объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-82-567

Н.С.Тончев

О КРИТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ СИСТЕМ С ЭКСИТОННЫМ ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ

Направлено в журнал "Physics Letters A"

1982

В 1975 году Хорнрайх, Лубан и Штрикман [1] исследовали новый тип мультикритической точки, названной ими точкой Лифшица. Точка Лифшица (μ_L, θ_L) определяется как решение системы уравнений

$$A_2(\mu, \theta) = C_2(\mu, \theta) = 0\,,$$

где функции A_2 и C_2 являются коэффициентами в разложении Ландау для большого термодинамического потенциала

$$\Omega(\mu, \theta; \Delta) = A_2(\mu, \theta)\Delta^2 + A_4(\mu, \theta)\Delta^4 + A_6(\mu, \theta)\Delta^6 + \ldots + C_2(\mu, \theta)(\mathrm{grad}\Delta)^2 + C_4(\mu, \theta)(\mathrm{div\,grad}\Delta)^2 + \ldots\,. \qquad /1/$$

В выражении /1/ Δ - параметр порядка, μ - химический потенциал и $\theta = k_B T$ - температура.

Известен и подробно изучен /см., например, [2] и цитируемую там литературу/ и другой тип мультикритической точки - трикритическая точка, которая определяется системой уравнений

$$A_2(\mu, \theta) = A_4(\mu, \theta) = 0.$$

Конкретные физические системы, в которых имеет место трикритическая точка, или точка Лифшица, описаны в работах [2] и [3,4].

Совсем недавно в работе [5] было указано, что в некоторых системах с электрон-дырочным спариванием точка Лифшица и трикритическая точка совпадают, т.е. $\mu_L = \mu_T = \mu^*$ и $\theta_L = \theta_T = \theta^*$. В этой работе рассматривался только случай $\mu/\theta \ll 1$ /т.е. область, находящаяся далеко от мультикритической точки (μ^*, θ^*)/ и было показано, что в таких системах с ростом μ критическая область расширяется. В работе [5] отмечалось, что в веществах со структурой А-15 некоторые наблюдаемые особенности в температурном поведении восприимчивости и сжимаемости можно связать с этим эффектом.

Заметим, что совпадение точки Лифшица и трикритической точки приводит к совершенно новому критическому поведению таких систем.

Целью данной работы является: 1/ вычисление для систем с электрон-дырочным спариванием коэффициентов A_2, A_4, A_6, C_2, и C_4 в разложении /1/ как функций μ и θ во всей плоскости, включая и точку (μ^*, θ^*); 2/ оценка ширины критической области $\ell = |\theta - \theta_c|/\theta_c$ вокруг температуры фазового перехода $\theta_c(\mu)$.

Рассмотрим модельную систему, описываемую гамильтонианом

$$H = \sum_{k,\sigma}[\epsilon_a(k)a^+_{k,\sigma}a_{k,\sigma} + \epsilon_b(k)b^+_{k,\sigma}b_{k,\sigma}] + \lambda V^{-1}\sum_{\substack{q,k,k'\\ \sigma,\sigma'}} a^+_{k+q,\sigma}a_{k,\sigma}b^+_{k'-q,\sigma'}b_{k',\sigma'}, \qquad /2/$$

где операторы $a^{\#}_{k,\sigma}$ и $\epsilon_a(k)$ относятся к валентной зоне, а операторы $b^{\#}_{k,\sigma}$ и энергия $\epsilon_b(k)$ - к зоне проводимости. Для простоты рассмотрим случай изотропных зон с одинаковыми эффективными массами $m_a = m_b = m$:

$$\epsilon_{a,b}(k) = \mp k^2/2m \pm E_F - \mu,$$

$\mu \neq 0$ означает различие концентраций электронов и дырок в системе. Все результаты легко можно обобщить на случай $m_a \neq m_b$. Система /2/ исследовалась многими авторами /см., например, [6,7] в связи с проблемой фазового перехода в так называемое экситонное состояние /параметр порядка $\Delta = V^{-1}\sum_k \langle a^+_k b_k \rangle \neq 0$/.

Коэффициенты A_2, A_4, A_6 в разложении /1/ могут быть вычислены путем разложения в ряд Тэйлора выражения для большого термодинамического потенциала, полученного в приближении молекулярного поля. Коэффициенты C_2 и C_4 удобнее вычислить методом, изложенным в работе [8].

После довольно длинных вычислений получаем:

$$A_2(\mu, \theta) = [2\lambda N(0)]^{-1} - \ln(w/2\pi\theta) + \mathrm{Re}\psi(1/2 + i\mu/2\pi\theta) \simeq \alpha(\mu, \theta_c)(\theta - \theta_c), \qquad /3/$$

$$\alpha(\mu, \theta_c) = 2N(0)[(\mu/2\pi\theta_c^2)\mathrm{Im}\psi'(1/2 + i\mu/2\pi\theta_c) + \theta_c^{-1}],$$

$$A_4(\mu, \theta_c) \simeq -[N(0)/8(2\pi\theta_c)^2]\mathrm{Re}\psi''(1/2 + i\mu/2\pi\theta_c), \qquad /4/$$

$$A_6(\mu, \theta_c) \simeq [N(0)/192(2\pi\theta_c)^4]\mathrm{Re}\psi^{IV}(1/2 + i\mu/2\pi\theta_c), \qquad /5/$$

$$C_2(\mu, \theta_c) \simeq (E_F/m)A_4(\mu, \theta_c), \qquad /6/$$

$$C_4(\mu, \theta_c) \simeq (E_F/m)^2 A_6(\mu, \theta_c), \qquad /7/$$

где $\psi(z)$ - дигамма- функция и $(d^{(n)}/dz^{(n)})\psi(z) = \psi^{(n)}(z)$.

При получении выражений /3/-/7/ использовано, как обычно, приближение $N(\epsilon) \simeq N(0)$ для плотности состояний и, кроме того, опущены все члены порядка $\mathcal{O}(\frac{\theta_c}{w})$ и $\mathcal{O}(\frac{\theta_c}{E_F})$ /w - параметр обрезания в модели /2//. Из выражений /3/, /4/ и /6/ следует, что мультикритическая точка (μ^*, θ^*) получается как решение системы уравнений:

$$[2\lambda N(0)]^{-1} - \ln(w/2\pi\theta) + \mathrm{Re}\psi(1/2 + i\mu/2\pi\theta) = 0\,, \qquad /8/$$

$$\mathrm{Re}\psi''(1/2 + i\mu/2\pi\theta) = 0. \qquad /9/$$

Уравнения /8/-/9/ исследовались в работе [11] в связи с проблемой парамагнитного эффекта в сверхпроводниках. Используя результат этой работы, получаем

$$\mu_c^* \simeq 0{,}61\Delta_0\,, \quad \theta_c^* \simeq 0{,}32\Delta_0\,,$$

где $\Delta_0 = 2w\exp[-2\lambda N(0)]^{-1}$. В окрестности точки (μ^*, θ^*) коэффициенты A_6 и C_4 всегда положительны $(\mathrm{Re}\psi^{IV}(1/2 + i\mu^*/2\pi\theta_c^*) \simeq 31{,}96)$.

Разложение /1/ с коэффициентами /3/-/7/ справедливо для μ и θ, удовлетворяющих уравнению /8/ и неравенствам

$$0 \le \mu/2\pi\theta \le \mu^*/2\pi\theta^* \simeq 0{,}304.$$

Ширину критической области можно оценить при помощи критерия Гинзбурга, обобщенного подходящим образом. В нашем случае получаем:

$$[a(\mu, \theta_c)|\theta - \theta_c|]^{(d_c - d)/k} \gg K(k, p, d)\theta_c A_p^{2/p-2} / C_k^{d/k}\,, \qquad /10/$$

$$p = 2(n + 1),\ k = 2n \quad (n = 1, 2, \ldots)\,,$$

где

$$K(k, p, d) = (d - k)\,\mathrm{cosec}(\frac{d - k}{k}\pi) \cdot 2^{1-d} \cdot \pi^{1-d/2} \cdot k^{-2} \cdot p(p - 2)(2/p)^{p/p-2}\,,$$

d - размерность пространства и $d_c = \frac{pk}{p-2}$ - критическая размерность пространства. Очевидно, выражение /10/ содержит как частные случаи обычный критерий Гинзбурга / $d=3$, $k=2$, $p=4$, $d_c=4$/, критерий Гинзбурга в трикритической точке [2] / $d=3$, $k=2$, $p=6$, $d_c=3$/ и в точке Лифшица [1] / $d=3$, $k=4$, $p=4$, $d_c=8$/. В нашем случае / $d=3$, $k=4$, $p=6$/ в окрестности мультикритической точки (μ^*, θ^*) имеет место критическое поведение, которое существенно отличается от чистого трикритического случая [2] или случая, исследованного в работе [1]. Для критической размерности d_c получаем $d_c=6$, и при $d \ge 6$ критические экспоненты принадлежат классическому типу. При $d < 6$ новый тип критического поведения нужно исследовать методом ренормализационной группы Вильсона.

При помощи выражения /10/ ширина критической области может быть определена в двух предельных случаях: 1) $\mu/2\pi\theta_c \ll 1$ /в этом случае члены A_6 и C_4 несущественны/, 2/ в окрестности точки (μ^*, θ^*) /в этом случае $A_4 \simeq 0$ и $C_2 \simeq 0$).

Из выражений /5/, /8/ и /10/ в первом случае получаем /при $d=3$/

$$\ell_c^{(1)} \simeq \frac{2\pi^4}{[(\mu/2\pi\theta_c)\mathrm{Im}\psi'(1/2 + i\mu/2\pi\theta_c) + 1]\,|\mathrm{Re}\psi''(1/2 + i\mu/2\pi\theta_c)|}\left(\frac{\theta_c}{E_F}\right)^4 \qquad /11/$$

Для критической области системы с одинаковой концентрацией электронов и дырок /т.е. $\mu=0$/ из /11/ находим $\ell_c \sim 10^{-15}-10^{-11}$. Из последней оценки видно, что ширина критической области чрезвычайно мала и пока недоступна для эксперимента. Величина $\ell_c^{(1)}$ может увеличиться /в случае $\mu \ne 0$/ за счет множителя $\mathrm{Re}\psi''(1/2 + i\mu/2\pi\theta_c)$ / в знаменателе выражения /11/, который монотонно стремится к нулю, когда $\mu/2\pi\theta_c \to \mu^*/2\pi\theta_c^*$. В работе [6] было отмечено, что для некоторых μ и θ ℓ_c может стать порядка единицы, что указывает на неприменимость теории Ландау в этом случае. Однако для $\mu/2\pi\theta_c = 0{,}300$ получаем $|\mathrm{Re}\psi''(1/2 + 0{,}300)| = 0{,}176$, $\ell_c^{(1)} \sim 10^{-12}-10^{-8}$ и, следовательно, те значения μ и θ_c, для которых $\ell_c^{(1)} \sim 1$ принадлежат очень узкой области / $< 10^{-4}$ / вокруг точки (μ^*, θ^*), в которой выражение /11/ неприменимо.

В окрестности мультикритической точки (μ^*, θ^*) вместо /11/ необходимо использовать другое выражение:

$$\ell_c^{(2)} \simeq \frac{2\pi^{8/3}}{[(\mu/2\pi\theta_c)\mathrm{Im}\psi'(1/2 + i\mu/2\pi\theta_c) + 1][\mathrm{Re}\psi^{IV}(1/2 + i\mu/2\pi\theta_c)]^{1/3}}\left(\frac{\theta_c}{E_F}\right)^{8/3} \qquad /12/$$

которое получено /при $d=3$/ из /7/, /9/ и /10/. В точке $\mu^*/2\pi\theta_c^* = 0{,}304$ для ширины критической области $\ell_c^{(2)}$ из /12/ находим $\ell_c^{(2)} \sim 10^{-10} - 10^{-8}$.

В обоих рассмотренных выше случаях неравенство концентрации электронов и дырок приводит к увеличению ширины критической области. Хорошо известно, что в магнитных системах ($\ell_c \sim 10^{-2} - 10^{-8}$) флуктуации играют заметную роль в отличие от случая сверхпроводников / $\ell_c \sim 10^{-15}$/, которые хорошо описываются приближением среднего поля. Выше показано, что по своим флуктуационным свойствам экситонный фазовый переход занимает промежуточное место между магнитными и сверхпроводящими фазовыми переходами.

Рассматриваемая здесь модель применима к следующим физическим системам: отмеченным выше соединениям A-15 [6], хрому и его сплавам [7] и некоторым квазидвумерным соединениям /дихалкогениды переходных металлов и их интеркалированные соединения/ [12].

Особенно интересными являются квазиодномерные и квазидвумерные системы, так как с уменьшением размерности роль флуктуационных эффектов возрастает.

В заключение заметим, что химический потенциал μ в модели /2/ играет роль обменного магнитного поля h, действующего только на спины электронов проводимости в модели БКШ /см. [7,9] и уравнения /8/ и /9//. Поэтому выражения /11/ и /12/ можно использовать, заменяя μ на h для оценки критической области в сверхпроводнике. Из /11/ и /12/ следует, что роль флуктуационных эффектов в сверхпроводящем фазовом переходе при включении магнитного поля, действующего только на спины электронов, возрастает.

Автор признателен Н.Ангелеску и Е.Христовой за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hornreich R.M., Luban M., Shtrikman S. Phys.Rev.Letters, 1975, 35, p. 1678.
2. Pfeuty P., Toulouse C. Introductions to the Renormalisation Group and to Critical Phenomena, John Willy & Sons, 1977, Chapter 12.
3. Michelson A.Phys.Rev., 1977, D16, p. 577.
4. Greve H., Schun B.Z. für Physik, 1982, B46, p. 149.
5. Идлис Б.Г., Копаев Ю.В. Письма в ЖЭТФ, 1982, 35, с. 218.
6. Копаев Ю.В. ФТТ, 1970, 12, с. 3.
7. Rice T.M. Phys.Rev., 1970, B2, p. 3619.
8. Halperin B.I., Rice T.M. Solid State Phys., 1968, 21, p. 115.
9. Копаев Ю.В. Труды ФИАН, 1975, 86, с. 3.
10. Allen P.M. In Modern Trends in the theory of Condensed Matter, Lecture Notes in Physics 115, Springer-Verlags 1979.
11. Saint-James D., Sarma G., Thomas E.J. Type II Superconductivity (Pergamon, New York, 1969; Sarma G.J. Phys.Chem. Solids, 1963, 24, p. 1029.
12. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости /под ред. В.Л.Гинзбурга и Д.А.Киржница/, "Наука", М., 1977, гл.6.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 июля 1982 года.

Тончев Н.С. P17-82-567

О критическом поведении систем с экситонным фазовым переходом

На основе полученного разложения для большого термодинамического потенциала показано, что в модели двухзонного полуметалла при некотором значении химического потенциала μ появляется новый тип мультикритической точки. Исследована ширина флуктуационной области вокруг температуры фазового перехода $\theta_c(\mu)$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Tonchev N.S. P17-82-567

On Critical Behaviour of Systems with Exciton Phase Transition

On the basis of obtained expansion for a big thermodynamic potential it is shown that in the model of two-zone semimetal a new type of multicritical point appears for a certain value of a chemical potential μ. The width of fluctuation region near temperature of phase transition $\theta_c(\mu)$ is investigated.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institu

Перевод О.С.Виноградовой.