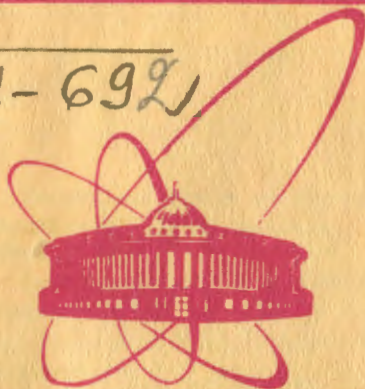


M-692



e
+

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

5715/2-81

23/41-81

P17-81-498

Д. Михалаке, В. К. Федянин

Р-ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ
ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ
В СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ

Направлено в "Z. für Physik"

1981

Последнее время интенсивно исследуются и теоретически и экспериментально линейные поверхностные поляритоны /см., напр., /1,2/.

Поверхностные поляритоны суть поляритоны, которые распространяются вдоль границы двух примыкающих сред. Описываются они теми решениями уравнений Максвелла, амплитуды которых экспоненциально спадают с увеличением расстояния от границы раздела. Хорошо известно, что линейные поверхностные поляритоны можно трактовать как связанные состояния оптических фононов и фотонов, и они, подобно объемным поляритонам, характеризуются сильной дисперсией в длинноволновой области спектра^{/3/}. Экспериментально поверхностные поляритоны с частотами в инфракрасной области спектра наблюдались с помощью метода нарушенного полного внутреннего отражения, методом дифракции медленных электронов, а также методом комбинационного рассеяния света.

В данной работе мы исследуем Р-поляризованные нелинейные поляритоны для двух полярных случаев: 1/ пленка поверхностно-активного вещества граничит со средой, диэлектрические свойства которой описываются тензором

$$\begin{aligned} \epsilon_{11}(\omega, |\vec{E}|^2) &= \epsilon_{22}(\omega, |\vec{E}|^2) = \epsilon_{\perp}(\omega) + \alpha(|E_1|^2 + |E_2|^2), \\ \epsilon_{33}(\omega, |\vec{E}|^2) &= \epsilon_{\parallel}(\omega). \end{aligned} \quad /1/$$

Здесь индексы 1,2,3 соответствуют x-, y- и z-направлениям декартовых координат; 2/ пленка, диэлектрические свойства которой описываются тензором /1/, граничит со средой с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_3(\omega)$.

Случай 1. Геометрия нашей системы в этом случае следующая: среда I ($-\infty < z \leq 0$) является изотропным диэлектрическим кристаллом, диэлектрическая проницаемость которого $\epsilon_1(\omega)$; среда II ($0 \leq z \leq d$) - изотропная пленка с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_2(\omega)$; среда III ($z > d$) - одноосный кристалл, тензор диэлектрической проницаемости которого дается /1/. Рассмотрим особенности распространения электромагнитных поверхностных волн в такой трехслойной структуре. Ограничимся случаем трансверсальных магнитных Р-поляризованных поверхностных поляритонов, которые характеризуются тем, что $E_z = 0$, $H_1 = H_3 = 0$,

т.е. волнами, распространяющимися в x -направлении, вектор электрической напряженности которых лежит в плоскости xz / TM -волны/. Декартовы компоненты E и H даются формулами

$$\begin{aligned} E_1 &= \mathcal{E}_1(z) e^{-i\omega t + ikx} , \\ E_3 &= \mathcal{E}_3(z) e^{-i\omega t + ikx} , \\ H_2 &= \mathcal{H}_2(z) e^{-i\omega t + ikx} . \end{aligned} \quad /2/$$

Максвелловские уравнения для амплитуд выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}_1}{dz} - ik\mathcal{E}_3 &= i\frac{\omega}{c}\mathcal{H}_2 , \\ \frac{d\mathcal{H}_2}{dz} &= i\frac{\omega}{c}D_1 , \\ k\mathcal{H}_2 &= -\frac{\omega}{c}D_3 . \end{aligned} \quad /3/$$

Из /3/ следует, что

$$\begin{aligned} \frac{d^2\mathcal{E}_1^I}{dz^2} - k_1^2\mathcal{E}_1^I &= 0, & k_1^2 &= k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_1 , \\ \frac{d^2\mathcal{E}_1^{II}}{dz^2} - k_2^2\mathcal{E}_1^{II} &= 0, & k_2^2 &= k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_2 , \\ \frac{d^2\mathcal{E}_1^{III}}{dz^2} - \frac{k_3^2}{\epsilon_{||}} [\epsilon_{\perp} + \alpha(\mathcal{E}_1^{III})^2] \mathcal{E}_1^{III} &= 0, & k_3^2 &= k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_{||} . \end{aligned} \quad /4/$$

Рассмотрим решения, локализованные в окрестности поверхности пленки и с нулевой асимптотикой при $|z| \rightarrow \infty$. Такие решения /4/ имеют вид

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1^I(z) &= A e^{k_1 z} , & -\infty < z \leq 0 , \\ \mathcal{E}_1^{II}(z) &= B_1 e^{k_2 z} + B_2 e^{-k_2 z} , & 0 \leq z \leq d , \\ \mathcal{E}_1^{III}(z) &= \left(\frac{2\epsilon_{\perp}}{|\alpha|}\right)^{1/2} \left\{ \cosh\left[k_3 \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{||}}\right)^{1/2} (z - z_0)\right] \right\}^{-1} , & z \geq d . \end{aligned} \quad /5/$$

A, B_1, B_2, z_0 - параметры, определяемые ниже. Для ТМ-волн граничные условия при $z=0$ и $z=d$ приводят к четырем уравнениям для A, B_1, B_2 и z_0 , что обусловлено требованием непрерывности $\tilde{\epsilon}_1$ и D_3 на поверхности $z=0$ и $z=d$. В итоге мы приходим к следующей системе уравнений для A, B_1, B_2 и z_0 , где z_0 есть то значение z , при котором $\tilde{\epsilon}_1^{\text{III}}(z)$ достигает максимального значения: $\tilde{\epsilon}_{1, \text{max}}^{\text{III}} = \left(\frac{2\epsilon_{\perp}}{|\alpha|} \right)^{1/2}$;

$$A = B_1 + B_2, \quad \frac{\epsilon_1}{k_1} A = \frac{\epsilon_2}{k_2} (B_1 - B_2), \quad /6/$$

$$e^{k_2 d} B_1 + e^{-k_2 d} B_2 = u,$$

$$\frac{\epsilon_2}{k_2} (e^{k_2 d} B_1 - e^{-k_2 d} B_2) = \frac{\epsilon_{\parallel}}{k_3} uv,$$

где

$$u = \left(\frac{2\epsilon_{\perp}}{|\alpha|} \right)^{1/2} \left\{ \cosh \left[k_3 \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} \right)^{1/2} (z_0 - d) \right] \right\}, \quad /7/$$

$$v = \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} \right)^{1/2} \tanh \left[k_3 \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} \right)^{1/2} (z_0 - d) \right]. \quad /8/$$

Система уравнений /6/ имеет нетривиальное решение тогда и только тогда, когда

$$\left(\frac{\epsilon_1}{k_1} + \frac{\epsilon_2}{k_2} \right) \left(\frac{\epsilon_2}{k_2} - \frac{\epsilon_{\parallel}}{k_3} v \right) + e^{-2k_2 d} \left(\frac{\epsilon_1}{k_1} - \frac{\epsilon_2}{k_2} \right) \left(\frac{\epsilon_2}{k_2} + \frac{\epsilon_{\parallel}}{k_3} v \right) = 0. \quad /9/$$

Заметим, что если $\epsilon_2 < 0$ и $\alpha \rightarrow 0$, то $z_0 \rightarrow -\infty$ и $v \rightarrow -\left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} \right)^{1/2}$.

В этом случае соотношение /9/ переходит в дисперсионное соотношение для линейных поверхностных поляритонов, полученное Миллсом и Марадудиным^{/3/}. Если взять в качестве независимой амплитуды $\tilde{\epsilon}_1^{\text{I}}(0) = \tilde{\epsilon}_0$, то имеем для A, B_1, B_2 следующие выражения:

$$A = \tilde{\epsilon}_0, \quad B_1 = \frac{1}{2} \tilde{\epsilon}_0 \frac{k_2}{\epsilon_2} \left(\frac{\epsilon_1}{k_1} + \frac{\epsilon_2}{k_2} \right), \quad /10/$$

$$B_2 = -\frac{1}{2} \tilde{\epsilon}_0 \frac{k_2}{\epsilon_2} \left(\frac{\epsilon_1}{k_1} - \frac{\epsilon_2}{k_2} \right).$$

Уравнение для z_0 выглядит теперь так:

$$\begin{aligned} & 2 \frac{\epsilon_2}{k_2} \left(\frac{2\epsilon_{\perp}}{|\alpha|} \right)^{1/2} \left\{ \cosh \left[k_3 \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} \right)^{1/2} (z_0 - d) \right] \right\}^{-1} = \\ & = \tilde{\epsilon}_0 \left[e^{k_2 d} \left(\frac{\epsilon_1}{k_1} + \frac{\epsilon_2}{k_2} \right) - e^{-k_2 d} \left(\frac{\epsilon_1}{k_1} - \frac{\epsilon_2}{k_2} \right) \right]. \end{aligned} \quad /11/$$

Уравнения /9/ и /11/ в совокупности и определяют положение и дисперсионные соотношения для двух поверхностных мод $\omega_1 = \omega_1(k, \epsilon_0)$ и $\omega_2 = \omega_2(k, \epsilon_0)$. В случае $\epsilon_1 = \epsilon_2$ и $d \rightarrow 0$ мы, естественно, приходим к результатам, полученным Аграновичем и др. в /4/:

$$\frac{\epsilon_2}{k_2} = \frac{\epsilon_{\parallel}}{k_3} \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}\right)^{1/2} \tanh\left[k_3 \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}\right)^{1/2} z_0\right], \quad /12/$$

$$\epsilon_0 = \frac{2\epsilon_{\perp}}{|\alpha|} \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}\right)^{1/2} \left\{ \cosh\left[k_3 \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}\right)^{1/2} z_0\right] \right\}^{-1}. \quad /13/$$

Отметим, в этой связи, что недавно Марадудин получил точное решение уравнений Максвелла для S-поляризованных нелинейных поверхностных поляритонов на поверхности раздела двух сред, одна из которых изотропна, а другая является оптически одноосной: тензор диэлектрической проницаемости ее дается /1/ /см. также /6/ /. И отметим, наконец, что, развивая идею работы /4/, мы получили точное решение уравнений Максвелла для P-поляризованных сильно нелинейных поверхностных поляритонов /7/. В этом случае изотропная диэлектрическая среда граничит с одноосным диэлектриком, тензор диэлектрической проницаемости которого имеет вид

$$\begin{aligned} \epsilon_{11}(\omega, |\vec{E}|^2) &= \epsilon_{22}(\omega, |\vec{E}|^2) = \epsilon_{\perp}(\omega) + \alpha(|E_1|^2 + |E_2|^2) + \beta(|E_1|^4 + |E_2|^4), \\ \epsilon_{33}(\omega, |\vec{E}|^2) &= \epsilon_{\parallel}(\omega). \end{aligned}$$

Случай 2. Геометрия системы в этом случае следующая: область I ($-\infty < z \leq 0$) является изотропным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1(\omega)$ /например, вакуум/; область II ($0 \leq z \leq d$) есть диэлектрическая пленка из одноосного кристалла, тензор диэлектрической проницаемости которого дается формулой /1/; область III ($z > d$) - изотропный диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_3(\omega)$. Для амплитуд с экспоненциально убывающей асимптотикой при $|z| \rightarrow \infty$ на основе /3/ имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \epsilon_1^I}{dz^2} - k_1^2 \epsilon_1^I &= 0, & k_1^2 &= k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1, \\ \frac{d^2 \epsilon_1^{II}}{dz^2} - \frac{k_2^2}{\epsilon_{\parallel}} [\epsilon_1 + \alpha (\epsilon_1^{II})^2] \epsilon_1^{II} &= 0, & k_2^2 &= k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\parallel}, \\ \frac{d^2 \epsilon_1^{III}}{dz^2} - k_3^2 \epsilon_1^{III} &= 0, & k_3^2 &= k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_3. \end{aligned} \quad /14/$$

Первое и третье уравнения системы /14/ легко интегрируются, и мы имеем

$$\begin{aligned} \xi_1^I(z) &= \xi(0) e^{k_1 z}, & z \leq 0 \\ \xi_1^{III}(z) &= A e^{-k_3 z}, & z \geq d. \end{aligned}$$

Обозначая $\xi_1^{II}(z) = y(z)$, получаем из второго уравнения /14/

$$y'^2 - \frac{k_2^2}{\epsilon_{II}} (\epsilon_1 y^2 + \frac{a}{2} y^4) = c. \quad /15/$$

Значение константы в /15/ определяется из требований непрерывности $\xi_1^{II}(z)$ и $D_3(z)$ при $z=0$. Непрерывность D_3 при $z=0$ и $z=d$ приводит к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_1}{k_1^2} \frac{d\xi_1^I}{dz} \Big|_{z=0} &= \frac{\epsilon_{II}}{k_2^2} \frac{d\xi_1^{II}}{dz} \Big|_{z=0}, \\ \frac{\epsilon_{II}}{k_2^2} \frac{d\xi_1^{II}}{dz} \Big|_{z=d} &= \frac{\epsilon_3}{k_3^2} \frac{d\xi_1^{III}}{dz} \Big|_{z=d}. \end{aligned} \quad /16/$$

Из первого уравнения /16/ имеем

$$\frac{d\xi_1^{II}}{dz} \Big|_{z=0} = y'(0) = \frac{k_2^2}{k_1} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_{II}} \xi(0) \quad /17/$$

и для константы c получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} c &= \xi^2(0) \left[\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_{II}} \frac{k_2^2}{k_1} \right)^2 + |b| \xi^2(0) - a \right], \\ b &= \frac{a}{2} \frac{k_2^2}{\epsilon_{II}} = - \frac{|a|}{2} \frac{k_2^2}{\epsilon_{II}}, \quad a = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_{II}} k_2^2. \end{aligned} \quad /18/$$

Мы полагаем, что $a < 0$ ($b < 0$) и $a > 0$. Интегрируя /15/, получаем

$$\int (c + ay^2 + by^4)^{-1/2} dy = z - z_0. \quad /19/$$

Случаи $c > 0$ и $c < 0$ должны быть изучены отдельно: i) $c > 0$, $a > 0$, $b = -|b| < 0$. Делая подстановку $y = v^{-1}$, приводим /19/ к виду

$$\int (cv^4 + av^2 - |b|)^{-1/2} dv = z - z_0. \quad /20/$$

Решение /20/ может быть выражено в терминах эллиптических функций Якоби^{/8/}. Имеем

$$\int (cv^4 + av^2 - |b|)^{-1/2} dv = (a^2 + 4|b|c)^{-1/4} \operatorname{nc}^{-1} \left\{ \left[\frac{2|b|}{(a^2 + 4|b|c)^{1/2} + a} \right]^{-1/2} u/m \right\},$$

/21/

$$m = \frac{a + (a^2 + 4|b|c)^{1/2}}{2(a^2 + 4|b|c)^{1/2}}.$$

Здесь

$$u = \int_0^\phi (1 - m \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta, \quad \operatorname{cn}(u/m) = \cos \phi,$$

$$\operatorname{sn}(u/m) = \sin \phi, \quad \operatorname{dn}(u/m) = (1 - m \sin^2 \phi)^{1/2},$$

$$\operatorname{nc}(u/m) = [\operatorname{cn}(u/m)]^{-1}, \quad \operatorname{nd}(u/m) = [\operatorname{dn}(u/m)]^{-1}$$

являются эллиптическими функциями Якоби. Полное решение второго уравнения из /14/ дается формулой

$$\tilde{\epsilon}_1^{\text{II}}(z) = \delta \operatorname{cn}[\gamma(z - z_0)/m],$$

/22/

где

$$\delta = \left[\frac{(a^2 + 4|b|c)^{1/2} + a}{2|b|} \right]^{1/2}, \quad \gamma = (a^2 + 4|b|c)^{1/4}.$$

Функция $\operatorname{cn}(u/m)$ имеет период $4K(m)$, где $K(m) = \int_0^{\pi/2} (1 - m \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta$ есть полный эллиптический интеграл первого рода. Из /22/ мы видим, что у $[\tilde{\epsilon}_1^{\text{II}}(z)]^2$ максимумы расположены в точках $z = z_0 + n\ell_1$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Расстояние между двумя максимумами есть $\ell_1 = \frac{2}{\gamma} K(m)$ и $\tilde{\epsilon}_1^{\text{II}} \approx \delta$. Условия непрерывности $\tilde{\epsilon}_1$ и D_3 на границах пластинки ($z = 0, z = d$) для ТМ-волн приводят к четырем уравнениям, решая которые, получаем

$$\tilde{\epsilon}(0) = \delta \operatorname{cn}(\gamma z_0),$$

$$A = \delta e^{k_3 d} \operatorname{cn}[\gamma(d - z_0)]$$

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_{\text{II}}} \frac{k_2^2}{k_1} = \gamma \operatorname{sn}(\gamma z_0) \operatorname{dn}(\gamma z_0) \operatorname{nc}(\gamma z_0),$$

/23/

$$\frac{\epsilon_3}{\epsilon_{\text{II}}} \frac{k_2^2}{k_3} = \gamma \operatorname{sn}[\gamma(d - z_0)] \operatorname{dn}[\gamma(d - z_0)] \operatorname{nc}[\gamma(d - z_0)].$$

Совокупность этих уравнений и определяет z_0 и дисперсионные соотношения для двух ветвей поверхностных мод $\omega_1 = \omega_1(k, \tilde{\epsilon}(0))$, $\omega_2 = \omega_2(k, \tilde{\epsilon}(0))$, относящихся к границам I-II и II-III, соответственно.

ii) $c < 0$, $a > 0$, $b = -|b| < 0$. Принимая во внимание, что

$$\int \frac{1}{(-|c|v^4 + av^2 - |b|)^{-1/2}} dv = \left[\frac{2}{a + (a^2 - 4|b||c|)^{1/2}} \right]^{-1/2} \operatorname{nd}^{-1} \left[\frac{a + (a^2 - 4|b||c|)^{1/2}}{2|b|} \right]^{1/2} u/p, \quad /24/$$

где

$$p = \frac{2(a^2 - 4|b||c|)^{1/2}}{a + (a^2 - 4|b||c|)^{1/2}},$$

имеем

$$\tilde{\epsilon}_1^{\text{II}}(z) = \rho \operatorname{dn}[\beta(z - z_0)], \quad /25/$$

где

$$\rho = \left[\frac{a + (a^2 - 4|b||c|)^{1/2}}{2|b|} \right]^{1/2}, \quad \beta = \left[\frac{a + (a^2 - 4|b||c|)^{1/2}}{2} \right]^{1/2}.$$

Как известно^{/8/}, функция $\operatorname{dn}(u/p)$ имеет период $2K(p)$. Из уравнения /25/ следует, что в этом случае $[\tilde{\epsilon}_1^{\text{II}}(z)]^2$ имеет максимумы в точках $z = z_0 + n\ell_2$ ($n=0,1,2,\dots$), где $\ell_2 = 2/\beta K(p)$ есть расстояние между соседними максимумами, и $\tilde{\epsilon}_{1,\max}^{\text{II}} = \rho$. Граничные условия при $z=0$ и $z=d$ приводят нас к следующим уравнениям для z_0 и $\omega_1 = \omega_1(k, \tilde{\epsilon}(0))$, $\omega_2 = \omega_2(k, \tilde{\epsilon}(0))$ - к дисперсионным соотношениям для двух поверхностных мод, отвечающих границам раздела I-II и II-III, соответственно, -

$$\tilde{\epsilon}(0) = \rho \operatorname{dn}(\beta z_0),$$

$$A = \delta e^{k_3 d} \operatorname{dn}[\beta(d - z_0)],$$

/26/

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_{\text{II}}} \frac{k_2^2}{k_1} = p\beta \operatorname{sn}(\beta z_0) \operatorname{cn}(\beta z_0) \operatorname{nd}(\beta z_0),$$

$$\frac{\epsilon_3}{\epsilon_{\text{II}}} \frac{k_2^2}{k_3} = p\beta \operatorname{sn}[\beta(d - z_0)] \operatorname{cn}[\beta(d - z_0)] \operatorname{nd}[\beta(d - z_0)].$$

Нам приятно поблагодарить профессора В.М.Аграновича и В.Б.Приезжева, обсуждение с которыми нашей работы /7/ привело нас к идее данного исследования. Мы благодарны доктору Н.Ангелеску за ценные обсуждения деталей данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mills D.L., Burstein E. Rep.Progr.Phys., 1974, vol.37, p.817.
2. Агранович В.М. УФН, 1975, т.115, с.199.
3. Mills D.L., Maradudin A.A. Phys.Rev.Lett., 1973, vol.31, p.372.
4. Агранович В.М., Бабиченко В.С., Черняк В.Я. Письма в ЖЭТФ, 1980, т.32, с.532.
5. Maradudin A.A. Z.Phys.B., 1981, vol.41, p.341.
6. Tomlinson W.J. Optics Lett., 1980, vol.5, p.323.
7. Fedyanin V.K., Mihalache D. JINR, E17-81-121, Dubna, 1981.
8. Abramowitz M.A., Stegun I.A. Handbook of Mathematical Functions. NBS, USA, 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 августа 1981 года.