объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-82-583

В.К.Федянин

ДИНАМИЧЕСКИЙ ФОРМФАКТОР РАССЕЯНИЯ НЕЙТРОНОВ НА СОЛИТОНАХ В КВАЗИОДНОМЕРНЫХ МАГНЕТИКАХ

Направлено в Оргкомитет Международной конференции по магнетизму /Киото, сентябрь 1982 г./

1982

После пионерской работы[1] все возрастающий интерес вызывают различные проявления вклада солитонной моды в квазиодномерных магнетиках[2-7]. В данной заметке мы получим выражения для структурных факторов $S(q,\omega)$ магнетиков, в которых возникновение солитонных мод имеет своей подосновой различные физические причины.

Будем исходить из общей формулы для $S(q,\omega)$, полученной в[8]:

$$S(q,\omega) = \bar{N}_s \frac{p'(v_0)\Delta^2(v_0)}{2\pi q\, Z_1 h} f(-q\Delta(v_0)) f(q\Delta(v_0)) e^{-\beta E(v_0)} \qquad /1/$$

$$Z_1 = \frac{1}{h}\int_{-L}^{L} dx_0 \int dp^{-\beta E(p)} = \frac{2L}{h}\int dp\, e^{-\beta E(p)}, \quad v_0 = \omega/q ,$$

здесь $f(\lambda)$ строится на солитонных решениях /см. ниже/, $\Delta(v)$- область локализации солитона /вообще говоря, зависящая от его скорости/, p и $E(p)$ - импульс и энергия солитона, ω и q - переданная энергия и импульс нейтрона ($\omega = E'-E$, $q = k'-k$). Вслед за[1] и[9] мы рассматриваем солитон как частицеподобное возбуждение, локализованное на отрезке $\Delta(v)$. При конкретном механизме возбуждения солитонов налицо некоторое распределение их по ширинам Δ, но мы будем пренебрегать этим обстоятельством, считая, что на длине $2L$ хаотическим образом распределено $\bar{N}_s$ солитонов: рассматривается "газовое" приближение[10]. При известной смелости можно учесть и взаимодействие между солитонами[8]; оно приводит к численной перенормировке $\bar{N}_s$. Как нам представляется, равновесные аспекты квазиодномерных солитонов можно описывать в модели решеточного газа с взаимодействием ближайших соседей. Это позволяет свести проблему к модели Изинга, что, в свою очередь, дает возможность пользоваться точными выражениями для корреляционных функций[11]. На этой основе можно обсуждать, например, кинк-антикинковую кластеризацию, корреляционные эффекты и т.п. В газовом приближении, однако, в $S(q,\omega)$ входят лишь $\bar{N}_s = <\sum_f n_f> = 2L\bar{n}$ /мы пользуемся терминологией[1-9]/. Заметим, кстати, что в ортодоксальном подходе модели решеточного газа[11,12] $\bar{n} \simeq \frac{1}{\Delta} j(T)$, где

$j(T) = \frac{Z_1}{N_s}$ - "неконфигурационная" часть статистической суммы, описывающая движение солитона в окрестности f -узла. Конкретные выражения для Z_1 в различных моделях будут приведены ниже.

В[3] показано, что в квазиодномерном изотропном гейзенберговском магнетике с магнон-фононным взаимодействием шредингеровские амплитуды, описывающие отклонение спина в точке (x,t) от его значения, при насыщении S подчиняются $S3$ -уравнению Шредингера. Его нормированное решение дается формулой

$$C(x,t) = (2\Delta)^{-1/2}\,\mathrm{ch}^{-1}\left(\frac{x-vt+x_0}{\Delta}\right) e^{i(kx-\omega+\phi_0)},\quad \Delta=\frac{J_0 m v_0^2}{S J_1^2}\left(1-\frac{v^2}{v_0^2}\right), \qquad /2/$$

m - "масса спина", J_0 - обменный интеграл при выключенном фонон-магнонном взаимодействии, $(J_1=0)$, v_0 - скорость звука, x_0, ϕ_0 - начальные положение и фаза. k, ω вычислены в /3/ и здесь не понадобятся. Там же показано, что энергия и импульс солитона $E(v)$, $p=m_s v$ даются формулами "нерелятивистского типа":

$$E(v) = \left[\mu B - \frac{(J_1 S)^4}{J_0 S (m v_0)^2}\right] + \frac{m_s v^2}{2},\quad m_s = m_0 + \frac{4(J_1 S)^4}{J_0 S m^2 v_0^6}, \qquad /3/$$

$m_0 = \dfrac{\hbar^2}{2J_0 S a_0^2}$ - масса свободного магнона. Итак, следствием взаимодействия магнитного возбуждения с колебаниями решетки является локализация его на ширине $\Delta(v)$; это возбуждение движется по одномерной системе самосогласованно с деформацией решетки со скоростью v. При "выключении" магнон-фононного взаимодействия $(J_1\to 0)$ область локализации $\Delta\to\infty$, охватывая всю систему, а возбуждение переходит в обычную спиновую волну.

Воспользовавшись /2/, имеем для квантовомеханического среднего проекции спина в узле f на ось x /в континуальном приближении в "точке" x, t / выражение

$$\langle\psi(t)\, S_f\, \psi(t)\rangle = S-|C(x,t)|^2 = S - \left|2\Delta\,\mathrm{ch}^{-2}\frac{x-vt+x_0}{\Delta}\right|. \qquad /4/$$

В данном конкретном случае нас интересует автокорреляционная функция $\langle |C(x,t)|^2 |C(0,0)|^2\rangle$, т.е. $f(\lambda)=\frac{1}{2\Delta}\int\frac{d\rho}{\mathrm{ch}^2\rho}e^{i\lambda\rho}$. Для величин, фигурирующих в /1/, имеем

$$f(q\Delta)=f(-q\Delta)=\frac{\pi q}{\mathrm{sh}\,\frac{\pi q\Delta}{2}},\quad \Delta=\frac{J\, m v_0^2}{S J_1^2}\left(1-\frac{\omega^2}{q^2 v_0^2}\right),$$

$$Z_1 = \frac{2L}{h}(2\pi m_s\theta)^{1/2} e^{-\beta\epsilon},\quad E(v_0)=\epsilon+\frac{m_s}{2}\left(\frac{\omega}{q}\right)^2, \qquad /5/$$

$$\epsilon = \left[\mu B - \frac{(J_1 S)^4}{J_0 S (m v_0)^2}\right],\quad p'(v_0)=m_s.$$

"Солитонная" часть динамического структурного фактора дается, таким образом, формулой

$$S_s(q,\omega)=\bar n_s\frac{2m_s}{\pi q}\left(\frac{x}{\mathrm{sh}\,x}\right)^2 \frac{e^{-\beta\frac{m_s}{2}\left(\frac{\omega}{q}\right)^2}}{(2\pi m_s\theta)^{1/2}},\quad x=\frac{\pi q\Delta}{2}. \qquad /6/$$

Ширина квазиупругой компоненты $\Delta\omega \simeq q\left(\frac{8\theta}{m_0}\right)^{1/2}$ при $q\lesssim\frac{4}{\pi\Delta}$ - энергетическая ширина $\sim\sqrt{\theta}$. Интегральная интенсивность $S(q)=\int d\omega\, S(q\omega)$ экспоненциально зависит от T и B.

Согласно /13/ существует квазиодномерный ферромагнетик, адекватно описываемый в рамках гейзенберговской модели, - $[(CH_3)_4N][NiCl_3]$ $S=1$; $1{,}6 < T < 79K^\circ$. "Подгоночным" параметром в интерпретации экспериментов по рассеянию нейтронов является $J_1 = -\frac{\partial J}{\partial x}\big|_{a_0} > 1$/остальные параметры, фигурирующие в /6/, приведены в /13/.

В /2/ была рассмотрена модель магнетиков типа "Легкая плоскость", обобщающая квазиодномерную систему, рассмотренную в /1/. Обобщение заключалось в том, что а/ вдоль оси анизотропии Oz могло быть направлено продольное магнитное поле H_2, б/ сама ось анизотропии Oz не обязательно совпадала с направлением наиболее интенсивного обменного взаимодействия. Было показано, что соответствующие углы вектора намагниченности

$$\vec M = M_0[\sin\theta(r,t)\cos\phi(r,t),\ \sin\theta(r,t)\sin\phi(r,t),\ \cos\theta(r,t)], \qquad /7/$$

$\phi(r,t)$ - угол в "легкой плоскости" xOy, $\theta(r,t)$ - угол между намагниченностью и осью анизотропии подчиняются уравнениям

$$\phi'' - c_0^{-2}\phi_{tt} = \mu^2\sin\phi,\quad \cos\theta = \frac{\hbar\phi_t}{4\beta_0\mu_0 M_0}+\frac{H_2}{2\mu M_0}, \qquad /8/$$

$$\mu^2 = \frac{2\alpha M_0 H_1}{\left[1-\left(\frac{H_2}{2\mu M_0}\right)^2\right]^{1/2}},\quad c_0^2 = \frac{16\beta\mu_0\alpha M^2}{\hbar^2}\left[1-\left(\frac{H_2}{2\mu M_0}\right)^2\right].$$

Естественно, если положить $H_2=0$ и выбрать соответствующим образом α и β, мы придем к результату /1/; c_0 - "предельная скорость" солитона, μ - его "масса". Кинк-антикинковое решение описывается формулой

$$\cos\phi(x,t) = 1-2\,\mathrm{ch}^{-2}\left[\frac{x-vt+x_0}{\Delta}\right],\quad \Delta=\mu^{-1}\left(1-\frac{v^2}{c_0^2}\right)^{1/2} - \qquad /9/$$

включение поля H_2 "сужает" солитон /1/, при $H_1\to\infty$ спины фиксируются в "легкой плоскости" и элементарные возбуждения суть магноны. Здесь интересно было бы разобрать ситуацию о переводе магнетика типа "Легкая плоскость" в магнетик типа "Легкая ось" /это зависит от соотношения между H_1 и H_2/.

Вклад в солитонную моду дает как "поперечная" часть структурного фактора $\langle \cos\phi(x,t)\ \cos\phi(0,0)\rangle$, так и "продольная часть" $\langle \sin\phi(x,t)\ \sin\phi(0,0)\rangle$. Для соответствующих величин, фигурирующих в /1/, имеем

$$f_\perp(\lambda) = 2\int \mathrm{ch}^{-2}\rho\ e^{i\lambda\rho}\,d\rho = \frac{4\lambda\pi}{\mathrm{sh}\,\frac{\lambda\pi}{2}}, \qquad \lambda = q\,\Delta\left(\frac{\omega}{q}\right),$$

$$f_\parallel(\lambda) = 2\int \mathrm{ch}^{-1}\rho\ \mathrm{sh}^{-2}\rho\ e^{i\lambda\rho} = \frac{4i\lambda\pi}{\mathrm{ch}\,\frac{\lambda\pi}{2}}, \qquad /10/$$

$$Z_1 = \frac{2L}{h}\int e^{-\beta E(p)}dp = \frac{4LE_s^0}{hc_0}K_1(\beta E_s^0),$$

$$E(p) = \gamma(v)\,E_s^0\ ; \qquad p(v) = \frac{E_s^0}{c_0^2}\,v\gamma(v),$$

$$E_s^0 = 8\mu, \quad \gamma(v) = \left(1-\frac{v^2}{c_0^2}\right)^{-1/2}; \quad p'(v_0) = \frac{E_s^0}{c_0^2}\gamma^3(v_0).$$

Полный формфактор дается формулой

$$S(q,\omega) = \frac{16\bar{n}\,\gamma(v_0)}{\mu^2 c_0^2\,\pi q}\ \frac{e^{-\beta E_s^0}}{K_1(\beta E_s^0)}\left[\frac{x^2}{\mathrm{ch}^2 x} + \frac{x^2}{\mathrm{sh}^2 x}\right], \quad x = \frac{\pi q}{2\mu\gamma(v_0)}. \qquad /11/$$

Уместно отметить, что при практическом использовании формулы /11/ для анализа экспериментальных данных необходимо четко фиксировать выбор системы единиц /это может изменить численный коэффициент/[7]/. Нам представляется, что, наряду с уже экспериментально исследованными системами $CsNiF_3$ и $(CH_3)_4NMnCl_3$, где выделен вклад солитонной моды в интенсивность квазиупругого рассеяния/[1,5]/, к рассмотренным выше системам можно отнести и $RbFeCl_3$- параметры его приведены в/[13]/. Заметим, что формула /1/ с минимальными модификациями применима и для анализа вклада бионов /бризеров/. Мы не станем здесь приводить соответствующих формул, - они громоздки, отметим лишь, что наряду с вкладом в центральный пик возникают и "сателлитные" линии/[14]/. При низких температурах вклад бионов играет существенную роль, поскольку для них налицо "безактивационная зависимость" от E_s^0.

Динамика одномерных магнетиков типа "Легкая ось" может рассматриваться на базе следующего уравнения для спина:

$$\hbar\vec{S}_t = J(\vec{S}\times\vec{S}_{\xi\xi}) + A(\vec{S}\times\vec{n})\ (\vec{S}\cdot\vec{n}), \qquad /12/$$

здесь n - единичный вектор вдоль оси, J - обменный интеграл $(J>0)$, A, $(A>0)$ - константа анизотропии. Поскольку мы не учитываем

взаимодействия с колебаниями решетки /хотя это и можно сделать/, солитоны, описываемые решениями /12/, являются "чисто магнитными" солитонами. Солитонное решение /12/ имеет вид/[15]/:

$$S(x,t) = S\left[1 - 2\,\frac{\mathrm{sh}^2\frac{n}{n_0} + \sin^2\frac{\pi p}{2p_0}}{\mathrm{ch}\,\frac{x-vt+x_0}{\Delta} + \mathrm{sh}^2\frac{n}{n_0}}\right] \qquad /13/$$

мы выбрали за ось анизотропии ось Ox. Интегралы движения n и p трактуются как число магнонов, связанных в солитонной моде, и ее квазиимпульс,

$$\Delta_n^{-1} = a_i^{-1}\sqrt{\frac{A}{J}}\ \mathrm{th}\left(\frac{n}{n_0}\right)\left[1 + \frac{\sin^2\frac{\pi p}{2p_0}}{\mathrm{sh}^2\frac{n}{n_0}}\right]$$

$$p_0 = \frac{2\pi\hbar S}{a_0}, \qquad n_0 = 4S\sqrt{\frac{J}{A}}, \qquad /14/$$

a_0 - постоянная решетки, p_0 - предельный импульс. В/[6]/ $S(q,\omega)$ был рассчитан для $|p| \ll p_0$. Формула /1/ позволяет это сделать для любых p $(-p_0 \le p \le p_0)$. Действительно, учитывая, что энергия солитона дается формулой

$$E(p,n) = \epsilon_n + \frac{8S^2\hbar^2}{a_0^2 m_n^*}\ \sin^2\frac{p\pi}{2p_0},$$

$$\epsilon_n = 4S^2\sqrt{AJ}\ \sin\frac{n}{n_0}, \qquad m_n^* = \frac{m_0^* n_0}{2}\,\mathrm{sh}^2\frac{n}{n_0}, \qquad m_0^* = \frac{\hbar^2}{2SJa_0^2}, \qquad /15/$$

получаем для величин, фигурирующих в /1/:

$$f(\lambda) = \frac{4S\pi}{\mathrm{sh}\,\frac{\lambda\pi}{2}}\left(\mathrm{sh}^2\frac{n}{n_0} + \sin^2\frac{\pi p}{2p_0}\right)\frac{\sin\left[\frac{\lambda}{2}\,\mathrm{arc\,ch}\frac{2n}{n_0}\right]}{\mathrm{sh}\,\frac{2n}{n_0}},$$

$$Z_1 = \frac{4L}{h}\,p_0\exp\left[-4\beta S^2\left(\sqrt{AJ}\ \mathrm{th}\frac{n}{n_0} + \frac{\hbar^2}{m_n^* v_0^2}\right)\right] I_0(a/2), \qquad /16/$$

$$a = 8\beta\,\frac{S^2\hbar^2}{a_0^2 m_n^*}, \qquad p'(v_0) = m_n^*.$$

Это приводит к следующему выражению для $S(q,\omega)$:

$$S(q,\omega)=\bar{n}_s \frac{\sqrt{\bar{J}}}{A^{3/2}} \frac{p_0 a_0^2}{2\pi q} \left(\frac{\mathrm{sh}\,\frac{2n}{n_0}}{\mathrm{sh}\,\frac{q\Delta(v_0)}{2}} \right)^2 \frac{e^{-a\,\mathrm{Sin}^2 \frac{\pi m_n^* \omega}{2p_0 q}}}{e^{-a/2} I_0(a/2)}, \qquad /17/$$

$I_0(t)$ - функция Бесселя нулевого порядка.

При $\pi\omega m_n^* \ll 2p_0 q$ и $a \gg 1$ интенсивность квазиупругой компоненты имеет гауссов вид. Поскольку $a \sim \mathrm{sh}^{-1}(\frac{2n}{n_0})$,это эквивалентно требованию $n \lesssim n_0$: для массивных солитонов $n \gg n_0$ ситуация может заметно отличаться.

ЛИТЕРАТУРА

1. Микешка Н. J.Phys., 1978, 55, p.129.
2. Федянин В.К., Юшанхай В.Ю. ОИЯИ, Р17-12896, Дубна, 1979.
3. Федянин В.К., Юшанхай В.Ю. ОИЯИ, Р17-80-69, Дубна, 1980; Phys.Lett., 1981, 85A, 2, p.100.
4. Reiter G. Phys.Rev.Lett., 1981, 46, 3, p.202.
5. Boncher J.R. et al. Journ.of Appl.Phys., 1981, March.
6. Федянин В.К., Юшанхай В.Ю. ФТНТ, 1981, 7,2, с.177.
7. Timmen J., Bullough R.X. Phys.Lett., 1981, 82A,4, p.183.
8. Федянин В.К. ОИЯИ, Р17-82-268, Дубна, 1982.
9. Currie J. et al. Phys.Rev., 1980, B22, 2, p.477.
10. Krumhansl J., Schrieffer J. Phys.Rev., 1975, B11, p.3535.
11. Тябликов С.В., Федянин В.К. ФММ, 1967, 23,2, с.123; Федянин В.К. В сб.: Статистическая физика и квантовая теория поля /под ред. Н.Н.Боголюбова/. "Наука", М., 1973.
12. Хилл Т. Статистическая механика. ИЛ, М., 1960.
13. Sterner M., Villarn J., Windsor C. Adv.Phys., 1976, 25, p.87.
14. Маханьков В.Г. ОИЯИ, Р17-82-248, Дубна, 1982.
15. Иванов Б., Косевич А. ЖЭТФ, 1977, 72, с.2000.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 августа 1982 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика

Федянин В.К. Р17-82-583

Динамический формфактор рассеяния нейтронов на солитонах в квазиодномерных магнетиках

Полученное нами ранее общее выражение для динамического формфактора $S(q,\omega)$ [1] используется для анализа экспериментов по рассеянию нейтронов на "газе" солитонов в магнетиках. Конкретно - в магнетиках типов "Легкая ось", "Легкая плоскость", квазиодномерных, изотропных, гайзенберговских ферромагнетиках с магнон-фононным взаимодействием.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Fedyanin V.K. P17-82-583

Dynamic Formfactor of Neutron Scattering on Solitons in the Quasi-One-Dimensional Magnetics

The general expression we have found earlier for the dynamic form factor $S(q,\omega)$ [1] is used to analyse experiments on the neutron scattering by the "gas" of solitons in magnetics: in magnetics of the type of "light axis", "light plane", quasi-one-dimensional, isotropic, Heisenberg ferromagnets with magnon-phonon interaction.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод Т.Ю.Думбрайс.