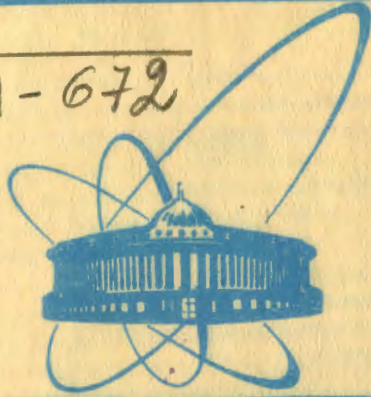


И-672



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

2269/2-81

11/5-81

P17-81-9

Н.Г.Иноземцева, Б.И.Садовников

РАСХОДИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ БАРНЕТТА
В ТРЕХМЕРНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ
ТВЕРДЫХ СФЕР

I. Линейное приближение

§1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение гидродинамического приближения является одним из наиболее важных этапов развития кинетической теории газов. На этом этапе отчетливо выявляются основные физические предпосылки теории, допускающие интерпретацию в терминах наблюдаемых макроскопических параметров. Стандартные кинетические уравнения модели твердых сфер, полученные в рамках функциональной гипотезы ^{/1/}, как известно, приводят к локальным уравнениям гидродинамики и допускают приближенные решения, являющиеся аналитическими функциями формально вводимого параметра однородности. Совершенно иная ситуация имеет место в теории кластерных разложений иерархии ББГКИ ^{/2,3/}, в которой кинетическое уравнение для одночастичной функции распределения приобретает нелокальный характер, и возможность определения гидродинамических уравнений произвольного порядка по параметру однородности ϵ является весьма проблематичной. В работах Эрнста и Дорфмана ^{/3/} было установлено, что существуют решения линейризованных кинетических уравнений кластерной теории, обладающие особой точкой при $\epsilon=0$. Дополнительным указанием на противоречивость формальных разложений в степенные ряды по ϵ являются также расходимости, обнаруженные при попытке вычисления коэффициентов Барнетта на основе теории автокорреляционных функций ^{/2,4/}.

В данной работе мы покажем, что формальное применение метода Чепмена-Энскога к линейризованным уравнениям, полученным Эрнстом и Дорфманом, приводит в трехмерном случае к расходящимся выражениям на стадии построения уравнений Барнетта. Обобщение доказательства на нелинейную проблему будет дано в следующей работе. Полученные результаты указывают на неаналитическую зависимость приближенных решений исследуемых уравнений от параметра однородности.

§2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим замкнутую систему уравнений для приведенных функций распределения, полученную в ^{/2,3/} при обрыве иерархии ББГКИ посредством предположения о равенстве нулю тройной корреляционной функции:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_1 \frac{\partial}{\partial \vec{r}_1} \right] F_1(t, \vec{x}_1) = n \int d\vec{x}_2 T(1,2) (F_1(t, \vec{x}_1) F_1(t, \vec{x}_2) + G(t, \vec{x}_1, \vec{x}_2)),$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_1 \frac{\partial}{\partial \vec{r}_1} + \vec{v}_2 \frac{\partial}{\partial \vec{r}_2} \right] G(t, \vec{x}_1, \vec{x}_2) = T(1,2) [F_1(t, \vec{x}_1) F_1(t, \vec{x}_2) + G(t, \vec{x}_1, \vec{x}_2)] +$$

$$+ n \int dx_3 \{ T(1,3) [F_1(t, x_3) G(t, x_1, x_2) + F_1(t, x_1) G(t, x_2, x_3)] +$$

$$+ T(2,3) [F_1(t, x_3) G(t, x_1, x_2) + F_1(t, x_2) G(t, x_1, x_3)], \quad /1/$$

здесь $x_i = (\vec{r}_i, \vec{v}_i)$, $dx_i = d\vec{r}_i d\vec{v}_i$, n - плотность числа частиц, $G(t, x_1, x_2) = F_2(t, x_1, x_2) - F_1(t, x_1) F_1(t, x_2)$ - бинарная корреляционная функция, в операторе столкновений $T(1,2)$ в дальнейшем будем пренебрегать эффектами, обусловленными конечностью размеров области бинарного соударения:

$$T(1,2) G(x_1, x_2) = a^2 \int_{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{\sigma} \geq 0} [(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{\sigma}] \{ G(x_1^*, x_2^*) - G(x_1, x_2) \} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) d\vec{\sigma},$$

где $x_{1,2}^* = \{ \vec{r}_{1,2}, \vec{v}_{1,2} \mp \sigma (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{\sigma} \}$, a - диаметр сферы.

Близость системы к стандартному пространственно-однородному равновесному состоянию будем характеризовать формальным параметром ϵ при временных и пространственных градиентах в /1/, соответствующих пространственно-временным трансляциям системы как целого:

$$\epsilon \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right] F_1(t, x_1) = n \int dx_2 T(1,2) (F_1(t, x_1) F_1(t, x_2) + G(t, x_1, x_2)) / 3a /$$

$$\{ \epsilon \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \right] + \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \} G(t, x_1, x_2) =$$

/36/

$$= T(1,2) [F_1(t, x_1) F_1(t, x_2) + G(t, x_1, x_2)] +$$

$$+ n \int dx_3 \{ T(1,3) [F_1(t, x_3) G(t, x_1, x_2) + F_1(t, x_1) G(t, x_2, x_3)] +$$

$$+ T(2,3) [F_1(t, x_2) G(t, x_1, x_2) + F_1(t, x_2) G(t, x_1, x_3)] \},$$

где $\vec{R} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}$, $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$.

Будем искать приближенное решение системы /3/ в виде разложений по степеням ϵ /в конечном результате следует положить $\epsilon = 1/$. Искомое решение должно представляться в виде

$$F_1(t, x_1) = F_1^{(0)}(x_1) (1 + \epsilon \phi_1(t, x_1) + \epsilon^2 \phi_2(t, x_1) + \dots). \quad /4/$$

$$G(t, x_1, x_2) = F_1^{(0)}(x_1) F_1^{(0)}(x_2) (g^{(0)}(x_1, x_2) + \epsilon \psi_1(x_1, x_2) + \epsilon^2 \psi_2(x_1, x_2) + \dots),$$

$$F_1^{(0)} = \rho \left(\frac{m}{2\pi\theta_0} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{m(\vec{v}_1 - \vec{u})^2}{2\theta_0} \right). \quad /5/$$

Поскольку мы не учитываем здесь эффектов конечных размеров области взаимодействия, приводящим к поправкам высших порядков по (na^3) , следует положить $g^{(0)} = 0$, макроскопические параметры в рассматриваемом линейном приближении имеют вид

$$\rho = 1 + \delta\rho; \quad \theta = \theta_0 + \delta\theta, \quad \vec{u} = \delta\vec{u}, \quad /6/$$

причем мы будем пренебрегать всеми степенями величин $\delta\rho$, $\delta\theta$, $\delta\vec{u}$ выше первой.

Выражения для тензора напряжений и вектора потока тепла могут быть представлены в форме

$$P_{ik} = \int v_i v_k F_1(t, x_1) dx_1, \quad /7/$$

$$q_k = \frac{1}{2} \int v_i \vec{v}^2 F_1(t, x_1) dx_1.$$

Линеаризованные законы сохранения, являющиеся следствием первого из уравнений /1/, представим в виде

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \delta\vec{u} = 0, \quad \frac{\partial \delta\vec{u}}{\partial t} = - \frac{\partial P_{ik}}{\partial r_k},$$

$$\frac{3}{2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \delta\theta \right) = -\theta \delta_{ik} \left(\frac{\partial \delta u_k}{\partial r_i} + \frac{\partial \delta u_i}{\partial r_k} \right) - \frac{\partial q_k}{\partial r_k}.$$

Таким образом, для построения гидродинамических уравнений достаточно определить из системы /3/ величины $\phi_1(t, x_1)$, $\phi_2(t, x_1)$, ...

§3. ПРИБЛИЖЕНИЕ НАВЬЕ-СТОКСА

Подставляя /4/ и /5/ в /3/, получим в первом приближении по ϵ :

$$\frac{1}{F_1^{(0)}(x_1)} \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{r}_1} \right] F_1^{(0)}(x_1) = \quad /8a/$$

$$= n\Lambda_0(1) \phi_1(t, x_1) + n \int dx_2 T(1,2) \psi_1(t, x_1, x_2),$$

$$\frac{1}{F_1^{(0)}(x_1) F_1^{(0)}(x_2)} \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right] F_1^{(0)}(x_1) F_1^{(0)}(x_2) \psi_1(t, x_1, x_2) = \quad /8b/$$

$$= T(1,2) (\phi_1(t, x_1) + \phi_1(t, x_2) + \psi_1(t, x_1, x_2)) + n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \psi_1(t, x_1, x_2),$$

$$\text{где } \Lambda_0(1) \psi(x_1, x_2) = a^2 \int dx_3 F_1^{(eq)}(x_3) T(1,3) (\psi(x_1, x_2) + \psi(x_3, x_2)) -$$

- линейризованный оператор Больцмана,

$$F_1^{(eq)}(x_3) = \left(\frac{m}{2\pi\theta_0}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m\vec{v}_3^2}{2\theta_0}\right).$$

Поскольку градиенты величин $F_1^{(0)}(x_1)$, $F_1^{(0)}(x_2)$ уже содержат линейные по $\delta\rho$, $\delta\theta$, $\delta\vec{u}$ множители, в левой части /86/ можно рассматривать выражение $F_1^{(0)}(x_1)F_1^{(0)}(x_2)$ как постоянную величину. Находя из /86/ функцию $\psi_1(x_1, x_2)$, получим:

$$\psi_1(t, x_1, x_2) = \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) - T(1,2) \right]^{-1} \times \quad /9/$$

$$\times T(1,2) (\phi_1(t, x_1) + \phi_1(t, x_2)).$$

Используя разложение

$$[\hat{A} + \hat{B}] = \frac{1}{\hat{A}} - \frac{1}{\hat{A}} \hat{B} \frac{1}{\hat{A}} + \dots \quad /10/$$

и выбирая в /9/ в качестве оператора \hat{A} величину

$$\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)),$$

получим

$$\psi_1(t, x_1, x_2) = \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \times \quad /11/$$

$$\times T(1,2) (\phi_1(t, x_1) + \phi_1(t, x_2)) + \dots \hat{L} \{ \phi_1(t, x_1) \},$$

где через \hat{L} обозначены высшие члены разложения по степеням $T(1,2)$. Как было показано в /3,5/, подобные члены приводят к поправкам высшего порядка по параметру (na^3) . Для простоты доказательства удобно сохранить в /11/ лишь выписанное слагаемое. Учет дальнейших членов разложения не изменяет существа дела и может быть последовательно осуществлен.

Подставляя /11/ в /8а/, находим

$$\phi_1(t, x_1) = \{ n(\Lambda_0(1) + \int dx_2 T(1,2) \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \times \quad /12/$$

$$\times T(1,2) (1 + P_{1,2}) \}^{-1} \frac{1}{F_1^{(0)}(x_1)} \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_1 \frac{\partial}{\partial \vec{r}_1} \right] F_1^{(0)}(x_1),$$

где $P_{1,2}$ - оператор, заменяющий аргументы: $P_{1,2} \psi(x_1) = \psi(x_2)$. Формулы /12/, /7/ определяют линейризованные уравнения Навье-Стокса для нашей системы. Очевидно, включение функции $G(t, x_1, x_2)$

в систему /1/ приводит лишь к поправкам к обычным больцмановским коэффициентам переноса.

§4. ПРИБЛИЖЕНИЕ БАРНЕТТА. РАСХОДИМОСТИ

Объединяя члены второго порядка по ϵ в уравнении /36/, приходим к соотношению

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \right) \psi_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \psi_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \\ & = T(1,2) (\phi_2(t, \mathbf{x}_1) + \phi_2(t, \mathbf{x}_2) + 2\phi_1(t, \mathbf{x}_1)\phi_1(t, \mathbf{x}_2)) + \\ & + n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \psi_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \psi_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + n\vec{R} \{ \phi_1, \psi_1 \}, \end{aligned} \quad /13/$$

где через \vec{R} обозначена билинейная комбинация по ϕ_1, ψ_1 , возникающая в интегралах второго слагаемого в правой части /3/. Поскольку, как видно из /11/, /12/, величины ϕ_1, ψ_1 уже содержат первую степень градиентов $\delta\rho, \delta\vec{u}, \delta\theta$, то следует пренебречь в /13/ всеми билинейными слагаемыми, в результате чего получим:

$$\begin{aligned} \psi_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = & \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2) - T(1,2)) \right]^{-1} \times \\ & \times \{ T(1,2) (\phi_2(t, \mathbf{x}_1) + \phi_2(t, \mathbf{x}_2)) - \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \right) \psi_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \}. \end{aligned} \quad /14/$$

Производя в /14/ разложение по степеням $T(1,2)$ и оставляя, как и в /11/, лишь нулевой член этого разложения, найдем

$$\begin{aligned} \psi_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = & \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \times \\ & \times \{ T(1,2) (1 + P_{1,2}) \phi_2(t, \mathbf{x}_2) - \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \right) \times \\ & \times \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} T(1,2) (1 + P_{1,2}) \frac{1}{n(\Lambda_0(1) + z)} \pi(t, \mathbf{x}_1) \}, \end{aligned} \quad /15/$$

где введены обозначения

$$\pi(t, \mathbf{x}_1) = \frac{1}{F_1^{(0)}(\mathbf{x}_1)} \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_1 \frac{\partial}{\partial \vec{r}_1} \right] F_1^{(0)}(\mathbf{x}_1), \quad /16/$$

$$\begin{aligned} z\pi(t, \mathbf{x}_1) = & \int d\mathbf{x}_2 T(1,2) \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \times \\ & \times T(1,2) (1 + P_{1,2}) \pi(t, \mathbf{x}_1). \end{aligned} \quad /17/$$

Обращаясь к первому из уравнений /3/ для нахождения соотношения между ψ_2 и ϕ_2 , заметим, что функция ψ_2 войдет в искомое соотношение в форме

$$I(t, x_1) = n \int dx_2 T(1,2) \psi_2(t, x_1, x_2). \quad /18/$$

Подставив /15/ в /18/, найдем

$$I(t, x_1) = z \phi_2(t, x_1) - \int dx_2 T(1,2) \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \times \\ \times \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \right) \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \times \quad /19/ \\ \times T(1,2) (1 + P_{1,2}) \frac{1}{n(\Lambda_0(1) + z)} \pi(t, x_1).$$

Заметим, что операторы $\Lambda_0(1)$, $\Lambda_0(2)$, согласно определению, не зависят от координат \vec{r}_1 , \vec{r}_2 , что связано с использованием линейного приближения. Поэтому для анализа свойств /19/ можно привлечь фурье-представление по координате \vec{r} . Введем обозначение

$$(1 + P_{1,2}) \frac{1}{n(\Lambda_0(1) + z)} \pi(t, x_1) = \Phi(t, \vec{r}, \vec{R}; \vec{v}_1, \vec{v}_2). \quad /20/$$

Представим, согласно /2/, оператор $T(1,2)$ в виде

$$T(1,2) \psi(\vec{R}, \vec{r}; \vec{v}_1, \vec{v}_2) = \delta(\vec{r}) \hat{T}(1,2) \psi(\vec{R}, \vec{r}; \vec{v}_1, \vec{v}_2), \quad /21/$$

где

$$\hat{T}(1,2) \psi(\vec{R}, \vec{r}; \vec{v}_1, \vec{v}_2) = \int_{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{\sigma} \geq 0} d\vec{\sigma} [(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{\sigma}] \{ \psi(\vec{R}, \vec{r}; \vec{v}_1^*, \vec{v}_2^*) - \psi(\vec{R}, \vec{r}; \vec{v}_1, \vec{v}_2) \} -$$

- оператор, действующий лишь на аргументы \vec{v}_1, \vec{v}_2 .

Согласно /20/, /21/, получим

$$\hat{T}(1,2) (1 + P_{1,2}) \frac{1}{n(\Lambda_0(1) + z)} \pi(t, x_1) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{q} \hat{T}(1,2) \Phi(t, 0, \vec{R}; \vec{v}_1, \vec{v}_2); \\ \int dx_2 T(1,2) \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \right) \times \\ \times \left[\frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \left(\frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{q} \Phi(t, 0, \vec{R}; \vec{v}_1, \vec{v}_2) \right) = \quad /22/ \\ = \int dx_2 \delta(\vec{r}) \hat{T}(1,2) \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \left[\frac{i\vec{q}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)}{2} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \left[\frac{i\vec{q}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)}{2} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \Phi(t, 0, \vec{R}; \vec{v}_1, \vec{v}_2) = \\
& = \int dx_2 \delta(\vec{r}) T(1, 2) \left[\int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \left[i\vec{q} \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \right. \right. \\
& \left. \left. + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \left[\frac{i\vec{q}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)}{2} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right]^{-1} \Phi(t, 0; \vec{R}; \vec{v}_1, \vec{v}_2) \right) \right].
\end{aligned}$$

Исследуем теперь подынтегральное выражение в /22/ при малых значениях $|\vec{q}|$. Для этого заметим, что любая функция двух переменных \vec{v}_1, \vec{v}_2 может быть разложена в ряд по собственным функциям операторов

$$\psi(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = \sum_{\ell, m=1}^5 \psi_{\ell\vec{q}}^{(0)}(\vec{v}_1) \psi_{m\vec{q}}^{(0)}(\vec{v}_2) \alpha_{\ell m} + \sum' \tilde{\psi}_{\ell}(\vec{v}_1) \tilde{\psi}_m(\vec{v}_2) \beta_{\ell m}, \quad /23/$$

где отдельно выделены слагаемые, содержащие "правильные" собственные функции нулевого приближения $\psi_{\ell\vec{q}}^{(0)}(\vec{v})$ /6/, для опера-

торов $\pm \frac{i\vec{q} \cdot \vec{v}}{2} - \Lambda_0(\vec{v})$ по обоим переменным, соответствующие нулевым собственным значениям оператора $\Lambda_0(1)$; Σ' означает ту часть разложения, в которой хотя бы одна из функций $\tilde{\psi}_{\ell}(\vec{v}_1)$, $\tilde{\psi}_m(\vec{v}_2)$ не является функцией $\psi_{\ell\vec{q}}^{(0)}(\vec{v})$.

Рассмотрим одно из слагаемых в /22/

$$\int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \left\{ i\vec{q} \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right\}^{-2} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, 0, \vec{R}; \vec{v}_1, \vec{v}_2). \quad /24/$$

Представляя в области малых значений $|\vec{q}|$ функцию $\frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, 0, \vec{R}; \vec{v}_1, \vec{v}_2)$ в виде разложения /23/, заметим, что для нескольких комбинаций $\{\ell, m\}$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{i\vec{q}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)}{2} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right] \psi_{\ell\vec{q}}^{(0)}(\vec{v}_1) \psi_{m\vec{q}}^{(0)}(\vec{v}_2) \sim \\
& \sim \text{const} \cdot q^2 \psi_{\ell\vec{q}}^{(0)}(\vec{v}_1) \psi_{m\vec{q}}^{(0)}(\vec{v}_2) + O(q^3).
\end{aligned} \quad /25/$$

Поэтому выражение /23/ содержит линейно расходящиеся при малых $|\vec{q}|$ члены:

$$\begin{aligned}
& \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \left\{ i\vec{q} \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{2} - n(\Lambda_0(1) + \Lambda_0(2)) \right\}^{-2} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, 0, \vec{R}; \vec{v}_1, \vec{v}_2) \sim \\
& \sim \sum_{(\ell, m)} \tilde{\psi}_{\ell} \int \frac{d\Omega_{\vec{q}}}{(2\pi)^3} \text{const} \cdot \psi_{\ell\vec{q}}^{(0)}(\vec{v}_1) \psi_{m\vec{q}}^{(0)}(\vec{v}_2) \cdot \int \frac{dq}{q^2},
\end{aligned} \quad /26/$$

где через $\sum_{(\ell, m)}$ обозначено суммирование по комбинациям индексов

$\{\ell, m\}$, удовлетворяющим условиям /25/.

Возвращаясь к /19/, видим, что уравнение для определения $\phi_2(t, x_1)$ содержит расходящиеся величины и, согласно /5/, /7/, коэффициенты Барнетта при линейных по $\delta\rho$, $\delta\theta$, $\delta\vec{u}$ вкладах в тензор деформаций и вектор потока тепла обращаются в бесконечность.

Таким образом, мы показали, что линеаризованные уравнения /3/ не обладают аналитическими по ϵ решениями. Отметим, что подобная ситуация характерна для уравнений с малым параметром при старших производных^{/1/}. В случае системы /3/ не удается получить и асимптотическое разложение по степеням ϵ .

Авторы глубоко благодарны академику Н.Н.Боголюбову за ценные советы и указания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. Гостехиздат, М., 1946.
2. Dorfman J.R., Cohen E.G.D. Phys.Rev., 1972, A6, p.776.
3. Ernst M.H., Dorfman J.R. Physica, 1972, 61, p.157; J.Stat. Phys., 1975, 12, p.311.
4. Yamada T., Kawasaki K. Progr.Theor.Phys., 1975, 53, p.11.
5. Боголюбов Н.Н. ЭЧАЯ, т.9, вып.4, Атомиздат, 1979, с.501-570.
6. Иноземцева Н.Г., Садовников Б.И. ТМФ, 1976, 31, с.276; Препринты ИТФ-76-149Р, Киев, 1976; ИТФ-79-24Р, Киев, 1979; ДАН СССР, 1980, т.252, №4, с.852.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 января 1981 года.