сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р17-81-834

Н.Н.Боголюбов (мл.), В.Н.Плечко

ВТОРОЙ ПОРЯДОК ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ В МОДЕЛИ ПОЛЯРОНА

1981

В работе [I] был предложен новый метод в равновесной теории полярона, основанный на суммировании по бозонным степеням свободы с помощью техники T -произведений. Здесь мы рассмотрим в рамках этого подхода вычисление равновесной свободной энергии по теории возмущений до второго порядка по α .

I. Модель полярона описывает свободный электрон S , взаимодействующий с фононным полем ионного кристалла Σ . Гамильтониан имеет вид [I-3]:

$$H = H(\Sigma) + H(S) + H_{int}(S,\Sigma), \tag{I}$$

$$H(\Sigma) = \sum_f \hbar\omega_f \left(b_f^+ b_f + 1/2\right), \tag{Ia}$$

$$H(S) = \frac{\bar{p}^2}{2m} + \eta^2 \frac{\bar{r}^2}{2}, \quad \eta^2 \to +0, \tag{Iб}$$

$$H_{int}(S,\Sigma) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_f \frac{g_0}{|\bar{f}|} \left(\frac{\hbar}{2\omega_f}\right)^{1/2} \left(b_f + b_{-f}^+\right) e^{i\bar{f}\bar{r}}, \tag{Iв}$$

где $\bar{p}$, $\bar{r}$ -импульс и координата электрона; b_f^+ , b_f -фононные амплитуды, f -квазидискретный индекс волнового вектора фононов; g_0 -константа электрон-фононного взаимодействия; V -объем системы; $\eta^2 > 0$, $\eta^2 \to 0$, в (Iб) - малый вспомогательный параметр, вводимый для удобства (см. [I]).

Свободная энергия модели записывается в виде [I/]:

$$f = f(\Sigma) + f(S) + f_{int}(S,\Sigma), \tag{2}$$

[I/] По определению, свободная энергия для системы с гамильтонианом Γ и температурой $\theta = kT$ равна:

$$f = -\theta \ln Sp\, e^{-\frac{\Gamma}{\theta}}, \text{ здесь } Sp\, e^{-\frac{\Gamma}{\theta}} -$$

статистическая сумма. Для средней энергии имеем: $\langle\Gamma\rangle = -\theta^2 \frac{\partial}{\partial\theta}\left[f/\theta\right]$.

где $f(\Sigma)$, $f(S)$ - хорошо известные свободные энергии невзаимодействующих подсистем Σ, S, а для свободной энергии взаимодействия $f_{int}(S,\Sigma)$ после суммирования по фононным переменным в /I/ было получено выражение:

$$f_{int}(S,\Sigma) = -\frac{1}{\beta} \ln \langle T\{e^{\Phi}\}\rangle_{\Gamma}, \tag{3}$$

$$\beta = 1/\theta, \quad \theta = kT \text{ (температура)},$$

где $\langle\ldots\rangle_{\Gamma}$ означает гиббсовское усреднение по $\Gamma \equiv H(S)$ (Iб), и где функционал Φ имеет вид:

$$\Phi = \frac{1}{V}\sum_{f} \frac{g_0^2}{4\hbar\omega f^2} \int_0^{\beta\hbar} ds \int_0^{\beta\hbar} d\sigma\, \mathcal{K}(s-\sigma)\, e^{i\bar{f}(\bar{R}_s-\bar{R}_\sigma)}, \tag{3а}$$

$$\mathcal{K}(s-\sigma) = \frac{e^{-\omega|s-\sigma|} + e^{-\beta\hbar\omega+\omega|s-\sigma|}}{1-e^{-\beta\hbar\omega}}, \tag{3б}$$

$$\bar{R}_s = e^{s\frac{\Gamma}{\hbar}}\, \bar{r}\, e^{-s\frac{\Gamma}{\hbar}} \tag{3в}$$

(здесь и ниже мы полагаем, как обычно, что все фононные частоты одинаковы, $\omega_f \equiv \omega$). Знак T в (3) означает хронологическое упорядочивание по переменным s, σ, входящим в Φ через $\bar{R}_s$, $\bar{R}_\sigma$.

Поскольку $g_0^2 \sim \alpha$, где α -безразмерная константа связи в теории полярона (см. ниже (9)), то, разлагая правую часть (3) в формальный ряд по Φ, получим ряд теории возмущений по α:

$$f_{int}(S,\Sigma) = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + \ldots, \tag{4}$$

$$f_0 = 0, \tag{4а}$$

$$f_1 = -\frac{1}{\beta}\langle T\{\Phi\}\rangle_{\Gamma}, \tag{4б}$$

$$f_2 = -\frac{1}{2\beta}\left(\langle T\{\Phi^2\}\rangle_\Gamma - \langle T\{\Phi\}\rangle_\Gamma^2\right), \qquad (4в)$$

....

2. Первая поправка f_1 . Член f_1 ряда (4) несложно вычисляется/I/, и был получен ранее другими методами. Воспроизведем здесь это вычисление, поскольку основные моменты понадобятся при вычислении f_2 .

Для входящего в f_1 среднего имеем[2/]:

$$\langle T\{e^{i\bar f(\bar R_s - \bar R_\sigma)}\}\rangle_\Gamma = e^{-\frac{f^2}{6}\langle T\{(\bar R_s - \bar R_\sigma)^2\}\rangle_\Gamma}. \qquad (5)$$

Входящий сюда коррелятор

$$\mathcal{D}(s-\sigma) \equiv \langle T\{(\bar R_s - \bar R_\sigma)^2\}\rangle_\Gamma \qquad (6)$$

вычислялся в/I/:

$$\mathcal{D}(s) = \frac{3\hbar}{m}|s|\left(1 - \frac{|s|}{\beta\hbar}\right), \quad |s| \le \beta\hbar . \qquad (6а)$$

На основании (4а) и (5) получаем, после перехода к пределу $V \to \infty$:

$$f_1 = -\frac{1}{\beta}\langle T\{\Phi\}\rangle_\Gamma = \qquad (7)$$

$$= -\frac{1}{\beta}\,\frac{g_0^2}{4\hbar\omega}\,\frac{4\pi}{(2\pi)^3}\int_0^\infty df\int_0^{\beta\hbar} ds\int_0^{\beta\hbar} d\sigma\, \mathcal{K}(s-\sigma)\, e^{-\frac{f^2}{6}\mathcal{D}(s-\sigma)} =$$

$$= -\frac{1}{2\pi\beta}\,\frac{g_0^2}{4\hbar\omega}\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\int_0^{\beta\hbar} ds\int_0^{\beta\hbar} d\sigma\,\frac{\mathcal{K}(s-\sigma)}{\sqrt{\mathcal{D}(s-\sigma)}} .$$

[2/] Здесь используется специальный случай формулы $\langle e^A\rangle_\Gamma = e^{\frac{1}{2}\langle A^2\rangle_\Gamma}$, где A –линейная, а Γ –квадратичная форма по бозе-операторам, см. подробнее /I/.

Удобно перейти к безразмерным параметрам

$$\beta' = \beta\hbar\omega, \quad s' = s\omega, \quad \sigma' = \sigma\omega \tag{8}$$

и ввести стандартный безразмерный параметр взаимодействия:

$$\alpha = \frac{g_0^2}{4\pi\hbar\,\omega^2}\sqrt{\frac{m}{2\hbar\omega}}, \tag{9}$$

в терминах которых выражение (7) приобретает вид (штрихи в (8) здесь и всюду ниже опускаем):

$$\frac{f_1}{\hbar\omega} = -\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{2\beta}\int_0^\beta ds\int_0^\beta d\sigma\,\frac{K(s-\sigma)}{\sqrt{D(s-\sigma)}}, \quad \beta \equiv \frac{\hbar\omega}{\theta}, \tag{I0}$$

где

$$K(s) = \frac{e^{-|s|} + e^{-\beta+|s|}}{1-e^{-\beta}}, \quad |s| \le \beta, \tag{II}$$

$$D(s) = |s|\left(1-\frac{|s|}{\beta}\right), \quad |s| \le \beta. \tag{I2}$$

Функции $K(S)$, $D(S)$ обладают важными свойствами симметрии:

$$K(S) = K(-S), \quad D(S) = D(-S),$$

$$K(s) = K(\beta-|S|), \quad D(S) = D(\beta-|S|) \tag{I3}$$

и могут быть периодически продолжены на всю вещественную ось с периодом β /I/. Это позволяет снять одно интегрирование в (I0), а в оставшемся перейти к половинному интервалу:

$$\frac{f_1}{\hbar\omega} = -\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\beta/2} ds\,\frac{e^{-s}+e^{-\beta+s}}{1-e^{-\beta}}\,\frac{1}{\sqrt{s(1-s/\beta)}}. \tag{I4}$$

В пределе нулевой температуры $\theta \to 0$, т.е. $\beta \equiv \hbar\omega/\theta \to +\infty$, получаем первый терм для энергии основного состояния:

$$\frac{f_1}{\hbar\omega}\Big|_{\theta=0} = -\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \frac{e^{-s}}{\sqrt{s}}\,ds = -\alpha\,. \tag{15}$$

3. Вторая поправка f_2 [3]. В соответствии с (3а), (4в) имеем:

$$f_2 = -\frac{1}{2\beta}\langle T\{\varphi^2\}\rangle_\Gamma + \frac{\beta}{2} f_1^2\,, \tag{16}$$

где (после перехода к пределу $V\to\infty$):

$$\langle T\{\varphi^2\}\rangle_\Gamma = \left(\frac{g_0^2}{4\hbar\omega}\right)^2 \iiiint_0^{\beta\hbar} ds_1\,ds_2\,ds_3\,ds_4\,\mathcal{K}(s_1-s_2)\otimes$$

$$\otimes\mathcal{K}(s_3-s_4)\frac{1}{(2\pi)^6}\iint\frac{d\bar f}{f^2}\frac{d\bar g}{g^2}\langle T\{e^{i(\bar f\bar\Delta_{12}+\bar g\bar\Delta_{34})}\}\rangle_\Gamma\,, \tag{17}$$

здесь для краткости обозначено:

$$\bar\Delta_{12} = \bar R(s_1)-\bar R(s_2)\,,\quad \bar\Delta_{34} = \bar R(s_3)-\bar R(s_4)\,,\quad \bar R(s)\equiv \bar R_s\,.$$

При этом по формуле, аналогичной (5):

$$\langle T\{e^{i(\bar f\bar\Delta_{12}+\bar g\bar\Delta_{34})}\}\rangle_\Gamma = e^{-\frac{1}{2}\langle T\{(\bar f\bar\Delta_{12}+\bar g\bar\Delta_{34})^2\}\rangle_\Gamma}\,. \tag{18}$$

Далее,

$$\langle T\{(\bar f\bar\Delta_{12}+\bar g\bar\Delta_{34})^2\}\rangle_\Gamma = \frac{f^2}{3}\langle T\{\bar\Delta_{12}^2\}\rangle_\Gamma +$$

$$+\frac{g^2}{3}\langle T\{\bar\Delta_{34}^2\}\rangle_\Gamma + \frac{1}{3}2(\bar f\bar g)\langle T\{\bar\Delta_{12}\bar\Delta_{34}\}\rangle_\Gamma\,, \tag{19}$$

где $f=|\bar f|$, $g=|\bar g|$. Здесь было использовано свойство

[3] Результаты сообщены предварительно в [4].

$$\langle T\{\Delta_\alpha \Delta'_\beta\}\rangle = \delta_{\alpha\beta}\,\frac{1}{3}\langle T\{\bar\Delta\bar\Delta'\}\rangle ,$$

где $\bar\Delta, \bar\Delta'$ равно либо $\bar\Delta_{12}$, либо $\bar\Delta_{34}$; $\alpha,\beta = \{x, y, z\}$.
Таким образом:

$$\langle T\{(\bar f\bar\Delta_{12} + \bar g\bar\Delta_{34})^2\}\rangle_\Gamma = \frac{1}{3}\left(f^2\mathcal{D}_{12} + g^2\mathcal{D}_{34} + 2(\bar f\bar g)\mathcal{F}_{1234}\right), \tag{20}$$

где $\mathcal{D}_{12} = \mathcal{D}(s_1 - s_2)$, $\mathcal{D}_{34} = \mathcal{D}(s_3 - s_4)$ (см.(6)), и где через $\mathcal{F}_{1234}$ обозначен коррелятор, играющий в дальнейшем центральную роль:

$$\mathcal{F}_{1234} = \langle T\{(\bar R(s_1) - \bar R(s_2))(\bar R(s_3) - \bar R(s_4))\}\rangle_\Gamma . \tag{21}$$

Непосредственной проверкой можно убедиться, что

$$\mathcal{F}_{1234} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{D}_{14} + \mathcal{D}_{23} - \mathcal{D}_{13} - \mathcal{D}_{24}\right). \tag{21a}$$

Теперь мы можем провести суммирование по волновым векторам $\bar f, \bar g$ в (17). Учитывая (16)-(20), видим, что задача приводится к вычислению гауссова интеграла:

$$\iint \frac{d\bar f}{f^2}\frac{d\bar g}{g^2}\langle T\{e^{i(\bar f\bar\Delta_{12} + \bar g\bar\Delta_{34})}\}\rangle_\Gamma =$$

$$= (4\pi)^2\int_0^\infty dg\int_0^\infty df\,\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}dx\; e^{-\frac{1}{6}(f^2\mathcal{D}_{12} + g^2\mathcal{D}_{34} + 2fgx\mathcal{F}_{1234})} = \tag{22}$$

$$= (2\pi)^6\frac{3}{8\pi^3}\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{\mathcal{D}_{12}\mathcal{D}_{34} - x^2\mathcal{F}_{1234}^2}} .$$

Подставляя (22) в (17), получим $\langle T\{\Phi^2\}\rangle_\Gamma$. Отметим, что это выражение превратится в $\langle T\{\Phi\}\rangle_\Gamma^2$, если формально положить $\mathcal{F}_{1234} \equiv 0$. Учитывая (16), получаем в результате:

$$f_2 = -\frac{1}{2\beta}\left(\frac{g_0^2}{4\hbar\omega}\right)^2\iiiint_0^{\beta\hbar} ds_1\,ds_2\,ds_3\,ds_4\,\mathcal{K}(s_1 - s_2)\,\otimes \tag{23}$$

$$\otimes\, \mathcal{K}(S_3-S_4)\,\frac{3}{8\pi^3}\int_0^1 dx\left\{\frac{1}{\sqrt{\mathcal{D}_{12}\mathcal{D}_{34}-x^2\mathcal{F}^2_{1234}}}-\frac{1}{\sqrt{\mathcal{D}_{12}\mathcal{D}_{34}}}\right\}. \tag{23}$$

Переходя здесь к безразмерным величинам (8),(9), (штрихи опускаем), получаем:

$$\frac{f_2}{\hbar\omega} = -\frac{\alpha^2}{8\pi\beta}\int_0^1 dx\int_0^\beta ds_1\int_0^\beta ds_2\int_0^\beta ds_3\int_0^\beta ds_4\, K(s_1-s_2)\,\otimes$$

$$\otimes\, K(s_3-s_4)\left\{\frac{1}{\sqrt{D_{12}D_{34}-x^2F^2_{1234}}}-\frac{1}{\sqrt{D_{12}D_{34}}}\right\},\quad \beta\equiv\frac{\hbar\omega}{\theta}, \tag{24}$$

где K, D определены в (II),(I2), и где, в соответствии с (2I)

$$F_{1234} = \frac{m}{3\hbar}\,\mathcal{F}_{1234}, \tag{25а}$$

$$F_{1234} = \frac{1}{2}\left(D_{14}+D_{23}-D_{13}-D_{24}\right). \tag{25б}$$

Рассмотрим подробнее свойства функции F_{1234}. Эта функция инвариантна относительно сдвига $s_j \to s_j + a$, j = I,2,3,4 и, следовательно, реально зависит от 3 аргументов, в качестве которых можно взять $\sigma = s_2 - s_1$, $s = s_4 - s_3$ и параметр $t = s_4 - s_1$, характеризующий взаимное расположение отрезков σ и s (см.рис.I).

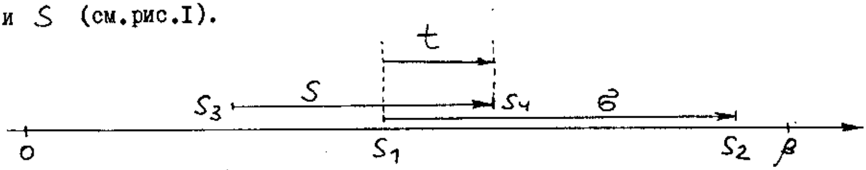

Рис. I.

Воспользовавшись представлением (25б), имеем в этих переменных:

$$F_{1234} \equiv F(\sigma, s, t) = \tag{26}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{D(t) + D(\sigma+s-t) - D(s-t) - D(\sigma-t)\right\},$$

$$
\begin{aligned}
\sigma &= s_2 - s_1, \\
s &= s_4 - s_3, \\
t &= s_4 - s_1.
\end{aligned}
\tag{26a}
$$

Под функцией $D(S)$ в (26) будем понимать, как уже обсуждалось выше, периодическое и симметричное продолжение исходной функции на всю вещественную ось. Из представлений (25а), (26) видим, что $F(\sigma, s, t)$ не меняется при перестановке σ и S и меняет знак при смене знака σ или S. Отметим также следующее свойство:

$$
F(\sigma, s, t) = F(\sigma, s, \sigma + s - t). \tag{27}
$$

Для дальнейшего удобно рассмотреть $F(\sigma, s, t)$ при фиксированных σ и S из области $0 \le S \le \sigma \le \beta/2$ и изменяющемся t при $0 \le t \le \beta$. Используя (25),(26), можно проверить, что в этой области $F(\sigma, s, t)$ представима в виде:

$$
F(\sigma, s, t) = \tau_{\sigma, s}(t) - \frac{\sigma s}{\beta}, \tag{28}
$$

$$
0 \le S \le \sigma \le \beta/2, \qquad 0 \le t \le \beta, \tag{28a}
$$

где $\tau_{\sigma,s}(t)$ -длина отрезка, зависящая параметрически от t, на котором отрезки S и σ перекрываются (рис.I). Ввиду свойств симметрии и периодичности общий случай сводится к области (28а).

Описанные свойства симметрии и периодичности F_{1234}, которые справедливы и для всего подынтегрального выражения в (24), позволяют упростить это выражение:

$$
\frac{f_2}{\hbar\omega} = -\frac{\alpha^2}{\pi} \int_0^{\beta/2} d\sigma \int_0^{\sigma} ds \int_0^{\beta} dt \int_0^{1} dx \; K(s) K(\sigma) \otimes \tag{29}
$$

$$
\otimes \left\{ \frac{1}{\sqrt{D(S) D(\sigma) - x^2 \left(\tau_{s,\sigma}(t) - \frac{\sigma s}{\beta}\right)^2}} - \right.
$$

$$- \frac{1}{\sqrt{D(S)D(\sigma)}} \Big\} . \tag{29}$$

Функция $\tau_{\sigma,s}(t)$ здесь по-разному зависит от t в разных областях:

$$\begin{aligned}
&1)\quad 0 \le t \le s, && \tau(t) = t, \\
&2)\quad s \le t \le \sigma, && \tau(t) = s, \\
&3)\quad \sigma \le t \le s+\sigma, && \tau(t) = \sigma + s - t, \\
&4)\quad \sigma + s \le t \le \beta, && \tau(t) = 0 .
\end{aligned} \tag{30}$$

Следовательно, интеграл по t в (29) разбивается на 4 интеграла, при этом области I и 3 дают одинаковый вклад (ввиду (27)). В результате имеем:

$$\frac{f_2}{\hbar\omega} = -\frac{\alpha^2}{\pi}(1-e^{-\beta})^{-2}\int_0^{\beta/2} d\sigma \int_0^{\sigma} ds \left(e^{-\sigma}+e^{-\beta+\sigma}\right)\left(e^{-s}+\right.$$

$$\left.+e^{-\beta+s}\right)\int_0^1 dx \left\{ 2\int_0^s \frac{dt}{\sqrt{\sigma s\left(1-\frac{\sigma}{\beta}\right)\left(1-\frac{s}{\beta}\right) - x^2\left(t-\frac{\sigma s}{\beta}\right)^2}} + \right.$$

$$+ \frac{\sigma - s}{\sqrt{\sigma s\left(1-\frac{\sigma}{\beta}\right)\left(1-\frac{s}{\beta}\right) - x^2\left(s-\frac{\sigma s}{\beta}\right)^2}} + \tag{31}$$

$$+ \frac{\beta - \sigma - s}{\sqrt{\sigma s\left(1-\frac{\sigma}{\beta}\right)\left(1-\frac{s}{\beta}\right) - x^2\left(\frac{\sigma s}{\beta}\right)^2}} -$$

$$- \frac{\beta}{\sqrt{\sigma s \left(1-\frac{\sigma}{\beta}\right)\left(1-\frac{s}{\beta}\right)}} \Bigg\} , \quad \beta \equiv \frac{\hbar\omega}{\theta} . \tag{31}$$

Формула (31) дает точное выражение для второй (пропорциональной α^2) поправки к свободной энергии в модели полярона при произвольной температуре. Насколько нам известно, этот точный результат получен здесь впервые. Вычисление f_2 эквивалентно вычислению вторых поправок для статистической суммы или средней энергии (см.сноску I).

Вторая поправка в различных контекстах вычислялась методом континуального интегрирования в работах[5-7], где были получены приближенные выражения.

В пределе нулевой температуры $\theta = 0$ ($\beta \to +0$) вычисление можно провести до конца. Переходя в (31) к пределу, получаем:

$$\frac{f_2}{\hbar\omega}\Big|_{\theta=0} = -\frac{\alpha^2}{\pi}\left(I_1 + I_2 - I_3\right), \tag{32}$$

где

$$I_1 = 2\int_0^\infty d\sigma \int_0^\sigma ds\, e^{-\sigma-s} \int_0^s dt \int_0^1 dx \frac{1}{\sqrt{\sigma s - t^2 x^2}} ,$$

$$I_2 = \int_0^\infty d\sigma \int_0^\sigma ds\, e^{-\sigma-s} \int_0^1 dx \frac{\sigma - s}{\sqrt{\sigma s - x^2 s^2}} ,$$

$$I_3 = \int_0^\infty d\sigma \int_0^\sigma ds\, e^{-\sigma-s} \frac{\sigma + s}{\sqrt{\sigma s}} .$$

Интегралы берутся явно:

$$I_1 = \pi \ln \frac{1+\sqrt{2}}{2}, \qquad I_3 = \frac{\pi}{2},$$

$$I_2 = \pi \ln \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \pi \frac{\sqrt{2}-1}{2} . \tag{33}$$

Складывая, получаем окончательную формулу для второй поправки в энергию основного состояния:

$$\frac{f_2}{\hbar\omega}\Big|_{\theta=0} = E_2^{(0)} = -\alpha^2\left[\ln\left(1+\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)-\frac{1}{\sqrt{2}}\right]= \tag{34}$$
$$= -\alpha^2\,(0{,}0159196\ldots).$$

Этот результат был получен ранее в работах [8,9] другими методами (см. также обсуждение в [10]) [4].

Изложенный здесь метод можно развивать и в направлении вычисления высших порядков по α в разложении (4). Характерная черта при этом - появление кратных интегралов, при вычислении которых приходится делать разбиение на большое число областей интегрирования. Перечисление таких областей несколько напоминает перечисление диаграмм в канонических формах теории возмущений [12]. Здесь же мы имеем новую разновидность теории возмущений. Подчеркнем, что и в высших порядках центральную роль будет играть подробно изученный нами коррелятор F_{1234}.

Литература

1. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н.(мл.) Аспекты теории полярона. - ОИЯИ, Р17-81-65, Дубна, 1981.
2. Devreese J.T., ed.: Polarons in Ionic Crystals and Polar Semiconductors (North-Holland, Amsterdam, 1972).
3. Фейнман Р. Статистическая механика, Мир, М., 1975.
4. Боголюбов Н.Н.(мл.), Плечко В.Н. II международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики, Дубна, август 1981. Сборник аннотаций. - ОИЯИ, Д17-81-411, Дубна, 1981, стр. 7.

[4] В литературе иногда встречается также отличный от (34) результат из работы [11]:

$$(f_2/\hbar\omega)_{\theta=0} = -\alpha^2\left(\frac{1}{12}-\frac{2}{9\pi}\right) = -(0.0126\ldots)\alpha^2,$$

который впоследствии был исправлен [8-10]. Один из авторов (В.Н.П.) благодарит Е.А.Кочетова и М.А.Смондырева за обсуждение этого вопроса.

5. Marshall J.T., Mills L.R. Second-Order Correction to Feynman's Path-Integral Calculation of the Polaron Self-Energy. - Phys.Rev. B, 1970, v.2, No. 8, p.3143-3146.

6. Luttinger J.M., Lu Chih-Yuan. Generalized Path-Integral Formalism of the Polaron Problem and its Second-Order Semi-Invariant Correction to the Ground-State Energy. - Phys.Rev. B, 1980, v.21, No.10, p.4251-4263.

7. Кочетов Е.А., Смондырев М.А. Температурные эффекты в модели полярона. - ТМФ, 1981, т.47, № 3, с.357-386. Препринт ОИЯИ, Р2-80-268, Дубна, 1980.

8. Höhler G., Müllensiefen A. Storungstheoretische Berechnung der Selbstenergie und der Masse des Polarons. - Z.Phys., 1959, v.157, p.159-165.

9. Rössler J. A New Variational Ansatz in the Polaron Theory.- Phys. Stat. Sol., 1968, v.25, p.311-316.

10. Saitoh M. Theory of A Polaron at Finite Temperatures. - J.Phys. Soc. Japan, 1980, v.49, No.3, p.878-885.

11. Haga E. Note on the Slow Electron in a Polar Crystal. - Progr. Theor. Phys., 1954, v.11, No.4-5, p.449-460.

12. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М: Наука, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 декабря 1981 года.