

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

2347/2-80

2/6-80
P17-80-47

Г.М.Гавриленко, В.К.Федянин

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ
ПРИ КАНАЛИРОВАНИИ

Направлено в "Physica A"

1980

В настоящей работе изучаются особенности поведения заряженной частицы высокой энергии, попадающей в кристалл под малым углом к кристаллографической оси или плоскости. Эта проблема в последние годы интенсивно исследуется во многих теоретических и экспериментальных работах^{1-4/}. Оказывается, что специфические ориентационные^{5/}, ионизационные^{6/} и радиационные^{7/} эффекты, возникающие здесь, обуславливаются особым характером движения частиц, возникающим из-за сильноскоррелированного влияния на них ионов кристаллической решетки, расположенных в осях или плоскостях симметрии кристалла. Эти эффекты наблюдаются в опытах по рассеянию на кристаллах. Существует вторая группа эффектов, проявляющихся при каналировании частиц на большие глубины проникновения в кристалл, связанная с процессами обмена энергией между каналируемой частицей и кристаллом. Они приводят к формирующему воздействию кристалла на пучки каналируемых частиц^{8/}. Эффективным способом описания широкого круга явлений, возникающих при каналировании, является статистический подход, основанный на изучении функции распределения частицы по всевозможным реализациям ее состояния. Такой способ описания с включением некоторых феноменологических моментов широко использовался в работах^{9-12/}. Однако динамический характер задачи, т.е. возможность описания всех динамических свойств системы через функцию гамильтона и наличие в проблеме эффективного малого параметра, каким является отношение средней величины трансверсальной составляющей скорости каналируемой частицы к ее продольной компоненте, позволяют развить последовательный микроскопический подход к описанию этих явлений на пути редукции статистического описания^{13/}. Кратко приведем основные моменты такого подхода.

Исходным пунктом изучения является сложная система кристалл (Σ) плюс каналируемая частица (S), состояния которой описываются полной функцией распределения $D(t, S, \Sigma)$, подчиняющейся уравнению Лиувилля

$$\frac{\partial}{\partial t} D(t, S, \Sigma) = \mathcal{L}(S, \Sigma) D(t, S, \Sigma),$$

$$\mathcal{L}(S, \Sigma) = \mathcal{L}(S) + \mathcal{L}(\Sigma) + \mathcal{L}_{S\Sigma}.$$

$$\begin{aligned}
L(S) &= -\vec{V} \cdot \vec{V}_R, \quad L(\Sigma) = -\sum_{j=1}^N \vec{v}_j \cdot \vec{V}_{r_j} + \sum_{i < j}^N \vec{V}_{r_i} \phi(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \times \\
&\times \left(\frac{1}{m_i} \vec{V}_{v_i} - \frac{1}{m_j} \vec{V}_{v_j} \right), \quad L_{S\Sigma} = \sum_{j=1}^N \vec{V}_R U(\vec{R} - \vec{r}_j) \times \\
&\times \left(\frac{1}{M} \vec{V}_v - \frac{1}{m_j} \vec{V}_{v_j} \right), \quad \phi(x) = \phi(|x|), \quad U(x) = U(|x|), \\
S &= \{ \vec{V}, \vec{R} \}, \quad \Sigma = \{ \dots \vec{v}_i, \vec{r}_i, \dots \}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N,
\end{aligned}
\tag{1/}$$

N - число частиц в Σ -системе, M - масса каналируемой частицы, \vec{V} , \vec{R} - ее скорость и координаты, $m_i, \vec{v}_i, \vec{r}_i$ - аналогичные величины для иона кристалла. $\phi(x) = \phi(|x|)$, $U(x) = U(|x|)$ - потенциалы взаимодействия. Для анализа порядка величины членов уравнений вводятся для каждой физической величины характерные масштабы ее измерения:

$$\begin{aligned}
\vec{R} &= e\vec{R}, \quad \vec{r}_j = e\vec{r}_j, \quad \vec{V}_\perp = v_\perp \vec{V}_\perp, \quad V_z = V_0 V_z, \\
V_0 &= \sqrt{2E_0/M}, \quad U(\vec{R}) = \Phi_0 U(\vec{R}).
\end{aligned}
\tag{2/}$$

Малым параметром является величина $\epsilon = v_\perp/V_0$. При помощи формализма проекционных операторов^{/14,15/} можно редуцировать описание к функции $f(z, S_\perp)$, дающей распределение вероятностей состояния частицы по области фазовых переменных $S_\perp = \{ \vec{V}_\perp, \vec{R}_\perp \} = \{ V_x, V_y, R_x, R_y \}$ в зависимости от глубины проникновения в кристалл z . Относительно $f(z, S_\perp)$ получается замкнутое формально-точное уравнение^{/13/}, и для изучения физически-содержательных явлений можно развивать теорию возмущений по ϵ . Во втором порядке теории возмущения по ϵ уравнение для $f(z, S_\perp)$ имеет вид^{/8/}

$$\frac{\partial}{\partial z} f(z, S_\perp) = \frac{1}{V_0} [-\vec{V}_\perp \cdot \vec{V}_{R_\perp} + \vec{F}_\perp(\vec{R}) \cdot \frac{1}{M} \vec{V}_{v_\perp}] f(z, S_\perp) + Q(f(z, S_\perp)), \tag{3/}$$

где $\vec{F}_\perp(\vec{R}) = \vec{V}_{R_\perp} \langle \sum_{j=1}^N \overline{U(\vec{R} - \vec{r}_j)} \rangle_\Sigma, \dots \rangle_\Sigma$ означает усреднение по переменным Σ -системы с распределением Гиббса, черта над функцией обозначает операцию осреднения по z ^{/16/}, что соответствует отбрасыванию быстроосциллирующих по z членов уравнения, вклады которых в уравнения незначительны. $Q(f(z, S_\perp))$ - интеграл столкновений вида:

$$Q(f(r, S_{\perp})) = \frac{1}{MV_0^2 \Omega^2} \int_0^z dr \sum_{k_{\perp}, k'_{\perp}} \nu(k_{\perp}) \nu(k'_{\perp}) i \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\nabla}_{V_{\perp}} \times \\ \times \exp[i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp}) \cdot \vec{R}_{\perp}] [\Phi_{kk}(T) \frac{i \vec{k}_{\perp}}{M} \cdot \vec{\nabla}_{V_{\perp}} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial T} \Phi_{kk}(T)] f(r, S_{\perp}),$$

где Ω - объем кристалла, $\nu(k_{\perp}) = \nu(k)_{k_z=0}$ - фурье-образ $U(\vec{R})$, θ - температура кристалла в энергетических единицах, $T = \frac{z-r}{V}$.

$$\Phi_{kk}(T) = \langle \sum_{j=1}^N \exp[-i \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r}_j^{\perp}] | \exp[T L(\Sigma)] \sum_{j=1}^N \exp[-i \vec{k}'_{\perp} \cdot \vec{r}_j^{\perp}] \rangle_{\Sigma} \\ = \langle \sum_{j=1}^N \exp[-i \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r}_j^{\perp}] \rangle_{\Sigma} \cdot \langle \sum_{j=1}^N \exp[-i \vec{k}'_{\perp} \cdot \vec{r}_j^{\perp}] \rangle_{\Sigma}.$$

Некоторые физические эффекты, связанные с уравнением /3/, обсуждены в работе /8/. Ниже в данной работе основные моменты вывода уравнения /3/ будут повторены на другом примере. Уравнение описывает "z-эволюцию" состояния каналируемой частицы по мере ее проникновения в кристалл. Существенной особенностью /3/ является немарковский вид интеграла столкновений, что является основным препятствием на пути аналитического исследования решений этого уравнения. Вопрос об исследовании эволюций, подчиняющихся немарковскому уравнению, подчас возникающих в самых различных областях теоретической физики, исследовался в работах /17,18/. При этом основной тенденцией исследования являлось построение марковских аппроксимаций данного процесса и нахождение пропагаторов уже для марковских уравнений /19/. Во втором параграфе данной работы будет построена марковская аппроксимация процесса /2/ для всего интервала "z-эволюции". В третьем параграфе в этом уравнении будет произведена функциональная замена переменных, и в описании процесса с помощью функции распределения $f(z, S_{\perp})$ мы перейдем к описанию с помощью функции $g(z, E_{\perp})$. В четвертом параграфе будет получено относительно функции $g(z, E_{\perp})$ уравнение $\alpha(\epsilon^2)$ -приближения. В пятом параграфе полученное уравнение применяется к описанию каналирования легких частиц. Там же изучается асимптотика поведения решений уравнения при $z \rightarrow \infty$, $E_0 < \infty$; $E_0 \rightarrow \infty$, $z < \infty$. В шестом параграфе обсуждены физические аспекты полученных результатов.

§2. МАРКОВСКАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Интеграл столкновения уравнения /3/ представлен в виде интеграла по всем предшествующим моментам "z-эволюции" некоторой операторной конструкции с функцией распределения $f(z, S_{\perp})$, так

что изменение функции распределения в момент эволюции z определяется всей предисторией развития процесса. В этом состоит "немарковость" уравнения /3/. В рамках $o(\epsilon^2)$ -приближения можно получить такое уравнение для $f(z, S_{\perp})$ /или, что то же самое - уравнение /3/ привести к такому виду/, у которого оператор столкновений будет зависеть локально по z от функции $f(S_{\perp}, z)$, т.е. не будет содержать ее для времен эволюции $t < z$. Такой вид уравнения в дальнейшем будет называться марковским. При этом, если интеграл столкновений зависит от z явно, то уравнение будет называться нестационарным марковским уравнением. Для определения в дальнейшем порядка величины каждого члена уравнения, как указывалось выше, припишем каждой физической величине определенный физический масштаб ее измерения; комбинация этих величин при "обезразмеривании" уравнения и будет указывать порядок соответствующей величины. После обезразмеривания при помощи /2/, все физические величины будут порядка единицы. Такой прием хорошо известен и часто используется в кинетике и гидродинамике. Для канализования характерны следующие соотношения между величинами /2/:

$$\Phi_0 / M v_{\perp}^2 \sim 1, \quad \frac{v_{\perp}}{v_0} = \epsilon \ll 1, \quad \frac{\Phi_0}{E_0} \sim \epsilon^2. \quad /4/$$

Ограничимся рассмотрением интегрального многообразия уравнения /1/ вида $D(t(z), V_{\perp}(z, S_{\perp}, \Sigma), S_{\perp}, \Sigma, z) = D(z, S_{\perp}, \Sigma)$ и введем функции $f(z, S_{\perp})$, $\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma)$

$$f(z, S_{\perp}) = \hat{P}_{\bullet} D(z, S_{\perp}, \Sigma),$$

/5/

$$\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma) = [1 - \hat{P}] D(z, S_{\perp}, \Sigma),$$

где $\hat{P}_0 = \int (d\Sigma) \dots$, $\hat{P} = D_0(\Sigma) \hat{P}_0$, $D_0(\Sigma) -$

- распределение Гиббса для кристалла, интегрирование в \hat{P}_0 ведется по всему фазовому пространству состояний. В результате уравнение /1/ расщепится на систему уравнений относительно функций $f(z, S_{\perp})$, $\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma)$. Если обезразмерить получившуюся систему уравнений при помощи введенных параметров /2/, то, согласно соотношениям /4/, производные $\frac{\partial}{\partial z} f(z, S_{\perp})$, $\frac{\partial}{\partial z} \Delta(z, S_{\perp}, \Sigma)$ будут пропорциональны малому параметру ϵ , поэтому ее можно аппроксимировать осредненной системой уравнений /16/. Операцию осреднения будем обозначать чертой сверху:

$$\overline{U(\vec{R})} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T dz U(\vec{R}). \quad /6/$$

Осредненная система уравнений для $f(z, S_{\perp})$, $\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma)$ в $o(\epsilon^2)$ -приближении имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial z} f(z, S_{\perp}) = \frac{1}{V_0} [-\vec{v}_{\perp} \cdot \vec{v}_{R_{\perp}} + \vec{F}_{\perp}(\vec{R}_{\perp}) \frac{1}{M} \vec{v}_{\perp}] f(z, S_{\perp}) + \frac{1}{V_0} \hat{P}_0 \mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp} \Delta(z, S_{\perp}, \Sigma). \quad /7/$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Delta(z, S_{\perp}, \Sigma) = \frac{1}{V_0} [-\vec{v}_{\perp} \cdot \vec{v}_{R_{\perp}} + \mathcal{L}(\Sigma) + \overline{\mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp}}] \Delta(z, S_{\perp}, \Sigma) + \frac{1}{V_0} [\overline{\mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp}} - \langle \mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp} \rangle_{\Sigma}] D_0(\Sigma) f(z, S_{\perp}) - \frac{1}{V_0} D_0(\Sigma) \hat{P}_0 \overline{\mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp}} \Delta(z, S_{\perp}, \Sigma). \quad /7'/$$

Символ \perp обозначает, что рассматриваются лишь трансверсальные составляющие величин \vec{R} , \vec{v} и операторных вектор-конструкций. Второе уравнение системы /7/ с учетом граничного условия $\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma)|_{z=0} = 0$ / $z=0$ отвечает входу частицы в кристалл/, очевидно для проблемы каналирования, можно переписать в виде

$$\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma) = \frac{1}{V_0} \int_0^z dr \hat{S}(T) \hat{G}(T) [\overline{\mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp}} - \langle \mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp} \rangle_{\Sigma}] \times \times D_0(\Sigma) f(r, S_{\perp}) + \frac{1}{V_0} \int_0^z dr \hat{S}(T) \hat{G}(T) [\overline{\mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp}} - \langle \mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp} \rangle_{\Sigma} - \hat{P}_0 \overline{\mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp}}] \Delta(r, S_{\perp}, \Sigma), \quad /8/$$

где $\hat{S}(T) = \exp[T\mathcal{L}(\Sigma)]$, $\hat{G}(T) = \exp[T\{\mathcal{L}(S_{\perp}) + \langle \mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp} \rangle_{\Sigma}\}]$.

заметим, что $\hat{S}(T) \hat{G}(T) = \hat{G}(T) \hat{S}(T)$.

Уравнение /8/ есть интегральное уравнение относительно функции $\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma)$, которое можно решать методом итераций. Так как нам необходимо получить уравнение для функции $f(z, S_{\perp})$ $o(\epsilon^2)$ -приближения, то функцию $\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma)$ достаточно найти в $o(\epsilon)$ -приближении, откуда

$$\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma) = \frac{1}{V_0} \int_0^z dr \hat{S}(T) \hat{G}(T) [\overline{\mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp}} - \langle \mathcal{L}_{S\Sigma}^{\perp} \rangle_{\Sigma}] D_0(\Sigma) f(r, S_{\perp}). \quad /9/$$

На самом деле в /9/ оператор $\hat{G}(T)$ можно было бы положить равным единице, т.к., согласно /4/, он вносит возмущение в $\Delta(z, S_{\perp}, \Sigma)$ по порядку величины выше, чем ϵ , при этом мы пришли бы к уравнению /3/. Однако учет его на данном этапе позволит нам построить марковскую аппроксимацию уравнения /3/. Действительно,

в рамках $o(\epsilon^2)$ -приближения для $f(z, S_{\perp})$ справедлива следующая цепочка соотношений:

$$\begin{aligned} \Delta(z, S_{\perp}) &= \frac{1}{V_0} \int_0^z dr \hat{G}(T) \hat{S}(T) [\overline{L_{S\Sigma}^{\perp}} - \langle \overline{L_{S\Sigma}^{\perp}} \rangle_{\Sigma}] D_0(\Sigma) f(r, S_{\perp}) = \\ &= \int_0^z dr \hat{G}(T) \hat{S}(T) \frac{1}{V_0} [\overline{L_{S\Sigma}^{\perp}} - \langle \overline{L_{S\Sigma}^{\perp}} \rangle_{\Sigma}] G(T)^{-1} G(T) D_0(\Sigma) f(r, S_{\perp}) \\ &= \frac{1}{V_0} \int_0^z dr \hat{G}(T) \hat{S}(T) [\overline{L_{S\Sigma}^{\perp}} - \langle \overline{L_{S\Sigma}^{\perp}} \rangle_{\Sigma}] G(T)^{-1} D_0(\Sigma) f(z, S_{\perp}). \end{aligned} \quad /10/$$

В /10/, кроме группового свойства оператора $G(T)$, использовалось соотношение:

$$G(T) f(r, S_{\perp}) = f(z, S_{\perp}) + O(\epsilon^2),$$

что следует из первого уравнения /7/. Далее для $U(\vec{R})$ используем Фурье-представление и подставим /10/ в первое уравнение /7/.

В результате имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} f(z, S_{\perp}) &= \frac{1}{V_0} [-\vec{V}_{\perp} \cdot \vec{V}_{R_{\perp}} + \vec{F}_{\perp}(\vec{R}) \cdot \frac{1}{M} \vec{V}_{V_{\perp}}] f(z, S_{\perp}) + \\ &+ \frac{1}{MV_0^2 \Omega^2} \int_0^z dr \sum_{\mathbf{k}_{\perp}, \mathbf{k}'_{\perp}} \nu(\mathbf{k}_{\perp}) \nu(\mathbf{k}'_{\perp}) \exp[i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \vec{R}_{\perp}] i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \vec{V}_{V_{\perp}} G(T) \times \\ &\times \exp[i\mathbf{k}'_{\perp} \cdot \vec{R}_{\perp}] \Phi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(T) \frac{i\mathbf{k}'_{\perp} \cdot \vec{V}_{V_{\perp}}}{M} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial T} \Phi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(T) G^{-1}(T) f(z, S_{\perp}). \end{aligned} \quad /11/$$

В /11/ использованы соотношения

$$\begin{aligned} \frac{1}{M_j} \vec{V}_{V_j}^{\perp} D_0(\Sigma) &= -\frac{\vec{V}_j^{\perp}}{\theta} D_0(\Sigma), \\ S(T) \sum_{j=1}^N \exp[-i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \vec{r}_j^{\perp}] i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \vec{V}_j^{\perp} &= \frac{\partial}{\partial T} \{ S(T) \sum_{j=1}^N \exp[-i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \vec{r}_j^{\perp}] \}. \end{aligned}$$

В первой части интеграла столкновений оператор $G(T)$ можно положить равным единице. Вторую часть интеграла столкновений вначале проинтегрируем по частям, с учетом того, что

$$\frac{\partial}{\partial T} \{ G(T) \vec{R}_{\perp} \} = -G(T) \vec{V}_{\perp} + O(\epsilon^2),$$

и лишь после этого оператор $G(T)$ в преобразованной части интеграла столкновений положим равным единице. Заметим, что все это - тождественные преобразования в рамках $o(\epsilon^2)$ -приближения для $f(z, S_{\perp})$. После этого для $f(z, S_{\perp})$ окончательно имеем уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial z} f(z, S_{\perp}) = \frac{1}{V_0} [-\vec{V}_{\perp} \cdot \vec{\nabla}_{R_{\perp}} + \vec{F}_0 \cdot \frac{1}{M} \vec{\nabla}_{V_{\perp}} + \hat{F}(z)] f(z, S_{\perp}) + \hat{Q}(z) f(z, S_{\perp}),$$

$$\hat{Q}(z) = \frac{1}{M V_0 \Omega^2} \sum_{k_{\perp} k'_{\perp}} \nu(k_{\perp}) \nu(k'_{\perp}) \exp[i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp}) \cdot \vec{R}_{\perp}] \times \quad /12/$$

$$\times \int_0^{z/V_0} dt \Phi_{kk'}(T) i \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\nabla}_{V_{\perp}} \left[\frac{i \vec{k}'_{\perp}}{M} \cdot \vec{\nabla}_{V_{\perp}} + \frac{i \vec{k}'_{\perp}}{\theta} \cdot \vec{V}_{\perp} \right],$$

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{\perp}(\vec{R}_{\perp}) - \frac{1}{\theta V_0 \Omega^2} \sum_{k_{\perp} k'_{\perp}} \nu(k_{\perp}) \nu(k'_{\perp}) \exp[i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp}) \cdot \vec{R}_{\perp}] \times$$

$$\times \Phi_{kk'}(0) i \vec{k}_{\perp}, \quad \hat{F}(z) = \frac{1}{\theta M V_0 \Omega^2} \sum_{k_{\perp} k'_{\perp}} \nu(k_{\perp}) \nu(k'_{\perp}) \times$$

$$\times \exp[i \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{R}_{\perp}] i \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\nabla}_{V_{\perp}} G(R) \exp[i \vec{k}'_{\perp} \cdot \vec{R}_{\perp}] \Phi_{kk'}(z/V_0).$$

Оператор $G(T)$ во второй части интеграла столкновений можно положить равным единице только после интегрирования по частям. В противном случае мы бы не учли некоторых членов уравнения, дающих вклад в $o(\epsilon^2)$ -приближение для $f(z, S_{\perp})$. На глубинах проникновения в кристалл z таких, что величина $z/V_0 = t$ больше, нежели характерные времена релаксационных процессов в кристалле, функцией $\Phi_{kk'}(t)$ можно пренебречь, и интеграл по dt в /12/ распространить до бесконечности. Так что для больших глубин проникновения каналируемых частиц в кристалл уравнение /12/ переходит в стационарное марковское уравнение, для которого сила \vec{F} дается выражением

$$\vec{F} = \vec{F}_0, \quad \hat{F}(z) = 0, \quad z > z_0, \quad /13/$$

$$\hat{Q} = \frac{1}{\theta M V_0 \Omega^2} \sum_{k_{\perp} k'_{\perp}} \nu(k_{\perp}) \nu(k'_{\perp}) \exp[i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp}) \cdot \vec{R}_{\perp}] \times$$

$$\times R_{kk'} i \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\nabla}_{V_{\perp}} \left[\frac{\theta}{M} i \vec{k}'_{\perp} \cdot \vec{\nabla}_{V_{\perp}} + i \vec{k}'_{\perp} \cdot \vec{V}_{\perp} \right], \quad /14/$$

$$R_{kk'} = \int_0^{\infty} dt \Phi_{kk'}(T), \quad z > z_0.$$

Легко оценить и величину $z_0 = V_0 \tau_0$, где τ_0 - характерное время релаксационных процессов в кристалле. Выберем $\tau_0 \sim 10^{-12}$ с,

а $V_0 \sim c \sim 10^{10}$ см, откуда $z_0 \sim 10^{-2}$ см, так что на глубинах проникновения частиц в кристаллы, больших чем 10^{-2} см, можно уже пользоваться для описания стационарным марковским уравнением типа Фоккера-Планка /12/.

§3. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ

Перейдем в описании каналирования от функции распределения $f(z, S_{\perp})$ к функции распределения $g(z, E_{\perp})$. Введем функцию

$$E_{\perp}(\vec{R}_{\perp}, \vec{V}_{\perp}) = \frac{M \vec{V}_{\perp}^2}{2} + U(\vec{R}_{\perp}), \quad /15/$$

$$U(\vec{R}_{\perp}) = \left\langle \sum_{j=1}^N \overline{U(\vec{R} - \vec{r}_j)} \right\rangle_{\Sigma} - \left\langle \sum_{j=1}^N \overline{U(\vec{R} - \vec{r}_j)} \right\rangle_{\Sigma, \vec{R} = 0} - \\ - \frac{1}{2\theta\Omega^2} \sum_{k_{\perp}, k'_{\perp}} \nu(k_{\perp}) \nu(k'_{\perp}) \Phi_{kk'}(0) [\exp(i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp}) \cdot \vec{R}_{\perp}) - 1].$$

$E_{\perp}(\vec{R}_{\perp}, \vec{V}_{\perp}) = \text{const}$ определяет гиперповерхность постоянной трансверсальной энергии в фазовом пространстве частицы S_{\perp} . Заметим, что такой переход означает сокращение описания. Действительно, функция $f(z, S_{\perp})$ содержит больше информации на микроскопическом уровне, чем $g(z, E_{\perp})$. Осуществим намеченную программу с помощью формализма проекционных операторов Цванцига-Мори. Введем следующие операторы

$$\hat{P}_1 = \lambda \frac{M}{S_0} \int (dS_{\perp}) \delta(E_{\perp} - E_{\perp}(\vec{R}_{\perp}, \vec{V}_{\perp})) \dots, \quad /16/$$

$$\hat{P}_2 = \int_0^{\infty} dE_{\perp} \delta(E_{\perp} - E_{\perp}(\vec{R}_{\perp}, \vec{V}_{\perp})) \dots,$$

где интегрирование по (dS_{\perp}) означает интегрирование по всему фазовому пространству состояний каналируемой частицы. В силу периодичности кристаллического поля решетки интегрирование по $(d\vec{R}_{\perp})$ можно производить по наименьшей элементарной ячейке симметрии, отвечающей данному направлению каналирования. Площадь ее обозначим через S_0 . Появление в /16/ множителя вида M/S_0 объясняется соображениями размерности, т.к. произведение $\hat{P}_2 \hat{P}_1$ должно быть величиной безразмерной:

$$\lambda = \frac{1}{M} S_0 \int (dS_{\perp}) \delta(E_{\perp} - E_{\perp}(\vec{R}_{\perp}, \vec{V}_{\perp})),$$

$E_{\perp}(\vec{R}_{\perp}, \vec{V}_{\perp})$ определено, согласно /15/, а $\delta(x)$ - дельта-функция Дирака. При помощи операторов /16/ определим следующие функции:

$$g(z, E_{\perp}) = \hat{P}_1 f(z, S_{\perp}), \quad /17/$$

$$\Delta(z, S_{\perp}) = f(z, S_{\perp}) - \hat{P}_2 g(z, E_{\perp}).$$

Легко устанавливается следующее равенство

$$\Delta(z, S_{\perp}) = [1 - \hat{P}_2 \hat{P}_1] f(z, S_{\perp}). \quad /18/$$

Действуя поочередно операторами \hat{P}_1 и $[1 - \hat{P}_2 \hat{P}_1]$ слева на уравнение /12/ и используя определение /17/, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) &= \hat{P}_1 [\hat{T}(z) + \hat{Q}(z)] \hat{P}_2 g(z, E_{\perp}) + \\ &+ \hat{P}_1 [\hat{T}(z) + \hat{Q}(z)] \Delta(z, S_{\perp}), \end{aligned} \quad /19/$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \Delta(z, S_{\perp}) &= [1 - \hat{P}_2 \hat{P}_1] [\hat{T}(z) + \hat{Q}(z)] \Delta(z, S_{\perp}) \\ &+ [1 - \hat{P}_2 \hat{P}_1] [\hat{T}(z) + \hat{Q}(z)] \hat{P}_2 g(z, E_{\perp}), \end{aligned}$$

где

$$\hat{T}(z) = \frac{1}{V_0} [-\vec{V}_{\perp} \cdot \vec{V}_{R_{\perp}} + \vec{F}_0 \cdot \frac{1}{M} \vec{V}_{V_{\perp}} + \hat{F}(z)].$$

Решения системы уравнений /19/ будем искать на таком ее интегральном многообразии, которое отвечает следующему выбору начальных условий:

$$[1 - \hat{P}_2 \hat{P}_1] f(0, S_{\perp}) = 0. \quad /20/$$

Из этого следует, что $\Delta(0, S_{\perp}) = 0$. Это - не что иное, как обобщение метода решения уравнений в частных производных, развитого Хакеном в задачах нелинейной оптики /20/. После этого функцию $\Delta(z, S_{\perp})$ можно исключить из системы уравнений /19/ и получить относительно $g(z, E_{\perp})$ уравнение

$$\frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) = \hat{P}_1 [\hat{T}(z) + \hat{Q}(z)] \hat{P}_2 g(z, E_{\perp}) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \hat{P}_1 [\hat{T}(z) + \hat{Q}(z)] T \exp \left[\int_0^z dr \hat{\Gamma}(r) \right] \times \\
 & \times \int_0^z dr \hat{A}(r) [1 - \hat{P}_2 \hat{P}_1] [\hat{T}(r) + \hat{Q}(r)] \hat{P}_2 g(r, E_{\perp}), \quad /21/
 \end{aligned}$$

где символ T означает операцию упорядочения по параметру z , а оператор $\hat{A}(z)$ - левый обратный к оператору T -экспоненты от $\hat{\Gamma}(z)$, то есть:

$$\hat{A}(z) \hat{\Gamma}(z) = 1$$

и

$$\hat{\Gamma}(z) = [1 - \hat{P}_2 \hat{P}_1] [\hat{T}(z) + \hat{Q}(z)].$$

Уравнение /21/ носит формальный характер. Чтобы извлечь из него содержательную физическую информацию, будем, как и для получения уравнений /2/, /12/, развивать теорию возмущения по параметру ϵ . Так как /2/, /12/ описывают "z-эволюцию" распределения $f(z, S_{\perp})$ в $o(\epsilon^2)$ -приближении, ограничимся таким же самым порядком аппроксимации и для $g(z, E_{\perp})$.

§4. $o(\epsilon^2)$ -ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ $g(z, E_{\perp})$

Уравнение /21/ описывает изменение распределения трансверсальной энергии каналируемой частицы по мере ее проникновения в кристалл. Ограничимся в нем только теми членами, которые дадут вклад в $o(\epsilon^2)$ -приближение "z-эволюции" функции $g(z, E_{\perp})$. В результате имеем

$$\frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) = \hat{P}_1 [\hat{T}(z) + \hat{Q}(z)] \hat{P}_2 g(z, E_{\perp}). \quad /22/$$

Раскроем выражения, стоящие в правой части уравнения /22/. При этом для иллюстрации рассмотрим только член вида $\hat{P}_1 \hat{T}(z) \hat{P}_2 g(z, E_{\perp})$, остальные слагаемые рассматриваются совершенно аналогичным образом, хотя непосредственный расчет их намного более громоздок

$$\begin{aligned}
 \hat{P}_1 \hat{T}(z) \hat{P}_2 g(z, E_{\perp}) &= \frac{M}{S_0 \lambda} \int_{S_0} (dS_{\perp}) \delta(E_{\perp} - E_{\perp}(\vec{R}_{\perp}, \vec{V}_{\perp})) \times \\
 \frac{1}{V_0} [-\vec{V}_{\perp} \cdot \vec{V}_{R_{\perp}} + \vec{F}_0 \cdot \frac{1}{M} \vec{V}_{V_{\perp}} + \frac{\lambda^{-1}}{\theta M \Omega^2} \sum_{\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{k}'_{\perp}} \nu(\mathbf{k}_{\perp}) \nu(\mathbf{k}'_{\perp}) \exp[i\mathbf{k}'_{\perp} \cdot \vec{R}_{\perp}] \times \\
 \times i\mathbf{k}'_{\perp} \cdot \vec{V}_{V_{\perp}} \times G(z/V_0) \Phi_{\mathbf{k} \mathbf{k}'}(z/V_0) \times \\
 \times \exp[i\mathbf{k}'_{\perp} \cdot \vec{R}_{\perp}] \int_0^{\infty} dE'_{\perp} \delta(E'_{\perp} - E_{\perp}(\vec{R}_{\perp}, \vec{V}_{\perp})) g(z, E'_{\perp}).
 \end{aligned}$$

$$\text{но } [-\vec{V}_\perp \cdot \vec{V}_{R_\perp} + \frac{1}{M} \vec{F}_0 \cdot \vec{V}_{V_\perp}] \delta(E'_\perp - E_\perp(\vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp)) = 0,$$

откуда

$$\hat{P}_1 \hat{T}(z) \hat{P}_2 g(z, E_\perp) = \lambda^{-1} \frac{\partial}{\partial E_\perp} [\mu(z, E_\perp) g(z, E_\perp)], \quad /23/$$

где

$$\begin{aligned} \mu(z, E_\perp) = & \frac{M}{S_0 \theta V_0 \Omega^2} \sum_{k_\perp k'_\perp} \nu(k_\perp) \nu(k'_\perp) \Phi_{kk'}(z/V_0) \times \\ & \times i \vec{k}_\perp \cdot \int (dS_\perp) \vec{V}_\perp \exp[i \vec{k}_\perp \cdot \vec{R}_\perp] G(z/V_0) \exp[i \vec{k}'_\perp \cdot \vec{R}_\perp] \delta(E_\perp - E_\perp(\vec{R}_\perp, \vec{V}_\perp)). \end{aligned} \quad /24/$$

Из /24/ видно, что данным вкладом можно пренебречь при z таких, что $z > z_0$. Для $\hat{P}_1 Q(z) \hat{P}_2 g(z, E_\perp)$ справедливо следующее представление:

$$\begin{aligned} \hat{P}_1 Q(z) \hat{P}_2 g(z, E_\perp) = & k_1(z) \frac{\partial}{\partial E_\perp} \{ E_\perp [\frac{\partial}{\partial E_\perp} g(z, E_\perp) \\ & + \frac{1}{\theta} g(z, E_\perp)] \} + k_2(z, E_\perp) \frac{\partial}{\partial E_\perp} [\frac{\partial}{\partial E_\perp} g(z, E_\perp) + \\ & + \frac{1}{\theta} g(z, E_\perp)] + k_3(z, E_\perp) [\frac{\partial}{\partial E_\perp} g(z, E_\perp) + \frac{1}{\theta} g(z, E_\perp)], \end{aligned}$$

$$k_1(z) = \frac{2\pi\lambda^{-1}}{M V_0 \Omega^2} \sum_{k_\perp} \nu^2(k_\perp) (\vec{k}_\perp)^2 \int_0^{z/V_0} dT \Phi_{kk'}(T)_{\vec{k}' = -\vec{k}}$$

$$\begin{aligned} k_2(z, E_\perp) = & - \frac{2\pi\lambda^{-1}}{S_0 M V_0 \Omega^2} \sum_{k_\perp k'_\perp} \nu(k_\perp) \nu(k'_\perp) (\vec{k}_\perp \cdot \vec{k}'_\perp) \gamma(k_\perp, k'_\perp, E_\perp) \times \\ & \times \int_0^{z/V_0} dT \Phi_{kk'}(T), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_3(z, E_\perp) = & - \frac{2\pi\lambda^{-1}}{S_0 M V_0 \Omega^2} \sum_{k_\perp k'_\perp} \nu(k_\perp) \nu(k'_\perp) (\vec{k}_\perp \cdot \vec{k}'_\perp) a(k_\perp, k'_\perp, E_\perp) \times \\ & \times \int_0^{z/V_0} dT \Phi_{kk'}(T), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma(k_{\perp}, k'_{\perp}, E_{\perp}) &= \int_0^{\infty} d\epsilon \epsilon \int_{S_0} (d\vec{R}_{\perp}) \exp[i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp})\vec{R}_{\perp}] \times \\ &\times \delta(E_{\perp} + \epsilon - U(\vec{R}_{\perp})) - \int_{S_0} (d\vec{R}_{\perp}) E_{\perp}(\vec{R}_{\perp}) \exp[i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp})\vec{R}_{\perp}], \quad /25/ \\ \alpha(k_{\perp}, k'_{\perp}, E_{\perp}) &= \int_0^{\infty} d\epsilon \int_{S_0} (d\vec{R}_{\perp}) \delta(E_{\perp} + \epsilon - U(\vec{R}_{\perp})) \exp[i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp})\vec{R}_{\perp}]. \end{aligned}$$

Видно, что при достаточно больших z /25/ также стремится к своему стационарному пределу. Обозначим

$$k_1(\infty) = k_1, \quad k_2(\infty, E_{\perp}) = k_2(E_{\perp}), \quad k_3(\infty, E_{\perp}) = k_3(E_{\perp}).$$

Итак, уравнение для функции $g(z, E_{\perp})$ в $o(\epsilon^2)$ -приближении имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) = \lambda^{-1} \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} [\mu(z, E_{\perp}) g(z, E_{\perp})] \quad /26/$$

$$\times [k_1(z) \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} E_{\perp} + k_2(z, E_{\perp}) \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} + k_3(z, E_{\perp})] [\frac{\partial}{\partial E_{\perp}} + \frac{1}{\theta}] g(z, E_{\perp}),$$

которое при достаточно больших z переходит в уравнение стационарного типа

$$\frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) = [k_1 \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} E_{\perp} + k_2(E_{\perp}) \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} + k_3(E_{\perp})] [\frac{\partial}{\partial E_{\perp}} + \frac{1}{\theta}] g(z, E_{\perp}).$$

Заметим, что распределение вида $\exp[-E_{\perp}/\theta]$ тождественно удовлетворяет уравнению /27/. Само уравнение /26/ описывает "z-релаксацию" к этому равновесному распределению. Уравнение /26/ отличается по своей структуре от уравнения диффузионного типа, предложенного для функции $g(z, E_{\perp})$ Линдхардом^{14/} и имеющего вид

$$\frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) = \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} [D(E_{\perp}) \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} g(z, E_{\perp})] \quad /28/$$

прежде всего наличием членов, "пропорциональных θ^{-1} ". Позже, на более простом примере, будет показано, что именно они определяют асимптотику поведения решений на больших z . Это отличие весьма существенно при описании каналирования частиц на большие глубины проникновения в кристалл. Уравнения подобного типа часто возникают при изучении стохастических процессов в динамических системах. Общий подход к исследованию уравнений типа /27/ можно найти в работе^{21/}.

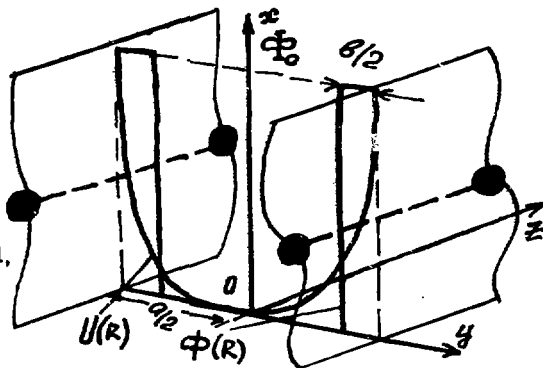
§5. КАНАЛИРОВАНИЕ ЛЕГКИХ ИОНОВ

Характерной особенностью каналирования легких ионов сквозь кристаллы является короткодействующий характер взаимодействия их с ионами решетки^{/3/}. Это обстоятельство позволяет в применении к ним упростить уравнение /26/. Для более четкого уяснения смысла проделываемых ниже приближений используем следующие модельные представления, что не снижает общности рассуждений. Рассмотрим случай осевого каналирования в кубическом кристалле с постоянной решетки a . Каналирование идет вдоль кристаллографического направления $[0,0,1]$. Далее аппроксимируем потенциал $U(\vec{R})$ функцией вида

$$\Phi(\vec{R}) = \Phi_0 \theta\left(\frac{b}{2} - x\right) \theta\left(\frac{b}{2} - y\right) \theta\left(\frac{b}{2} - z\right), \quad /29/$$

где Φ_0 - амплитуда взаимодействия, b - ширины потенциального барьера, $\theta(x) = 1, x \leq 0; 0, x > 0$. На рисунке схематично проиллюстрирована обсуждаемая ситуация. Положение 0 отвечает центру элементарной кубической

ячейки, $y = a/2, y = -a/2$ отвечают кристаллографические плоскости. Совершенно аналогичная картина наблюдается на фазовой плоскости ox . Введем следующий безразмерный параметр $\delta = b/a$. Ситуации короткодействия отвечает условие $\delta \ll 1$, т.е. почти во всем объеме элементарной ячейки можно рассматривать как свободную, и лишь



при приближении к кристаллографическим плоскостям резко возрастают отталкивающие силы. Поэтому в дальнейшем разложим уравнение /26/ по параметру δ и ограничимся только наибольшими по нему вкладками:

$$\nu(k) = \frac{8\Phi_0}{k_x k_y k_z} \sin(b/2 k_x) \sin(b/2 k_y) \sin(b/2 k_z),$$

/30/

$$\nu(k_{\perp}) = \frac{4\Phi_0 b}{k_x k_y} \sin(b/2 k_x) \sin(b/2 k_y).$$

Проанализируем по порядку величины относительно параметра δ коэффициенты уравнения $/26/ \mu, k_1, k_2, k_3, \lambda$.

Оказывается, что $\mu(z, E_{\perp})$ и $k_1(z) \sim \delta^2$, в то время как $k_2(z, E_{\perp}), k_3(z, E_{\perp})$ имеют более высокий порядок малости. Так что в первом наименьшем порядке по δ уравнение $/26/$ имеет вид: $\lambda = 2\pi$,

$$\frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) = \lambda^{-1} \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} \{ \mu(z, E_{\perp}) g(z, E_{\perp}) \} + \quad /31/$$

$$k_1(z) \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} \{ E_{\perp} [\frac{\partial}{\partial E_{\perp}} g(z, E_{\perp}) + \frac{1}{\theta} g(z, E_{\perp})] \}.$$

Стационарный предел $/31/$, отвечающий большим глубинам проникновения в кристалл, имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial z} g(z, E_{\perp}) = k_1 \frac{\partial}{\partial E_{\perp}} \{ E_{\perp} [\frac{\partial}{\partial E_{\perp}} g(z, E_{\perp}) + \frac{1}{\theta} g(z, E_{\perp})] \}. \quad /32/$$

Уравнение $/32/$ хорошо известно в теории стохастических процессов $/21, 22/$. Любое его решение с начальным распределением выражается в виде:

$$g(z, E_{\perp}) = \int_0^{\infty} dE'_{\perp} H(E_{\perp} E'_{\perp} z) g(E'_{\perp}). \quad /33/$$

где $H(E_{\perp} E'_{\perp} z)$ - пропагатор уравнения $/32/$ $/22/$

$$H(E_{\perp} E'_{\perp} z) = \frac{1}{2\pi\theta [1 - \exp(-\frac{k_1 z}{\theta})]} \int_0^{2\pi} d\phi \exp\{ - \frac{1}{\theta [1 - \exp(-\frac{k_1 z}{\theta})]} \times \quad /35/$$

$$\times [E_{\perp} + E'_{\perp} \exp(-\frac{2k_1 z}{\theta}) - 2\sqrt{E_{\perp} E'_{\perp}} \exp(-\frac{k_1 z}{\theta}) \cos \phi] \}.$$

Видно, что независимо от начального распределения $g(E_{\perp})$ процесс $/33/$ сходится к равновесной функции распределения при $z \rightarrow \infty$ с лидирующей асимптотической

$$g(z, E_{\perp})_{z \rightarrow \infty} = \exp(-\frac{1}{\theta} E_{\perp}) \{ 1 + \text{const} \cdot \exp(-\frac{zk_1}{\theta}) + \dots \}. \quad /36/$$

Уравнение типа Линдхарда с диффузионной функцией вида $D(E_{\perp}) = k_1 E_{\perp}$ может быть получено из $/32/$ формальным отбрасыванием членов, пропорциональных $1/\theta$, или же в результате формального предельного перехода $\theta \rightarrow \infty$. В этом случае пропагатор $/35/$ стремится к виду

$$H_L(E_{\perp} E'_{\perp} z) = \frac{1}{2\pi k_{\perp} z} \int \exp \left[-\frac{1}{k_{\perp} z} (E_{\perp} + E'_{\perp} - 2\sqrt{E_{\perp} E'_{\perp}} \cos \phi) \right] d\phi \cdot /37/$$

Процесс /33/ есть диффузия поперечной энергии каналируемой частицы к равномерному распределению. Такой случай реализуется, если мы ограничимся определенной глубиной проникновения в кристалл z_{Φ} и будем изучать асимптотику поведения решения при $E_{\perp} \rightarrow \infty$, или, что то же самое, при $V_0 \rightarrow \infty$. Тогда в пропагаторе /35/ справедливо разложение

$$\exp \left(-\frac{z k_{\perp}}{\theta} \right) = 1 - z k_{\perp} / \theta,$$

и мы приходим к пропагатору /37/.

§6. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ЧАСТЕЙ ИНТЕГРАЛА СТОЛКНОВЕНИЙ

Вернемся к рассмотрению интеграла столкновений уравнения /12/. Он состоит из двух частей:

$$\hat{Q}(z) = \hat{Q}_1(z) + \hat{Q}_2(z),$$

$$\hat{Q}_1(z) = \frac{1}{M^2 V_0 \Omega^2} \sum_{k_{\perp} k'_{\perp}} \nu(k_{\perp}) \nu(k'_{\perp}) \exp \left[i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp}) \cdot \vec{R}_{\perp} \right] \times$$

$$\times \int_0^{z/V_0} dT \Phi_{kk'}(T) i\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{V}_{V_{\perp}} i\vec{k}'_{\perp} \cdot \vec{V}_{V_{\perp}}.$$

$$\hat{Q}_2(z) = -\frac{1}{M V_0 \Omega^2 \theta} \sum_{k_{\perp} k'_{\perp}} \nu(k_{\perp}) \nu(k'_{\perp}) \exp \left[i(\vec{k}_{\perp} + \vec{k}'_{\perp}) \cdot \vec{R}_{\perp} \right] \times$$

$$\times \int_0^{z/V_0} dT \Phi_{kk'}(T) i\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{V}_{V_{\perp}} i\vec{k}'_{\perp} \cdot \vec{V}_{V_{\perp}}.$$

Анализ асимптотик уравнений /32/ при различных условиях показывает, что они преимущественно связаны с различными процессами, происходящими в $S + \Sigma$ -системе при "z-эволюции". При формальном учете только части интеграла столкновений $\hat{Q}_1(z)$ мы пришли бы к уравнению в E_{\perp} , z-представлении чисто диффузионного типа, которое описывало бы диффузию поперечной энергии по мере приближения ее к однородному распределению. Такой процесс всегда связан с монотонным ростом дисперсии распределения E_{\perp} , независимо от начального распределения $g(E_{\perp})$. Физически этот процесс можно связать с рассеянием каналируемых частиц на тепловых флуктуациях положения ионов в кристаллической решетке. /Заметим, что здесь мы рассматривали только эффекты решетки, без учета подсистемы свободных электронов проводимости.

Их можно учесть, включив в H части взаимодействия, связанные с ними/. Этот эффект тесно связан с явлением деканализации^{4/}. Вторая часть интеграла столкновений \hat{Q}_2 связана с диссипативным фоновым механизмом, обеспечивающим обмен энергией между каналируемой частью и кристаллом. Он проявляется в формирующем влиянии кристалла на пучок каналируемых частиц и определяет предельное значение дисперсии поперечной энергии. Такой эффект обратен эффекту деканализации и может обеспечить захват частиц в канал движения с энергией, большей, чем E_{\perp}^0 . Изучение этих эффектов важно с точки зрения использования кристаллов для формирования и управления пучками высокоэнергетических частиц^{23/}.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тулинов А.Ф. УФН, 1965, т.87, с.585.
2. Lindhard S. K.Dan.Vidensk. Selsk. Mat.-Phys.Medd., 1965, v.34, No.14.
3. Thompson M.W. Contemp.Phys., 1968, v.9, No.4, p.375.
4. Gemmill D.S. Rev.Mod.Phys., 1974, v.46, No.1, p.129.
5. Pieraux S.T. et al. Phys.Rev., 1969, 180, p.873.
6. Martin F.W. Phys.Rev.Lett., 1969, 22, p.329.
7. Andersen T. et al. Phys.Lett., 1970, A33, p.121.
8. Гавриленко Г.М., Федянин В.К. ОИЯИ, P17-12599, Дубна, 1979; Phys.Lett., 1979, 73A, No.5-6, p.420.
9. Белошицкий В.В., Кумахов М.А. ЖЭТФ, 1972, т.62, с.1144.
10. Ведель Р., Кумахов М.А. ДАН СССР, 1976, т.230, с.68.
11. Bonderup E. et al. Radiat. Eff., 1972, v.12, p.261.
12. Kitagawa M. Nucl.Instr. and Meth., 1978, v.149, p.361.
13. Гавриленко Г.М., Федянин В.К. ДАН СССР, 1978, т.245, №5, с.1091.
14. Zwanzig K. S.Chem.Phys., 1960, v.33, p.1338.
15. Tohungama M., Mori H.Prog.Theor.Phys., 1976, v.56, p.1073.
16. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, М., 1963.
17. Gerlich G. Physica, 1976, v.82A, p.477.
18. Fox R.F., J.Stat.Phys., 1977, 259.
19. Hänggi P. et al. J.Stat.Phys., 1978, v.18, p.155.
20. Naken H. Rev.Mod.Phys., 1975, v.47, p.67.
21. Chandrasekhar S. Rev.Mod.Phys., 1943, v.15, p.1.
22. Боголюбов Н.Н. О некоторых статистических методах в математической физике. Изд. АН УССР, Киев, 1945.
23. Elisher A.F., Filatova N.A. JINR, D1-12716, Dubna, 1979.