описываемой тем же тензором (I) /оптически одноосный нелинейный кристалл/, контактирующей по всей поверхности с линейной средой. В работе <sup>9/</sup> Ахмедиевым были найдены бистабильные состояния s-поляризованных нелинейных поверхностных волн в симметричной слоистой структуре, состоящей из слоя толщиной d, характеризуемого линейной диэлектрической константой  $\epsilon_{\perp}$ , окруженного нелинейной средой, характеризуемой диагональным диэлектрическим тензором (I). Поток при этом является внешним параметром. В <sup>9/</sup> показано, что в случае  $a > 0$  /самофокусирующая среда/ существуют три различные моды: симметричная, антисимметричная и асимметричная. Асимметричная мода, возникающая выше некоторого минимального значения потока энергии, не имеет соответствующего аналога в линейном случае.

В зависимости от безразмерного параметра  $d/\lambda$  / $\lambda$  - длина волны структуры/ зависимость потока P от постоянной распространения  $n$  является N-образной как для симметричной, так и для антисимметричной мод <sup>9/</sup>. Такое поведение потока энергии приводит к появлению бистабильных состояний s-поляризованных нелинейных поверхностных волн, то есть фиксированному значению потока энергии в волне соответствуют два устойчивых значения постоянной распространения. В работе <sup>10/</sup> мы изучали симметричные (S) и антисимметричные (AS) моды p-поляризованных нелинейных поверхностных волн в аналогичной симметричной слоистой структуре как и в <sup>9/</sup>, но в случае  $a < 0$  /самодефокусирующая среда/. Выше некоторого минимального значения безразмерного параметра  $d/\lambda$  структуры нами было обнаружено бистабильное поведение как для симметричной, так и для антисимметричной мод, когда в качестве внешнего параметра выступает полный поток энергии нелинейных поверхностных волн <sup>10/</sup>.

В данной работе мы детально изучаем распространение p-поляризованных нелинейных поверхностных волн в симметричной слоистой структуре, такой же, как и в работе <sup>9/</sup>. В следующем разделе мы получим уравнения, определяющие дисперсионные соотношения для симметричной, антисимметричной и асимметричной мод. В разделе 3 мы рассчитаем поток энергии, несущий эти нормальные моды, как функцию постоянной распространения. В разделе 4 обсудим результаты проведенных нами численных расчетов. В заключение мы кратко представим наши выводы.

## 2. ДИСПЕРСИОННЫЕ СОСТОЯНИЯ

Рассмотрим симметричную слоистую структуру, состоящую из диэлектрической пленки толщиной  $d$ , характеризуемую диэлектрической константой  $\epsilon_1$  /линейная среда/, в области II ( $-d/2 < z < d/2$ ), которая окружена нелинейной средой со свойствами, описываемыми диэлектрическим тензором /1/ в области I ( $-\infty < z < -d/2$ ) и в области III ( $d/2 < z < \infty$ ). Мы будем изучать случай р-поляризованных волн, распространяющихся в х-направлении /ТМ-волны/. Представим ненулевые компоненты электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей в следующей форме:

$$E_{1,3} = \mathcal{E}_{1,3}(z) \exp(-i\omega t + ikx), \quad /2/$$

$$H_2 = \mathcal{H}_2(z) (-i\omega t + ikx).$$

Уравнения Максвелла имеют вид:

$$\frac{d\mathcal{E}_1}{dz} - ik\mathcal{E}_3 = i\frac{\omega}{c}\mathcal{H}_2, \quad /3/$$

$$\frac{d\mathcal{H}_2}{dz} = i\frac{\omega}{c}D_1,$$

$$k\mathcal{H}_2 = -\frac{\omega}{c}D_3.$$

Из /3/ следует

$$\frac{d^2\mathcal{E}_1^I}{dz^2} - \frac{q^2}{\epsilon_{II}}[\epsilon_1 + a(\mathcal{E}_1^I)^2]\mathcal{E}_1^I = 0 \quad z \leq -\frac{d}{2},$$

$$\frac{d^2\mathcal{E}_1^{II}}{dz^2} - k_1^2\mathcal{E}_1^{II} = 0 \quad -\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}, \quad /4/$$

$$\frac{d^2\mathcal{E}_1^{III}}{dz^2} - \frac{q^2}{\epsilon_{II}}[\epsilon_1 + a(\mathcal{E}_1^{III})^2]\mathcal{E}_1^{III} = 0 \quad z \geq \frac{d}{2},$$

где  $q^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_{II}$ ,  $k_1^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_1$ . Ищем решения, которые локализованы вблизи поверхности тонкой пленки и убывают при  $|z| \rightarrow \infty$ .

Решения /4/ в случае  $a < 0$  /самодефокусирующая среда/ имеют вид:

$$\mathcal{E}_1^I(z) = \left(\frac{2\epsilon_1}{|a|}\right)^{1/2} \left\{ \text{ch}\left[q\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_{II}}\right)^{1/2}(z - z_1)\right] \right\}^{-1}, \quad z \leq -\frac{d}{2},$$

$$\mathcal{E}_1^{II}(z) = \begin{cases} A_1 \text{ch}[k_1(z - z_0)], & n > n_1 \\ A_2 \cos[k_2(z - z_0)], & n < n_1 \end{cases} \quad -\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}, \quad /5/$$

$$\mathcal{E}_1^{III}(z) = \left(\frac{2\epsilon_1}{|a|}\right)^{1/2} \left\{ \text{ch}\left[q\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_{II}}\right)^{1/2}(z - z_2)\right] \right\}^{-1} \quad z \geq \frac{d}{2},$$

где

$$k_1 = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_1\right)^{1/2}, \quad k_2 = \left(\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_1 - k^2\right)^{1/2}, \quad n_1^2 = \epsilon_1.$$

В случае ТМ-волн  $\mathcal{E}_1$  и  $D_3$  являются непрерывными вдоль поверхности  $z = \pm d/2$ . Из граничных условий получаем уравнения для неизвестных  $z_0$  и  $n$  в случае  $n > n_1$ :

$$\frac{1 - b_1^2 \text{th}^2[k_1(d/2 - z_0)]}{1 - b_1^2 \text{th}^2[k_1(d/2 + z_0)]} = \frac{\text{ch}^2[k_1(d/2 - z_0)]}{\text{ch}^2[k_1(d/2 + z_0)]}, \quad /6/$$

где  $b_1 = \frac{q}{k_1} \frac{\epsilon_1}{\sqrt{\epsilon_{II}\epsilon_1}}$ . Уравнение /6/ имеет единственное решение  $z = 0$

для всех  $n > n_1$ . Решения /5/, для которых  $z_0 = 0$ , соответствуют симметричным модам (S) в симметричной слоистой структуре. В этом случае  $z_1 = z_2$  и дисперсионные соотношения для симметричных мод имеют вид:

$$\text{th}\left[q\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_{II}}\right)^{1/2}\left(z_2 - \frac{d}{2}\right)\right] = b_1 \text{th}\left(k_1 \frac{d}{2}\right) \quad n > n_1, \quad /7a/$$

$$\text{th}\left[q\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_{II}}\right)^{1/2}\left(z_2 - \frac{d}{2}\right)\right] = b_2 \text{tg}\left(k_2 \frac{d}{2}\right) \quad n < n_1, \quad /7b/$$

где

$$b_2 = \frac{q}{k_2} \frac{\epsilon_1}{\sqrt{\epsilon_{II}\epsilon_1}}.$$

Заметим, что в случае, когда  $a \rightarrow 0$ , то  $z_2 \rightarrow -\infty$ , и уравнение /7b/ превращается в дисперсионное соотношение для симметричных мод симметричного диэлектрического волновода.

Для симметричных мод амплитуда электрического поля внутри пленки имеет вид

$$A_1^2 = \frac{2\epsilon_1}{|a|} \text{ch}^{-2}\left(k_1 \frac{d}{2}\right) (1 - r_1^2) \quad n > n_1,$$

$$A_2^2 = \frac{2\epsilon_1}{|a|} \cos^{-2}(k_2 \frac{d}{2})(1 - r_2^2) \quad n < n_1. \quad /8/$$

где  $r_1 = b_1 \operatorname{th}(k_1 \frac{d}{2})$ ,  $r_2 = b_2 \operatorname{tg}(k_2 \frac{d}{2})$ .

Получим дисперсионные соотношения для антисимметричных (AS) и асимметричных мод. С этой целью перепишем второе решение уравнений Максвелла /4/ внутри пленки:

$$\epsilon_1^{\text{II}}(z) = \begin{cases} B_1 \operatorname{sh}[k_1(z - z_0)], & n > n_1 \\ B_2 \sin[k_2(z - z_0)], & n < n_1 \end{cases} \quad /9/$$

$$-\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2}.$$

В этом случае уравнения для неизвестных  $z_0$  и  $n$  выглядят следующим образом:

$$\frac{1 - b_1^2 \operatorname{cth}^2[k_1(d/2 - z_0)]}{1 - b_1^2 \operatorname{cth}^2[k_1(d/2 + z_0)]} = \frac{\operatorname{sh}^2[k_1(d/2 - z_0)]}{\operatorname{sh}^2[k_1(d/2 + z_0)]}, \quad n > n_1, \quad /10a/$$

$$\frac{1 - b_2^2 \operatorname{ctg}^2[k_2(d/2 - z_0)]}{1 - b_2^2 \operatorname{ctg}^2[k_2(d/2 + z_0)]} = \frac{\sin^2[k_2(d/2 - z_0)]}{\sin^2[k_2(d/2 + z_0)]}, \quad n < n_1. \quad /10b/$$

Легко проверить, что уравнения /10/ имеют решение  $z_0 = 0$ , которое соответствует антисимметричным модам (AS) в симметричной слоистой структуре. Из граничных условий получаем следующие дисперсионные соотношения для антисимметричных мод:

$$\operatorname{th}\left[q \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_{\text{II}}}\right)^{1/2} \left(z_2 - \frac{d}{2}\right)\right] = b_1 \operatorname{cth}\left(k_1 \frac{d}{2}\right) \quad n > n_1, \quad /11a/$$

$$\operatorname{th}\left[q \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_{\text{II}}}\right)^{1/2} \left(z_2 - \frac{d}{2}\right)\right] = -b_2 \operatorname{ctg}\left(k_2 \frac{d}{2}\right) \quad n < n_1. \quad /11b/$$

Если  $a \rightarrow 0$ , то  $z_2 \rightarrow -\infty$ , и из /11b/ мы получаем дисперсионное соотношение для антисимметричных мод линейного диэлектрического волновода. Отметим, что в рассматриваемом здесь случае нелинейной слоистой структуры дисперсионные соотношения /7/ и /11/ имеют решения в области  $n > n_1$ , соответствующие р-поляризованному нелинейному поверхностным волнам, для которых электрическое поле  $\epsilon_1(z)$  имеет два максимума, локализованных на поверхностях слоя в точках  $z = \pm z_2$ .

Амплитуды  $B_1$  и  $B_2$  электрического поля внутри линейной среды для антисимметричных мод представлены в виде

$$B_1^2 = \frac{2\epsilon_1}{|a|} \operatorname{sh}^{-2}\left(k_1 \frac{d}{2}\right)(1 - t_1^2), \quad n > n_1,$$

$$B_2^2 = \frac{2\epsilon_1}{|a|} \sin^{-2}\left(k_2 \frac{d}{2}\right)(1 - t_2^2), \quad n < n_1, \quad /12/$$

где  $t_1 = b_1 \operatorname{cth}\left(k_1 \frac{d}{2}\right)$ ,  $t_2 = b_2 \operatorname{ctg}\left(k_2 \frac{d}{2}\right)$ . Мы покажем, что уравнение /10/ также имеет решение  $z_0$ , которое отлично от нуля. Перепишем /10a/ в следующей форме:

$$(\phi_1^2 - \psi_1^2) [\psi_1^2 \phi_1^2 - b_1^2 (\psi_1^2 \phi_1^2 + \psi_1^2 + \phi_1^2)] = 0, \quad /13/$$

где

$$\phi_1 = \operatorname{sh}\left[k_1 \left(\frac{d}{2} + z_0\right)\right], \quad \psi_1 = \operatorname{sh}\left[k_1 \left(\frac{d}{2} - z_0\right)\right].$$

Уравнение /13/ имеет тривиальное решение  $z_0 = 0$ , а решение, отличное от нуля, определяется уравнением

$$(b_1^2 - 1) \operatorname{sh}^4(k_1 z_0) + 2[c_1^2(b_1^2 + 1) + b_1^2] \operatorname{sh}^2(k_1 z_0) + c_1^2[2b_1^2 + c_1^2(b_1^2 - 1)] = 0, \quad /14/$$

где  $c_1 = \operatorname{sh}\left(k_1 \frac{d}{2}\right)$ . Уравнение /14/ легко разрешимо

$$\operatorname{sh}^2(k_1 z_0) = \frac{c_1^2(1 + b_1^2) + b_1^2 \pm b_1(4c_1^4 + 4c_1^2 + b_1^2)^{1/2}}{1 - b_1^2}, \quad n > n_1. \quad /15/$$

Аналогично перепишем уравнение /10b/ в виде

$$(\phi_2^2 - \psi_2^2) [\psi_2^2 \phi_2^2 - b_2^2 (\psi_2^2 + \phi_2^2 - \phi_2^2 \psi_2^2)] = 0, \quad /16/$$

где

$$\phi_2 = \sin\left[k_2 \left(\frac{d}{2} + z_0\right)\right], \quad \psi_2 = \sin\left[k_2 \left(\frac{d}{2} - z_0\right)\right].$$

Вместе с тривиальным решением  $z_0 = 0$  имеется решение, отличное от нуля, определяемое из уравнения вида

$$(1 + b_2^2) \sin^4(k_2 z_0) - 2[(1 - b_2^2)c_2^2 + b_2^2] \sin^2(k_2 z_0) + c_2^2[c_2^2(1 + b_2^2) - 2b_2^2] = 0, \quad /17/$$

где  $c_2 = \sin\left(k_2 \frac{d}{2}\right)$ . Решение уравнения /17/ имеет вид

$$\sin^2(k_2 z_0) = \frac{[(1 - b_2^2)c_2^2 + b_2^2] \pm b_2(-4c_2^4 + 4c_2^2 + b_2^2)^{1/2}}{1 + b_2^2}, \quad n < n_1. \quad /18/$$

Решения уравнений /15/, /18/  $\pm z_0^{(1)}$ , соответствующие положительному знаку перед радикалом, зависят от безразмерного параметра  $d/\lambda$

структуры и п. Заметим, что для любых значений  $d/\lambda$  существуют  $n = n_0^{(1)} (n_0^{(1)} < n_1)$  такие, что правая часть уравнения /18/ /со знаком плюс перед радикалом/ всегда равна единице. В этом случае  $\sin^2(k_2 z_0) = 1$ , то есть  $k_2 z_0 = \pm \frac{\pi}{2}$ , и решение внутри линейной структуры принимает вид  $E_1^{II}(z) = B_2 \sin[k_2(z - z_0)] = B_2 \cos(k_2 z)$ . Таким образом, получаем симметричное решение. Кроме того, для всех значений  $d/\lambda$  от симметричной моды в точке  $R_1$  отщепляется асимметричная мода ( $M_1$ ). Значение постоянной распространения  $n = n_0^{(1)}$ , соответствующее точке отщепления  $R_1$ , как функция  $d/\lambda$  определяется из уравнения

$$(1 + b_2^2) - [c_2^2(1 - b_2^2) + b_2^2] - b_2(-4c_2^4 + 4c_2^2 + b_2^2)^{1/2} = 0 \quad /19/$$

или, что эквивалентно,  $(1 - b_2^2)/(1 + b_2^2) - c_2^2 = 0$ .

Рассмотрим решения  $\pm z_0^{(2)}$  уравнений /15/, /18/ /со знаком минус перед радикалом/. Легко проверить, что асимметричная мода ( $M_2$ ) отщепляется от антисимметричной моды (AS) в двух точках  $R_2^{(1)}$  и  $R_2^{(2)}$ , которые определяются уравнениями

$$[c_1^2(1 + b_1^2) + b_1^2] - b_1(4c_1^4 + 4c_1^2 + b_1^2)^{1/2} = 0, \quad n > n_1, \quad /20/$$

$$[(1 - b_2^2)c_2^2 + b_2^2] - b_2(-4c_2^4 + 4c_2^2 + b_2^2)^{1/2} = 0, \quad n < n_1, \quad /21/$$

Амплитуды  $B_1$  и  $B_2$  будут иметь вид

$$B_1^2 = \frac{2\epsilon_1}{|a|} \frac{1}{\text{sh}^2[k_1(d/2 \pm z_0)]} \{1 - b_1^2 \text{cth}^2[k_1(\frac{d}{2} \pm z_0)]\}, \quad n > n_1, \quad /22/$$

$$B_2^2 = \frac{2\epsilon_1}{|a|} \frac{1}{\sin^2[k_2(d/2 \pm z_0)]} \{1 - b_2^2 \text{ctg}^2[k_2(\frac{d}{2} \pm z_0)]\}, \quad n < n_1, \quad /23/$$

где  $z_0 = z_0^{(1)}$  соответствует первой асимметричной моде ( $M_1$ ),  $z_0 = z_0^{(2)}$  - второй асимметричной моде ( $M_2$ ). Из граничных условий получим следующие дисперсионные соотношения:

$$\text{th}[q(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_n})^{1/2}(z_2 - \frac{d}{2})] = b_1 \text{cth}[k_1(\frac{d}{2} - z_0)], \quad n > n_1, \quad /24/$$

$$\text{th}[q(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_n})^{1/2}(z_2 - \frac{d}{2})] = -b_2 \text{ctg}[k_2(\frac{d}{2} - z_0)], \quad n < n_1,$$

$$\text{th}[q(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_n})^{1/2}(z_1 + \frac{d}{2})] = -b_1 \text{cth}[k_1(\frac{d}{2} + z_0)], \quad n > n_1, \quad /25/$$

$$\text{th}[q(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_n})^{1/2}(z_1 + \frac{d}{2})] = b_2 \text{ctg}[k_2(\frac{d}{2} + z_0)], \quad n < n_1.$$

Дисперсионные соотношения /24/, /25/ содержат неизвестные  $z_1$  и  $z_2$ , но в последующем мы проинтегрируем их и перейдем к потоку энергии в нелинейной волне  $P$ , который является внешним параметром, задаваемым в эксперименте.

### 3. ПОТОК ЭНЕРГИИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ВОЛНЕ

Усредненный по времени поток энергии в  $x$  направлении на единицу длины в  $y$  направлении можно выразить в виде

$$P = -\frac{c}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}(E_3 H_2^*) dz. \quad /26/$$

Используя уравнения /8/, найдем поток энергии, несущий нелинейные симметричные моды (S):

$$P = P_0(1 + r_1) \left\{ \frac{\gamma_1}{\text{ch}^2(k_1 \frac{d}{2})} \left[ -1 + \frac{\text{sh}(k_1 d)}{k_1 d} \right] (1 - r_1) + \beta(1 - r_1 + r_1^2) \right\}, \quad n > n_1, \quad /27/$$

$$P = P_0(1 + r_2) \left\{ \frac{\gamma_2}{\cos^2(k_2 \frac{d}{2})} \left[ 1 - \frac{\sin(k_2 d)}{k_2 d} \right] (1 - r_2) + \beta(1 + r_2^2 - r_2) \right\}, \quad n < n_1, \quad /28/$$

где

$$P_0 = \frac{c}{8\pi} \frac{d}{|a|}, \quad \gamma_{1,2} = \frac{\omega}{c} k \frac{\epsilon_1 \epsilon_1}{k_{1,2}^2}, \quad \beta = \frac{4}{3} \frac{\omega}{c} k \frac{(\epsilon_1 \epsilon_1)^{1/2} \epsilon_1}{q^2} \frac{1}{qd}.$$

Уравнения /27/, /28/ дают нам зависимость  $\omega = \omega(k, P/P_0)$ , то есть дисперсионное соотношение для нелинейных симметричных мод (S). В случае  $P = 0$  уравнение /28/ приводит к условию  $1 + r_2 = 0$ , то есть к дисперсионному соотношению для  $p$ -поляризованных симметричных мод линейного волновода. Аналогичным образом, используя уравнения /12/, мы получим поток энергии для нелинейных антисимметричных мод (AS):

$$P = P_0(1 + t_1) \left\{ \frac{\gamma_1}{\text{sh}^2(k_1 \frac{d}{2})} \left[ 1 + \frac{\text{sh}(k_1 d)}{k_1 d} \right] (1 - t_1) + \beta(1 - t_1 + t_1^2) \right\}, \quad n > n_1, \quad /29/$$

$$P = P_0(1 - t_2) \left\{ \frac{\gamma_2}{\sin^2(k_2 \frac{d}{2})} \left[ 1 + \frac{\sin(k_2 d)}{k_2 d} \right] (1 + t_2) + \beta(1 + t_2^2 - t_2) \right\}, \quad n < n_1, \quad /30/$$

Заметим, что для  $P = 0$  уравнение /30/ приводит к условию  $1 - t_2 = 0$ , т.е. получается дисперсионное соотношение для антисимметричных мод линейного волновода. Окончательно выражение для потока энер-

гии, несущего асимметричные моды ( $M_1$ ) и ( $M_2$ ), принимает вид

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\gamma_1}{\text{sh}^2[k_1(d/2 \pm z_0)]} \{1 - b_1^2 \text{cth}^2[k_1(\frac{d}{2} \pm z_0)]\} \times$$

$$\times [1 + \frac{\text{sh}(k_1 d)}{k_1 d} \text{ch}(2k_1 z_0)] + \beta [1 + \frac{b_1^3}{2} [\text{cth}^3[k_1(\frac{d}{2} - z_0)] + \text{cth}^3[k_1(\frac{d}{2} + z_0)]]]$$

/31/

для случая  $n > n_1$  и

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\gamma_2}{\sin^2[k_2(d/2 \pm z_0)]} \{1 - b_2^2 \text{ctg}^2[k_2(\frac{d}{2} \pm z_0)]\} \times$$

$$\times [1 + \frac{\sin(k_2 d)}{k_2 d} \cos(2k_2 z_0)] + \beta [1 - \frac{b_2^3}{2} [\text{ctg}^3[k_2(\frac{d}{2} - z_0)] + \text{ctg}^3[k_2(\frac{d}{2} + z_0)]]]$$

/32/

для  $n < n_1$ , где  $z_0 = z_0^{(1)}$  соответствует асимметричной моде ( $M_1$ ) и  $z_0 = z_0^{(2)}$  - асимметричной моде ( $M_2$ ). Отметим, что выражения для потока энергии /31/ и /32/ симметричны относительно трансформации  $z_0 \rightarrow -z_0$ , т.е.  $P(z_0) = P(-z_0)$ . Далее, в случае  $z_0 = 0$  выражения /31/ и /32/ переходят в соответствующие формулы /29/ и /30/ для потока энергии антисимметричных мод. Легко также заметить, что при  $k_2 z_0 = \frac{\pi}{2}$  выражение /32/ переходит в формулу /28/ для потока энергии симметричной моды.

#### 4. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Мы выполнили численные расчеты потока энергии  $P(n, \frac{d}{\lambda})$  для некоторых значений параметра  $\frac{d}{\lambda}$  структуры и значений диэлектрических констант:  $n_1 = \sqrt{\epsilon_1} = 2$ ;  $n_{||} = \sqrt{\epsilon_{||}} = 1,8$ ;  $n_{\perp} = \sqrt{\epsilon_{\perp}} = 1,4$ . Из уравнения /19/ следует, что необходимое условие существования асимметричной моды ( $M_1$ ) - это выполнение неравенства  $1 - b_1^2 > 0$ , или, что эквивалентно,

$$n^2(n_{||}^2 n_{\perp}^2 - n_1^4) > n_1^2 n_{||}^2 (n_{\perp}^2 - n_1^2).$$

/33/

Но при нашем выборе параметров мы имеем  $n_{||}^2 n_{\perp}^2 - n_1^4 < 0$  и  $n_{\perp} < n_1$ . Отсюда следует, что асимметричная мода ( $M_1$ ) существует только

в интервале  $n_{||} < n < \bar{n}$ , где  $\bar{n} = \frac{n_1 n_{||} (n_1^2 - n_{\perp}^2)^{1/2}}{(n_1^4 - n_{||}^2 n_{\perp}^2)^{1/2}} < n_1$ . В разделе 2 мы

показали, что асимметричная мода ( $M_1$ ) отщепляется от симметричной в точке  $R_1$ , которая определяется уравнением /19/, что

эквивалентно уравнению типа

$$\sin^2[\pi \frac{d}{\lambda} (n_1^2 - n^2)^{1/2}] = \frac{n_{||}^2 n_{\perp}^2 (n_1^2 - n^2) - n_1^4 (n^2 - n_{||}^2)}{n_{||}^2 n_{\perp}^2 (n_1^2 - n^2) + n_1^4 (n^2 - n_{||}^2)}.$$

/34/

Уравнение /34/ имеет единственное решение  $n_0^{(1)} = n_0^{(1)}(\frac{d}{\lambda})$  для произвольного значения параметра  $d/\lambda$  структуры ( $n_{||} < n_0^{(1)} < n_1$ ). Покажем, что уравнения /15/, /18/ /со знаком минус перед радикалом/ не имеют реального решения  $z_0$  в области  $n > n_1$ . Для этого достаточно показать, что правая часть этих уравнений отрицательна. При нашем выборе параметров  $b_1^2 > 1$  для всех  $n > n_1$  легко увидеть, что  $c_1^2(1 + b_1^2) + a_1^2 > b_1(4c_1^4 + 4c_1^2 + b_1^2)^{1/2}$  для всех  $n > n_1$ . Следовательно, уравнения /15/, /18/ /со знаком минус перед радикалом/ не имеют вещественного значения  $z_0$ . Как следствие этого факта, вторая асимметричная мода ( $M_2$ ) отщепляется от антисимметричной только в одной точке  $R_2$ , которую можно определить решением уравнения /21/ или эквивалентного уравнения  $2b_2^2/(1 + b_2^2) - c_2^2 = 0$ , т.е.

$$\sin^2[\pi \frac{d}{\lambda} (n_1^2 - n^2)^{1/2}] = \frac{2n_1^4 (n^2 - n_{||}^2)}{n_{||}^2 n_{\perp}^2 (n_1^2 - n^2) + n_1^4 (n^2 - n_{||}^2)}.$$

/35/

Уравнение /35/ имеет единственное решение  $n_0^{(2)} = n_0^{(2)}(\frac{d}{\lambda})$ , которое определено в области  $n_{||} < n_0^{(2)} < n_1$ .

Зависимости потока энергии от постоянной распространения  $n$  для  $n_1 = 2,0$ ;  $n_{\perp} = 1,4$ ;  $n_{||} = 1,8$  и нескольких значений параметра структуры, показаны на рис.1-7. Для небольших значений  $d/\lambda$  постоянная распространения симметричной моды ( $S$ ) монотонно увеличивается с уменьшением потока энергии /см. рис.1 и 3/. Однако при увеличении толщины пленки  $d$  /длина волны  $\lambda$  постоянна/ для симметричной моды может возникнуть бистабильное поведение /см. рис.6/. Итак, для  $d/\lambda = 1,6$  /рис.6/ данному значению потока энергии соответствуют три значения постоянной распространения, два из которых могут быть связаны с бистабильными состояниями нелинейных поверхностных волн. Если безразмерный параметр  $d/\lambda$  структуры уменьшается, т.е. толщина  $d$  пленки уменьшается при заданной длине волны источника  $\lambda$  или  $\lambda$  увеличивается при заданной толщине пленки, антисимметричная мода также становится бистабильной /см. рис.3,5,6/. Из рис.1-7 следует, что асимметричные моды ( $M_1$ ) и ( $M_2$ ) могут существовать только выше некоторого порогового значения потока энергии. На рис.8,9 показана зависимость постоянной распространения  $n$  как функции безразмерного потока энергии  $P/P_0$ . При некоторых значениях безразмерного параметра структуры эта зависимость может проявляться как явление оптического гистерезиса в симметричной слоистой структуре. При  $d/\lambda = 1,0$  в случае антисимметричной моды ( $AS$ ) имеет место скачок от верхней до нижней

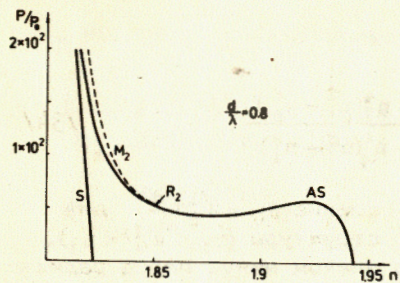


Рис.1. Зависимость потока энергии  $P/P_0$  для симметричной (S), антисимметричной (AS) и асимметричной ( $M_2$ ) мод от постоянной распространения  $n$ . Здесь  $d/\lambda = 0,8$ .

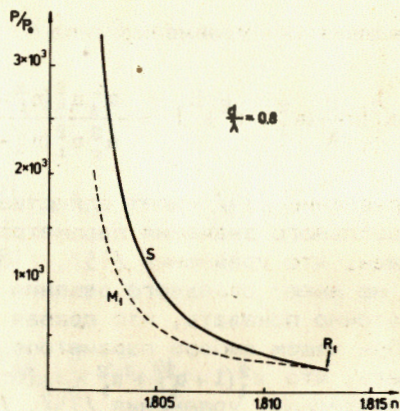


Рис.2. Зависимость потока энергии  $P/P_0$  для асимметричной моды ( $M_1$ ).  $d/\lambda = 0,8$ .

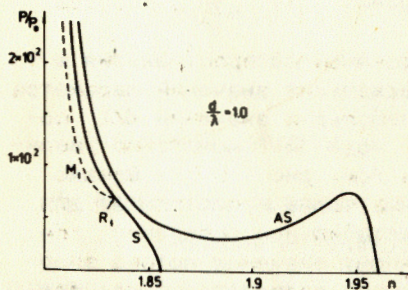


Рис.3. Зависимость потока энергии  $P/P_0$  для симметричной (S), антисимметричной (AS) и асимметричной ( $M_1$ ) мод от постоянной распространения  $n$ ,  $d/\lambda = 1,0$ .

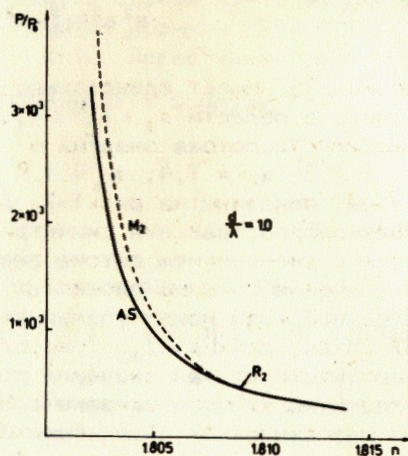


Рис.4. Зависимость потока энергии  $P/P_0$  для асимметричной моды ( $M_2$ ),  $d/\lambda = 1,0$ .

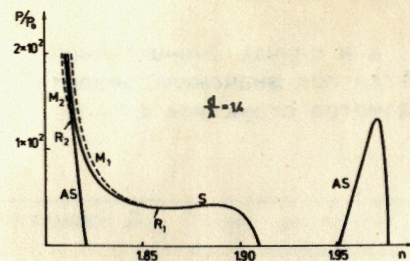


Рис.5. Зависимость потока энергии  $P/P_0$  для симметричной (S), антисимметричной (AS) и асимметричных ( $M_1$ ), ( $M_2$ ) мод от постоянной распространения  $n$ . Здесь  $d/\lambda = 1,4$ .

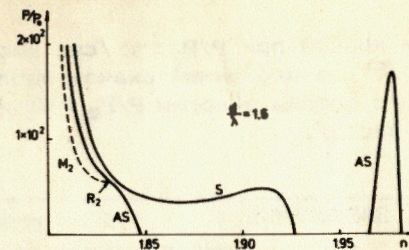


Рис.6. То же, что и для рис.1, но  $d/\lambda = 1,6$ .

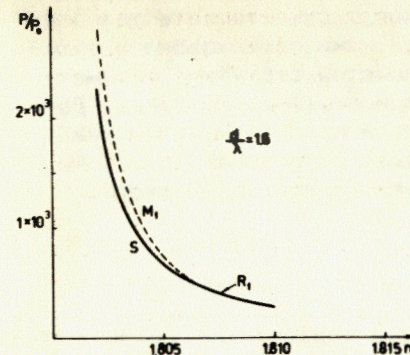


Рис.7. То же, что и для рис.2, но  $d/\lambda = 1,6$ .

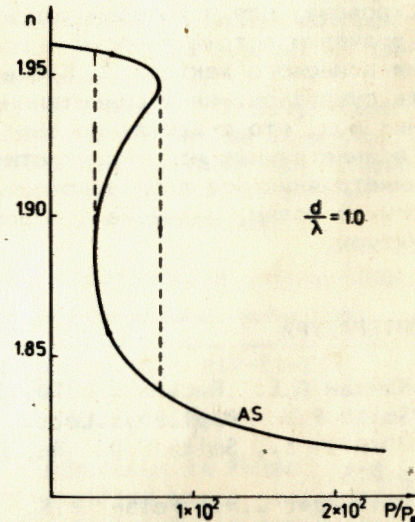


Рис.8. Зависимость постоянной распространения  $n$  от величины потока энергии  $P/P_0$  для антисимметричной моды (AS) при  $d/\lambda = 1,0$ .

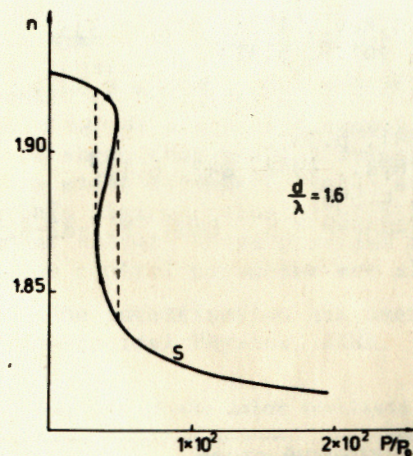


Рис.9. Зависимость постоянной распространения  $n$  от величины потока энергии  $P/P_0$  для симметричной моды (S) при  $d/\lambda = 1,6$ .

ветви кривой при  $P/P_0 \approx 80$  /см. рис.8/, а в случае симметричной моды (8) аналогичный скачок наблюдается при значениях безразмерного потока энергии  $P/P_0 \approx 50$  и параметра структуры  $d/\lambda = 1,6$  /см. рис.9/.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом нами показано, что для нелинейной среды, показатель преломления которой зависит от интенсивности падающего потока, может иметь место явление оптического гистерезиса и оптическая бистабильность, т.е. некоторому значению потока энергии в нелинейной среде могут соответствовать две устойчивые постоянные распространения  $n = \frac{c}{v}k$ . Следовательно, если длина волны  $\lambda$  фиксирована, для некоторой толщины структуры  $d$  при фиксированном значении потока энергии в волне могут существовать два значения волнового вектора  $k$ . Кроме того, нами предсказана возможность существования в симметричной слоистой структуре асимметричных мод, что существенно связано с нелинейностью среды. Данные асимметричные моды могут отщепляться от антисимметричных и симметричных мод выше некоторого порогового значения потока энергии в волне, значение которого зависит от характеристик структуры.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Каплан А.Е. Письма в ЖЭТФ, 1976, т.24, с.132.
2. Smith P.W. Appl.Phys.Lett., 1979, vol.35, p.846.
3. Abraham E., Smith S.D. Rep.Prog.Phys., 1982, vol.45, p.815.
4. Malburger J.H., Felber F.S. Phys.Rev., 1978, A17, p.335.
5. Tomlinson W.J. Opt.Lett., 1980, vol.5, p.323.
6. Агранович В.М., Бабиченко В.С., Черняк В.Я. Письма в ЖЭТФ, 1980, т.32, с.532.
7. Maradudin A.A. Z.Phys., 1981, B41, p.341.
8. Fedyanin V.K., Mihalache D. Z.Phys., 1982, B47, p.167.
9. Ахмедиев Н.Н. ЖЭТФ, 1982, т.83, с.545.
10. Михалаке Д., Назмитдинов Р.Г., Федянин В.К. ОИЯИ, P17-82-825, Дубна, 1982.

Рукопись поступила в издательский отдел  
1 марта 1983 года.

Михалаке Д., Назмитдинов Р.Г., Федянин В.К. P17-83-124  
P-поляризованные нелинейные поверхностные волны  
в симметричных слоистых структурах

Найдено точное решение уравнений Максвелла, соответствующее P-поляризованным нелинейным поверхностным волнам, распространяющимся в симметричной слоистой структуре. Последняя состоит из пленки, характеризуемой линейной диэлектрической константой распространения  $\epsilon_1$ , окруженной нелинейной средой, в которой элементы диагонального диэлектрического тензора зависят от амплитуды электрического поля согласно закону  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_1 + \alpha(|E_1|^2 + |E_2|^2)$ ,  $\epsilon_{33} = \epsilon_{||}$ . Показано, что вместе с симметричными и антисимметричными модами существуют асимметричные моды выше некоторого значения потока энергии. Найдены бистабильные состояния P-поляризованных нелинейных поверхностных волн в случае, когда поток энергии является внешним параметром.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.  
Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1983

Mihalache D., Nazmitdinov R.G., Fedyanin V.K. P17-83-124  
P-Polarized Nonlinear Surface Waves  
in Symmetric Layered Structures

An exact solution of Maxwell's equations is found, corresponding to P-polarized nonlinear surface waves propagating in a symmetric layered structure. The system under consideration consists of a layer with a linear dielectric constant  $\epsilon_1$  bounded at two sides by a nonlinear medium characterized by the diagonal dielectric tensor  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_1 + \alpha(|E_1|^2 + |E_2|^2)$ ,  $\epsilon_{33} = \epsilon_{||}$ . It is shown that besides symmetric and antisymmetric modes there exist asymmetric modes at lower power flows exceeding some certain minimal value. Bistable states of P-polarized nonlinear surface waves provided that the power flow in the wave is the control parameter are also found.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1983

Перевод О.С.Виноградовой.