сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна



Р17-82-748

И.Г.Гочев

# ДОМЕННАЯ СТЕНКА В КВАНТОВОЙ СПИНОВОЙ ЦЕПОЧКЕ

1982

Интенсивное изучение нелинейных явлений в магнетизме в последние годы привело, в частности, к определенной точке зрения на солитон как связанное состояние большого числа квазичастиц. В работах Косевича с сотрудниками /1/, где предложена такая интерпретация, показано совпадение энергии квазиклассически проквантованных локализованных решений уравнения Ландау-Лифшица с точными квантовомеханическими результатами для одномерной цепочки /см. также /2,3//. Вычисление спиновой плотности проведено лишь в случае сравнительно легких комплексов, описание которых возможно в рамках одномерной модели бозонов с $\delta$-образным притяжением /2/. Представляет интерес вычисление спиновой плотности и сравнение с классическим результатом в случае предельно тяжелого комплекса, который,согласно /1/, соответствует доменной стенке /ДС/. Подобное исследование в случае спина $s=1/2$ позволяет выяснить, насколько точно уравнения классической теории ДС учитывают эффективное отталкивание квазичастиц. Это отталкивание, которое связано с невозможностью поместить два и больше спиновых отклонений на одном узле, в случае тяжелых комплексов приводит к насыщению спиновой плотности, что качественно отличается от коллапсирующего поведения плотности частиц в бозонной системе.

В настоящем сообщении вычислена плотность предельно тяжелого спинового комплекса в цепочке с обменной анизотропией. Показано, что в случае слабой анизотропии, когда справедливо континуальное приближение, результат совпадает с результатом классической теории ДС.

Запишем гамильтониан цепочки в виде

$$\mathcal{H} = -J\sum_{\ell}\left[\frac{1}{g}(S^x_\ell S^x_{\ell+1} + S^y_\ell S^y_{\ell+1}) + S^z_\ell S^z_{\ell+1}\right], \qquad /1/$$

где $g$ - константа обменной анизотропии, $g>1$; $J$ - обменный интеграл, $J>0$; $S^a_\ell$ - оператор $a$-й проекции спина в $\ell$-м узле, $s=1/2$. Для системы /1/ известны явные выражения для энергии и волновой функции спинового комплекса из $n$ магнонов как в случае периодических граничных условий /4/, так и в случае ограниченной цепочки /5/. Здесь нам удобнее воспользоваться результатами для случая ограниченной системы /1/. Энергию и волновую функцию комплекса, локализованного вблизи границы такой цепочки, запишем в виде /5/

$$\epsilon_n = \frac{J}{2}\,\mathrm{th}\,\sigma\cdot\mathrm{th}\,n\sigma;\quad |\psi_n> = A_n\sum_{\{m_i\}} B_{m_1\ldots m_n} S^-_{m_1}\ldots S^-_{m_n}|0>,$$

$$B_{m_1\ldots m_n} = \prod_{\nu=1}^{n} v_\nu^{(m_\nu - m_{\nu-1})/2}, \quad m_0 \equiv 0, \quad m_1 \geq 1, \qquad /2/$$

$$v_\nu = \frac{\operatorname{ch}^2(\nu-1)\sigma}{\operatorname{ch}^2 n\sigma}, \quad \sigma = \ln(g + \sqrt{g^2-1}), \quad \sum_{\{m_i\}} \ldots \equiv \sum_{m_1<\ldots<m_n} \ldots .$$

Перейдем к вычислению среднего значения $z$-й проекции спина $<\psi_n|S^z_m|\psi_n> = \frac{1}{2} - \rho_n(m)$, где

$$\rho_n(m) = \sum_{\nu=1}^{n} \sum_{\{m_i\}} \delta(m - m_\nu) \cdot A_n^2 \cdot |B_{m_1\ldots m_n}|^2 .$$

Вычисление подобных средних в связанном многочастичном состоянии является громоздкой задачей, и до сих пор она доведена до конца лишь в случае одномерной системы бозонов с $\delta$-образным притяжением [6]. В нашем случае несложное вычисление приводит к следующему результату для нормировочной константы: $A_n = \prod_{\nu=1}^{n} (1-v_\nu)/v_\nu$. При помощи этого выражения $\rho_n(m)$ удается записать в виде

$$\rho_n(m) = \sum_{p=0}^{m} \sum_{p_1=0}^{p} (-1)^{p-p_1} \cdot X^{(p_1)}_{m-p_1} \cdot Y^{(p-p_1)}_{m-p_1},$$

где

$$X^{(k)}_m = \sum_{1\leq j_1\leq j_2\leq\ldots\leq j_k}^{m} v_{j_1} v_{j_2} \ldots v_{j_k}, \qquad Y^{(k)}_m = \sum_{1\leq j_1<j_2<\ldots<j_k}^{m} v_{j_1} v_{j_2} \ldots v_{j_k}.$$

Величины $X^{(k)}_m$ и $Y^{(k)}_m$ удовлетворяют, как можно убедиться прямой подстановкой, следующим соотношениям:

$$X^{(k)}_m = v_m X^{(k-1)}_m + X^{(k)}_{m-1}, \qquad /3/$$

$$Y^{(k)}_m = v_m Y^{(k-1)}_{m-1} + Y^{(k)}_{m-1} .$$

Легко проверить, что при больших $n$ $\rho_n(m)=1$ для $m \ll n$ /область насыщения/ и $\rho_n(m)=0$ для $m \gg n$. Нас будет интересовать поведение $\rho_n(m)$ в области $n \sim m$. При $n \gg 1$ и $m \gg 1$ имеем $v_m = \exp[2\sigma(m-n-1)]$, $X^{(1)}_m = Y^{(1)}_m = \exp[\sigma(2m-2n-1)] \cdot (2\operatorname{sh}\sigma)^{-1}$, и в этом случае удается решить уравнения /3/. Решение запишем в виде

$$X^{(k)}_m = \tilde{A}_k \exp[\sigma(2k(m-n) + c_k)], \quad Y^{(k)}_m = \tilde{A}_k \exp[\sigma(2k(m-n) + a_k)],$$

где

$$\tilde{A}_k = (2^k \operatorname{sh}\sigma \cdot \operatorname{sh}2\sigma \ldots \operatorname{sh}k\sigma)^{-1}, \quad a_k = -k(k+1)/2, \quad c_k = k(k-3)/2.$$



С помощью найденного решения выражение для $\rho_n(m)$ можно привести к виду $(m - n \equiv \xi \leq 0)$

$$\rho(\xi) = \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \exp[2\sigma p\xi - (p+1)p\xi] . \qquad /4/$$

При выводе /4/ использовано тождество

$$\sum_{p_1=0}^{p} (-1)^{p_1} \tilde{A}_{p_1} \tilde{A}_{p-p_1} \exp[(p+1)(p-2p_1)\sigma/2] \equiv 1 ,$$

которое можно доказать по индукции.

Выражение /4/ для $\rho(\xi)$ при $\xi\leq 0$ определяет плотность $\rho(\xi)$ при всех $\xi$. Действительно, при больших $n$ выражение для $|B_{m_1\ldots m_n}|^2$ удается записать в виде $|B_{m_1\ldots m_n}|^2 \sim \exp[-2\sigma(m_1+\ldots+m_n)]$, после чего легко показать, что $\rho(\xi) = 1-\rho(1-\xi)$. Таким образом, найдена плотность предельно тяжелого спинового комплекса при произвольном значении константы анизотропии, и эта плотность описывается некоторой доменной стенкой $(\rho(\xi) \underset{\xi\to-\infty}{\to} 1, \ \rho(\xi) \underset{\xi\to\infty}{\to} 0)$.

В случае слабой анизотропии $\sigma \equiv 2\eta \ll 1$ $(g \cong 1+2\eta^2)$ возможно упрощение выражения /4/. Действительно, при $\xi + 2p + \frac{3}{2} \ll \frac{1}{4\eta} \equiv \xi_0$ члены знакочередующейся суммы в /4/ плавно меняются по абсолютной величине, сумму можно вычислить при помощи интеграла, а в результате получаем $\rho(\xi) = \frac{1}{2}$. Плавное изменение членов нарушается в области $\xi \sim \xi_0$, где существенны $p \ll \xi_0$/при $p \sim \xi_0$ сами слагаемые порядка $e^{-\xi_0} \ll 1$/. В этом случае $\xi+p+½$ можно заменить на $\xi$ и /4/ сводится к следующему простому выражению:

$$\rho(\xi) = \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \exp(4\eta p\xi) = (1 + e^{4\eta\xi})^{-1} . \qquad /5/$$

Вычисление $\rho(\xi)$ в области $\xi > 0$ приводит также к выражению /5/.

Мы не станем проводить классическое рассмотрение ДС в системе /1/, поскольку в континуальном приближении функционал энергии, соответствующий гамильтониану /1/, имеет такую же форму, какую имеет функционал энергии для ферромагнетика с одноионной анизотропией [3]. Если воспользоваться результатами для ДС, полученными в рамках последней модели [1,7], в нашем случае можно получить для энергии и плотности $\rho(\xi) = 1/2(1-\cos\theta)$ доменной стенки выражения $\epsilon = \eta J$ и $\rho(\xi) = (1+e^{4\eta\xi})^{-1}$, которые полностью совпадают * с квантовыми результатами /2/ и /5/ при $\sigma = 2\eta \ll 1$.

---

* Совпадение энергии тяжелого комплекса в цепочке /1/ с периодическими граничными условиями с удвоенной энергией ДС раньше показанно Ивановым в работе [2].

Таким образом, показано, что результаты классической теории для энергии и $S^z_m$ в континуальном приближении совпадают с точными квантовомеханическими результатами для предельно тяжелого комплекса в анизотропной цепочке /1/ спинов $s=1/2$.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Иванов Б.А., Косевич А.М. ЖЭТФ, 1977, 72, с. 2000;
   Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. ФНТ, 1977, 3, с. 906.
2. Иванов Б.А. ФНТ, 1977, 3, с. 1036.
3. Gochev I.G. Phys.Lett., 1982, A89, p. 31.
4. Овчинников А.А. Письма в ЖЭТФ, 1967, 5, с. 48;
   Гочев И.Г. ЖЭТФ, 1971, 61, с. 1674.
5. Гочев И.Г. Письма в ЖЭТФ, 1977, 26, с. 136.
6. Ковалев А.С., Косевич А.М. ФНТ, 1976, 2, с. 913;
   Гочев И.Г. ОИЯИ, Р17-80-770, Дубна, 1980.
7. Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах, "Мир", М., 1977, с. 17.



Рукопись поступила в издательский отдел
22 октября 1982 года.





Гочев И.Г. Р17-82-748

Доменная стенка в квантовой спиновой цепочке

Исследован тяжелый спиновый комплекс, локализованный вблизи границы ограниченной цепочки. Учтена обменная анизотропия и рассмотрен случай $s=1/2$. Вычислена плотность перевернутого спина при любом значении константы анизотропии. Показано, что в общем случае выражение для плотности описывает доменную стенку. В случае слабой анизотропии, когда справедливо континуальное приближение, результат совпадает с результатом классической теории доменных стенок. Таким образом, подтверждена предложенная ранее интерпретация локализованных решений классических уравнений как связанных многочастичных состояний.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982



Gochev I.G. P17-82-748

Domain Wall in the Quantum Spin Chain

The heavy spin complex localized near the end of the semiinfinite chain is investigated. The exchange anisotropy is taken into account. The reversed spin density at any value of the anisotropy constant is evaluated. It is shown that the expression of the spin density described a domain wall. In the case of weak anisotropy when the contimuum approximation is valid the result coincides with that known from the classical domain wall theory. In such a way, the interpretation of the localized solutions of the classical equations as many particle bound states is confirmed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982


Перевод О.С.Виноградовой.