

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

1179 83
P17-82-868
3-83

Г.Адам, С.Адам, Г.М.Гавриленко,
Д.Михалаке, В.К.Федянин

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ
КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
И РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЧАСТИЦ
В КРИСТАЛЛАХ

Направлено в Оргкомитет II Всесоюзной школы
по физике взаимодействия частиц с кристаллами,
Ташкент, октябрь, 1982 г.

1982

Важным, с точки зрения практического использования каналирования для физики высоких энергий, является предложение об использовании монокристаллов в формировании и управлении пучками энергетических частиц^{/1/}. Отклонение высокоэнергетических протонов от своего первоначального направления при помощи монокристалла кремния уже нашло свое экспериментальное подтверждение^{/2/}. Остается проблема охлаждения пучков энергетических частиц. Здесь необходимо обнаружить механизм, способный уменьшить поперечную энергию каналируемых сквозь кристалл частиц.

Рассмотрим рассеяние частиц при каналировании на коллективных степенях свободы кристалла, т.е. фононах. Приведем некоторые грубые оценки в пользу учета фононов в этом явлении.

Проникновение частиц в кристалл на значительную глубину /протоны в диапазоне энергий $5 \div 10$ ГэВ проходят через монокристалл Si на расстоянии в несколько сантиметров от его поверхности^{/2/} приводит к тому, что каналируемая частица находится там значительное время. Если принять скорость ее равной $\sim 10^{10}$ см/с, а длину кристалла 1 см, то время нахождения частицы в кристалле будет $\sim 10^{10}$ с. Атомы кристалла, участвующие в тепловом движении, имеют его частоту порядка 10^{13} с⁻¹, т.е. существует значительный запас времени для протекания релаксационных процессов с участием фононов.

Введем функцию $f(z, S_{\perp})$, описывающую распределение частиц в элементе фазового объема $dS_{\perp} = dR_{\perp} dV_{\perp}$ на глубине кристалла z . Значок \perp означает принадлежность к трансверсальной плоскости. Для вывода уравнения на функцию $f(z, S_{\perp})$ используем общее описание /т.е. уравнение Лиувилля для полной функции распределения $\mathcal{D}(t, S, \Sigma)$, где Σ - кристалл, S - каналируемая частица /и его редукцию к $f(z, S_{\perp})$ при помощи техники проекционных операторов и теории возмущения^{/3/}. Обсудим основные моменты, связанные с формулировкой теории возмущения^{/3/}.

1. Взаимоднозначное соответствие между положением частицы в кристалле и временем каналирования позволяет перейти от $\mathcal{D}(t, S, \Sigma)$ к функции $\mathcal{D}(z, S_{\perp}, \Sigma) \equiv \mathcal{D}(t(z), V_z(z, S_{\perp}, \Sigma), S_{\perp}, \Sigma)$.

2. Малый параметр в теории формулируется следующим образом. Пусть e, v_0, v_{\perp}, ϕ - характерные масштабы измерения физических величин при каналировании, т.е.

$$\vec{R} = e\vec{R}, \quad \vec{V}_{\perp} = v_{\perp}\vec{V}_{\perp}, \quad V_z = v_0 V_z, \quad U(\vec{R}) = \phi U(\vec{R}),$$

где $U(\vec{R})$ - эффективное взаимодействие каналируемой частицы с отдельным ионом в кристалле. Тогда малым параметром, характерным для каналирования, является отношение

$$\epsilon = v_{\perp} / v_0 = \sqrt{2\phi / Mv_0^2} \ll 1.$$

Уравнения на $f(z, S_{\perp})$ в ϵ^2 -аппроксимации получены в работах /4,5/. Приведем простейшее уравнение для функции распределения частиц по поперечной энергии (z, E_{\perp}) /4/

$$\frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) = \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} [E_{\perp} \kappa (\frac{\partial}{\partial E_{\perp}} + \theta^{-1})] g(z, E_{\perp}), \quad /1/$$

θ - температура кристалла, κ - некоторый коэффициент, не зависящий от E_{\perp} и $\sim E_0^{-1/2}$, E_0 - продольная энергия частицы. Видим, что /1/ существенно отличается от уравнения диффузионного типа Линдхарда /6/, описывающего нагрев пучка за счет рассеяния на флуктуациях ионов около положения равновесия без учета их подвижности и электронной подсистемы. Уравнение /1/ имеет нетривиальное стационарное решение /5/. Расчет изменения поперечной энергии на основе /1/ приводит к формуле /5/:

$$\bar{E}_{\perp}(z) = E_0^{\perp} \exp(-\frac{\kappa z}{\theta}) + \theta \{1 - \exp(-\frac{\kappa z}{\theta})\}. \quad /2/$$

При $\theta \rightarrow 0$ с учетом того, что имеется предел $\kappa/\theta = a$ /3/, /2/ переходит в формулу, впервые предложенную в работе /1/:

$$\bar{E}_{\perp}(z) = E_0^{\perp} \exp(-az)$$

При учете электронной подсистемы и примесей аддитивным образом для $g(z, E_{\perp})$ можно предложить уравнение /5/

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) &= \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} [E_{\perp} \kappa (\frac{\partial}{\partial E_{\perp}} + \theta^{-1})] g(z, E_{\perp}) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} \mathcal{D}(E_{\perp}) \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} g(z, E_{\perp}), \end{aligned}$$

имеющее уже иное стационарное решение. Второе слагаемое в уравнении /3/ - линдхардовского типа. В линейном приближении для диффузионной функции $\mathcal{D}(E_{\perp}) \sim aE_{\perp}$ оно сводится к /1/, но с перенормированной температурой. Однако здесь заметим, что, в отличие от κ , диффузионная функция $\mathcal{D} \sim E_0^{-1/\theta}$, так что в асимптотике по E_0 более важными становятся фоновые члены. Физической основой разной зависимости функций κ и \mathcal{D} от энергии E_0 является тот факт, что время взаимодействия частицы с отдельным электроном уменьшается как $E_0^{-1/2}$ при $E_0 \rightarrow \infty$, тогда как $t_{вз}$ частицы с фононами при характерном времени релаксационных процессов в кристалле $\sim 10^{-13}$ с практически бесконечно, что и обуславливает разную энергетическую зависимость κ и \mathcal{D} от E_0 .

В последнее время появилось большое количество работ, как теоретических, так и экспериментальных, по исследованию электромагнитного излучения, возникающего при каналировании электронов и позитронов. Это обусловлено не только возможностью его практического использования, но и важностью с точки зрения всей проблемы взаимодействия заряженных частиц с веществом /7-9/. В работе /10/ были проведены модельные расчеты спектра излучения электронов с энергиями $E=2$ МэВ при аксиальном каналировании в кристалле MgO в направлении $\langle 1,1,0 \rangle$. Расчеты показывают наличие двух пиков в излучении на частотах $\hbar\omega_1=2,5$ кэВ и $\hbar\omega_2=2$ кэВ. В работе /11/ исследованы характеристики излучения при плоскостном каналировании позитронов с энергиями $E=50$ МэВ, 1 ГэВ, 10 ГэВ в кристаллах KCl, KBr в направлении $\langle 1,1,1 \rangle$. В этих соединениях плоскости $\langle 1,1,1 \rangle$ поочередно заселены атомами вида А и Б. В результате амплитуды усредненных потенциалов Линдхарда этих плоскостей отличаются друг от друга, и возможно каналирование как между соседними кристаллографическими плоскостями, заселенными атомами различного типа, так и между плоскостями, заселенными атомами одного типа. Полный усредненный потенциал $U(x)$ системы трех плоскостей /Б,А,Б/ аппроксимирует двухъямным потенциалом

$$U(x) = \frac{k}{2}(x - x_0)^2, \quad x > 0; \quad U(x) = \frac{k}{2}(x + x_0)^2, \quad x < 0. \quad /4/$$

Хотя позитроны в диапазоне энергий $5 \div 10$ ГэВ имеют релятивистскую скорость, в плоскости, поперечной движению, они совершают нерелятивистские осцилляции, что и приводит к излучению. Поперечное движение каналируемых релятивистских частиц в системе отсчета позитрона описывается нерелятивистским уравнением Шредингера

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{d^2}{dx^2} + \gamma U(x) \right\} \Psi_n(x) = \epsilon_n \Psi_n(x), \quad /5/$$

γ - релятивистский фактор.

Спектр энергий и собственные функции задачи /5/ с потенциалом /4/ даются выражениями:

$$\epsilon_{\nu_n} = \hbar\omega_0 \left(\nu_n + \frac{1}{2} \right), \quad \Psi_{\nu_n}(x) = c_n D_{\nu_n} [\sqrt{2a}(x - x_0)], \quad x > 0;$$

$$\Psi_{\nu_n}(x) = (-1)^n c_n D_{\nu_n} [-\sqrt{2a}(x + x_0)], \quad x < 0;$$

$$\omega_0 = \left(\frac{\gamma k}{m_0} \right)^{1/2}, \quad a = \left(\frac{m_0 \omega_0}{\hbar} \right)^{1/2},$$

где $D_\nu(x)$ - функция параболического цилиндра. Для нечетных состояний $\nu_n = \nu_{2l+1}$ получаем уравнение для определения ν_n :

$$K_{\nu_{2l+1}}(-ax_0) = 0,$$

для четных состояний $\nu_n = \nu_{2l}$ имеем:

$$ax_0 K_{\nu_{2l}}(-ax_0) + 2\nu_{2l} K_{\nu_{2l}-1}(-ax_0) = 0,$$

где K_ν - функция Эрмита.

Конкретные расчеты показывают наличие двух пиков, отвечающих монохроматическим составляющим на частотах $\hbar\omega_1$ и $\hbar\omega_2$, соответствующим переходам между "эквидистантными" уровнями у дна и вершины ямы. Например, при каналировании позитронов с энергией $E = 1$ ГэВ имеем $\hbar\omega_1 \sim 3,59$ МэВ, $\hbar\omega_2 \sim 2,30$ МэВ для KBr и $\hbar\omega_1 \sim 3,34$ МэВ, $\hbar\omega_2 \sim 1,70$ МэВ для KCl. Для частот справедливо соотношение

$$\omega_1/\omega_2 \approx 2 \sqrt{V_1/V_2},$$

где V_1, V_2 - амплитуды усредненных потенциалов плоскостей, что для KBr составляет $\sim 1,63$, а для KCl $\sim 1,90$. Далее, рассмотрим особенности излучения позитронов в диапазоне энергий $5 \div 10$ ГэВ, каналируемых в кристалле Si вдоль плоскости /1,1,0/.

Взаимодействие частицы с плоскостью кристалла опишем потенциалом Мольера вида:

$$U_A(\vec{x}) = 2\pi Z_A e^2 \mu_p a_A \sum_{j=1}^3 (u_j/\beta_j) e_{\Delta p}(-\beta_j \vec{x}/a_A),$$

где

$$a_A = \left(\frac{9\pi^2}{128}\right)^{1/3} Z_{\Delta\phi}^{-1/3} a_0, \quad Z_{\Delta\phi} = (Z_A^{2/3} + 1)^{3/2},$$

x - координата частицы в плоскости, поперечной каналированию. Остальные обозначения стандартны /7-9/. В расчетах мы учтем эффект присутствия соседнего канала /возможность туннелирования/ и полный потенциал взаимодействия частицы с кристаллом представим в приближении трех плоскостей /обычно рассматривают две/. Вне каналов движения частицы потенциал положим равным нулю. Численные расчеты собственных значений ϵ_n и полуаналитические выражения для собственных функций $\Psi_n(x)$ вычислялись специальным быстросходящимся методом /12/. В дипольном приближении интенсивность излучения позитрона, падающего под углом δ к плоскости кристалла, дается выражением:

$$\frac{d^2}{d\omega d\Omega} W(\delta) = \sum_{\{n,n'\}} P_n(\delta) |\langle \Psi_n | x | \Psi_{n'} \rangle|^2 \hbar\omega \times \quad /6/$$

$$\times \begin{cases} c_1 (\hbar\omega)^2 - c_2 (\hbar\omega) \hbar\tilde{\omega}_{n,n}^M + c_3 (\hbar\tilde{\omega}_{n,n}^M)^2, & \hbar\omega \in I_{n,n'} \\ 0, & \hbar\omega \notin I_{n,n'} \end{cases}$$

$$I_{n,n'} = (\hbar\tilde{\omega}_{n,n}^M, \hbar\tilde{\omega}_{n,n'}^M), \quad n-n' = \pm 1, \pm 3, \dots$$

где $P_n(\delta)$ - заселенность уровня n при влете частицы под углом δ /13,14/. В выражении для $\tilde{\omega}_{n,n}^M$ учитывалась параметрическая

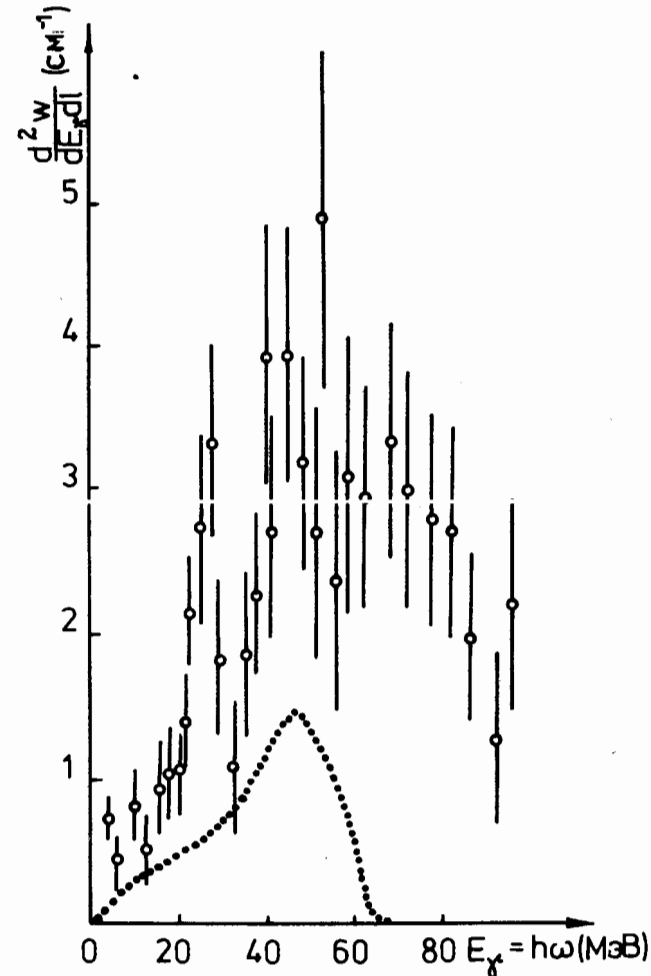


Рис.1. Спектральная плотность излучения вперед на единицу пути, испускаемая позитроном с энергией 10 ГэВ при плоскостном каналировании в Si вдоль плоскости /1,1,0/. Сплошная кривая - теория. Экспериментальные точки - данные работы /18/.

зависимость между продольным и поперечным движением ^{17/}. В остальном формула /6/ имеет стандартный вид ^{15/}. В выражении для $P_n(\delta)$ учитывалась дисперсия пучка относительно угла влета в кристалл δ . Результаты теоретических расчетов и экспериментов приведены на рис.1-3. На рис.1 дано сравнение спектральных плотностей излучения вперед на единицу пути теоретических расчетов и эксперимента ^{16/} для энергии позитрона 10 ГэВ. На рис.2, 3 - в сравнении с экспериментами ^{17/} для энергий позитронов

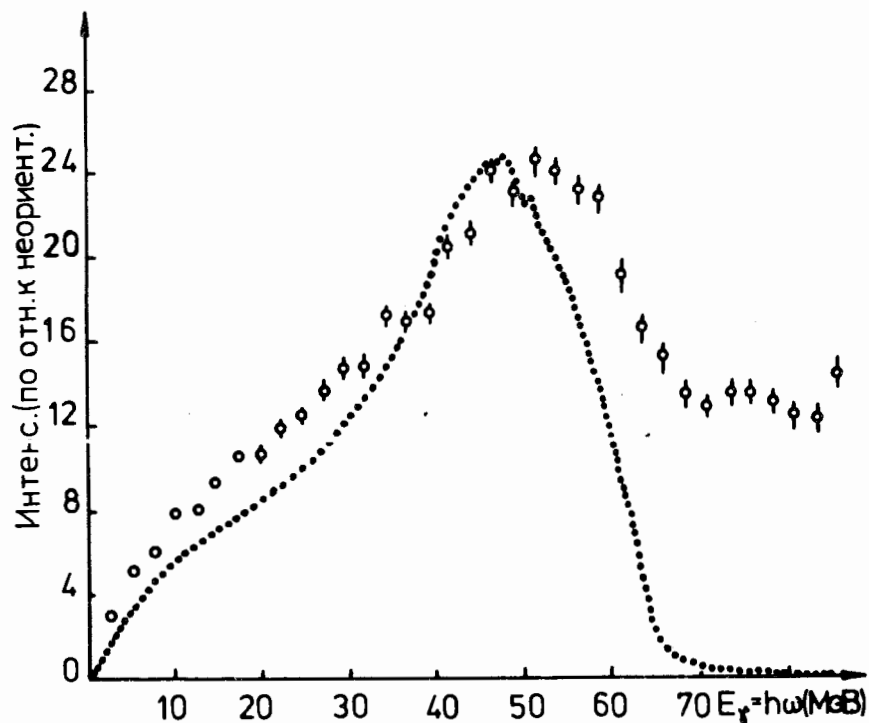


Рис.2. То же, что на рис.1, но в сравнении с экспериментом ^{17/} для позитронов с энергией 10 ГэВ.

10 и 5 ГэВ. В расчетах всюду пренебрегалось вкладами от когерентного тормозного излучения и высших гармоник. В случаях 2,3 величины пиков для теории и эксперимента брались одинаковыми, после чего форма кривых и ширина пиков хорошо согласовывались с экспериментальными данными. В области 25 МэВ на рис.1 и 2 вместо наблюдаемого в эксперименте ^{16/} пика на всех кривых для спек-

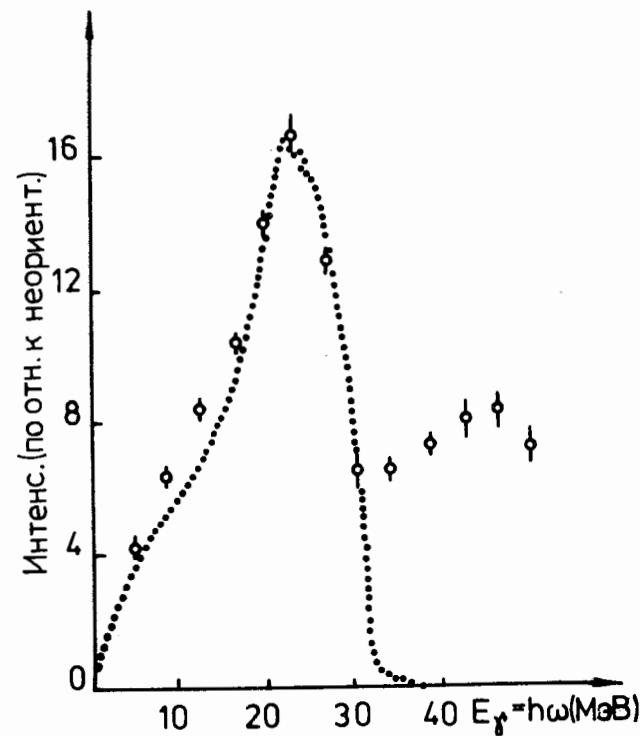


Рис.3. То же, что и на рис.1, но в сравнении с экспериментом ^{17/} для позитронов с энергией 5 ГэВ.

ральных плотностей излучения появляется точка перегиба. В области энергий каналируемых позитронов /5 ГэВ/ подтверждается наличие резко выделенного пика ^{17/}.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tsyganov E.N. Preprint Fermilab TM-682, TM-684, 1976.
2. Elishev A.F. et al. Phys.Lett., 1979, 88B, p. 387.
3. Федянин В.К., Гавриленко Г.М. ЭЧАЯ, 1981, 12, с. 220.
4. Gavrilenko G.M., Fedyanin V.K. Physica, 1981, 105A, p. 229.
5. Адам Г. и др. ОИЯИ, P17-80-748, Дубна, 1980.
6. Lindhard J., Dan K. Vid.Selsk. Mat.Fys.Medd., 1965, 34, No.14.
7. Bazylev V.A., Zhevago N.K. Rad.Effects, 1981, 54, p.41.
8. Wedell R. Phys.Stat.Sol., 1980, 99(b), p.11.
9. Калашников Н.П. Когерентные взаимодействия заряженных частиц в монокристаллах, Атомиздат, М., 1981.

10. Terhune R.W. Pantell R.H. Appl.Phys.Lett., 1977, 30, p.265.
11. Михалке Д., Гавриленко Г.М., Федянин В.К. ОИЯИ, P17-81-651, Дубна, 1981.
12. Adam Gh., Thesis Ph.D. Bucharest, 1979; Preprint FT-207-1981, CI Ph-Bucharest, 1981.
13. Pantell R.H., Alguard M.J. J.Appl.Phys., 1979, 50, p.798.
14. Andersen J.U., Ericson K.P., Laegsgaard E. Physica Scripta, 1981, 24, p. 588.
15. Kumakhov M.A. Phys.Lett., 1976, 57A, p.17.
16. Filatova N.A. et al. Phys.Rev.Lett., 1982, 48, p. 488.
17. Atkinson M. et al. Phys.Lett., 1982, B110, p. 162.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 декабря 1982 года.

Адам Г. и др. P17-82-868

О некоторых особенностях когерентного излучения
и распространения частиц в кристаллах

Рассмотрен процесс рассеяния высокоэнергетических частиц на фонах при их каналировании через монокристаллы и показана его важная роль в этом явлении. Предсказываются два пика в основной моде излучения позитронов при каналировании через бинарные монокристаллы. Приведены характеристики излучения при каналировании позитронов через кремний в диапазоне $5 \div 10$ ГэВ.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Adam Gh. et al. P17-82-868

On Some Special Properties of Coherent Radiation
and Particle Distribution in Crystals

The scattering of the high energy particles channeled through crystals on the lattice phonons is reviewed and it is proved to play an important role at large penetration depths. Then the occurrence of two distinct peaks is shown to be predicted by the theory for the radiation spectrum emitted by positrons channeled along special planes in binary crystals. Finally, free of fit parameters theoretical results are reported for the spectral density of the radiation emitted in the forward direction by 5 GeV and 10 GeV positrons channeled along (110) planes in Si. A comparison with the recent experimental data of references ^{16/} and ^{17/} is performed.

The investigation has been performed at the Laboratory of
Theoretical Physics, JINR.
Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.