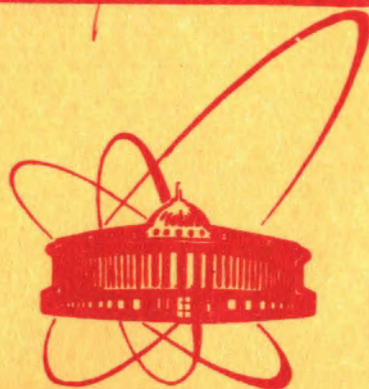


2704/2-80

23/ii-80



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P17-80-148

В.К.Федянин, В.Ю.Юшанхай

ВКЛАД СОЛИТОННОЙ МОДЫ
В ДИНАМИЧЕСКИЙ СТРУКТУРНЫЙ ФАКТОР
ОДНООСНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА

Направлено в журнал "Физика низких температур"

1980

I. Нелинейная динамика одномерных ферромагнетиков исследована в ряде работ^{/1-9/}. Так, в^{/1-3/} показано, что уравнение движения спиновых возбуждений в изотропной гейзенберговской модели является полностью интегрируемым, и получены солитонные решения этого уравнения. В^{/4/} динамика ферромагнитной цепочки с анизотропией типа "легкая плоскость", помещенной во внешнее магнитное поле, описывалась уравнением синус-Гордона. Там же было указано на то, что продольная часть динамического структурного фактора системы является наиболее подходящей величиной, измерение которой в экспериментах по рассеянию нейтронов может дать прямое доказательство существования солитонов в магнитной системе. Результаты таких экспериментов, проведенных с квазиодномерным ферромагнетиком $CsNiF_3$, и подтверждение существования в нем солитонной моды магнитных возбуждений, представлены в^{/5/}. В^{/6/} исследована модель, обобщающая^{/4/}. В^{/7-9/} были найдены солитонные решения уравнения, описывающего динамику спиновых возбуждений в ферромагнитной системе с анизотропией типа "легкая ось". В настоящее время представляется интересным, так же как и в^{/4/}, оценить для такой системы вклад солитонных возбуждений в продольную часть ее динамического структурного фактора.

Предложено два подхода к выведению термодинамических характеристик одномерных систем с нелинейной динамикой^{/10/}. Первый основан на метода функционального интегрирования и использован, к примеру, в^{/4/}. Второй, феноменологический подход основан на представлении о солитонных возбуждениях как о разреженном газе не взаимодействующих "частиц" с температурным распределением по скоростям. Такое представление оправдано по крайней мере при низких температурах системы, когда в ней возбуждено небольшое количество солитонов. Оба подхода при этом приводят фактически к одинаковому результату, но подход, основанный на функциональном интегрировании, более строгий. В настоящей работе использован второй подход и на основе большого канонического распределения получена продольная спиновая корреляционная функция одномерного ферромагнетика и ее фурье-образ, т.е. динамический структурный фактор системы. Последний может быть измерен в экспери-

ментах по рассеянию нейтронов на подходящем квазиодномерном магнетике.

2. Динамика одномерного ферромагнетика с анизотропией типа "легкая ось" \vec{n} ($|\vec{n}|=1$) описывается уравнением Ландау-Лифшица [1].

$$\hbar \dot{\vec{S}}_t = \mathcal{J}(\vec{S} \times \vec{S}_{\xi+\xi}) + A(\vec{S} \times \vec{n})(\vec{S} \cdot \vec{n}), \quad (1)$$

где \mathcal{J} - обменный интеграл ($\mathcal{J} > 0$), A - константа анизотропии ($A > 0$), ξ - координата вдоль ферромагнитной цепочки. Полагая, что ось анизотропии \vec{n} совпадает с осью Oz , односолитонное решение (1) удобно представить в виде [8]

$$S^z(\xi, t) = S \left\{ 1 - 2 \frac{\text{sh}^2 \frac{n}{n_0} + \sin^2 \frac{\mathcal{J}P}{2P_0}}{\text{ch}^2 \alpha_n (\xi - vt + \xi_0) + \text{sh}^2 \frac{n}{n_0}} \right\}. \quad (2)$$

Два интеграла движения уравнения (1) определяют решение (2): один из них, n , трактуется как число магнов, связанных в солитонной волне (2), причем $n \gg 1$; второй, P , - как импульс такой волны. Параметрами решения (2) также являются: ξ_0 - начальное положение солитона, v - его скорость и n_0 , P_0 , α_n , определяемые соотношениями

$$n_0 = 4S \sqrt{\frac{\mathcal{J}}{A}}, \quad P_0 = \frac{2\mathcal{J}\hbar S}{a}, \quad \alpha_n = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\mathcal{J}}{A}} \text{th} \frac{n}{n_0} \left\{ 1 + \frac{\sin^2 \frac{\mathcal{J}P}{2P_0}}{\text{sh}^2 \frac{n}{n_0}} \right\}, \quad (3)$$

где a - постоянная решетки.

Энергия волны (2) равна

$$E(P, n) = 4\sqrt{\mathcal{J}A} \text{th} \frac{n}{n_0} \left\{ 1 + \frac{\sin^2 \frac{\mathcal{J}P}{2P_0}}{\text{sh}^2 \frac{n}{n_0}} \right\}. \quad (4)$$

В области низких температур ограничимся приближением медленных солитонов $P \ll P_0$. При этом

$$P = m_n^* \cdot v, \quad m_n^* = m_0^* \cdot \left(\frac{n_0}{2} \right) \cdot \text{sh} \frac{2n}{n_0}. \quad (5)$$

Здесь m_n^* - эффективная масса солитона, представляющего собой связанное состояние n магнов с массой $m_0^* = \hbar^2/2aS$. Из (3-5) получаем энергию медленного солитона в виде

$$E(v, n) = \epsilon_n + \frac{m_n^* \cdot v^2}{2}, \quad \epsilon_n = 4\sqrt{\mathcal{J}A} \text{th} \frac{n}{n_0}. \quad (6)$$

Из (2), (3) можно найти ширину солитона Δ_n . Так,

$$\text{при } n \gg n_0 \quad \Delta_n \approx a \sqrt{\frac{\mathcal{J}}{A}} \cdot \frac{n}{n_0}; \quad (7)$$

$$\text{при } n \lesssim n_0 \quad \Delta_n \approx \alpha_n^{-1}. \quad (8)$$

Из (3), (7), (8) следует, что ширина медленного солитона $P \ll P_0$ определяется в основном величиной n . В этом пределе можно пренебречь в (2) малой добавкой $(P/P_0)^2 \ll 1$.

3. Допустим, что в ферромагнетике возбужден лишь один солитон (2) с фиксированным n . Оценим его вклад в продольную спиновую корреляционную функцию $\langle S^z(\xi, t) S^z(0, 0) \rangle_1^{(n)}$. Здесь угловые скобки означают интегрирование с весовым множителем $\exp[-E(v, n)/\theta]$ по фазовому пространству, образованному возможными скоростями v и начальными положениями ξ_0 солитона

$$\langle \dots \rangle_1^{(n)} = \mathcal{Z}_1^{-1} \iint \frac{dv d\xi_0}{B} \dots \exp\left[-\frac{E(v, n)}{\theta}\right], \quad (9)$$

где B - нормировочный множитель в фазовом пространстве, а \mathcal{Z}_1 определяется следующим образом:

$$\mathcal{Z}_1 = \iint \frac{dv d\xi_0}{B} \exp\left[-\frac{E(v, n)}{\theta}\right] = \left(\frac{2\mathcal{J}\theta}{m_n^* B^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot L e^{-\frac{\epsilon_n}{\theta}} \quad (10)$$

(L - длина цепочки).

Подставляя (2) в (9), получаем

$$\langle S^z(\xi, t) S^z(0, 0) \rangle_1^{(n)} = S^2 \left\{ 1 - \frac{1}{L} \cdot F^{(n)} + \frac{1}{L} \cdot Q^{(n)}(\xi, t) \right\},$$

$$F^{(n)} = \frac{4}{\alpha_n} \cdot \left(\frac{\gamma_n - 1}{\gamma_n + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot |\operatorname{Arch} \gamma_n|, \quad Q^{(n)}(\xi, t) = \frac{4}{\alpha_n} \cdot \left(\frac{m_n^*}{2\pi\theta} \right)^{\frac{1}{2}} \times \quad (II)$$

$$\times \int dV \frac{(\gamma_n - 1)^2}{\gamma_n^2 - ch^2 \alpha_n (\xi - vt)} \left\{ \frac{\gamma_n}{(\gamma_n^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} \cdot |\operatorname{Arch} \gamma_n| - \frac{\alpha_n (\xi - vt)}{th \alpha_n (\xi - vt)} \right\} e^{-\frac{m_n^* V^2}{2\theta}},$$

где $\gamma_n = 1 + 2 \operatorname{sh}^2 \frac{h}{n_0}$ и $a = 1$.

Выведенный результат относится к случаю одного солитона в системе. Фиксируя n , допустим, что в системе возбуждено произвольное, но не очень большое число солитонов, так, чтобы их можно было рассматривать как разреженный газ взаимодействующих "частиц". Воспользуемся большим каноническим распределением и вычислим корреляционную функцию $\langle S^z(\xi, t) S^z(0, 0) \rangle^{(n)}$ для этого случая.

Статистическая сумма идеального газа солитонов равна

$$\mathcal{Z}^{(n)} = 1 + e^{\frac{\mu}{\theta}} \iint \frac{dV d\xi_0}{B} e^{-\frac{m_n^* V^2}{2\theta}} + \frac{1}{2!} e^{\frac{2\mu}{\theta}} \iint \frac{dV_1 d\xi_{01}}{B} \times \quad (I2)$$

$$\times \iint \frac{dV_2 d\xi_{02}}{B} e^{-\frac{m_n^* (V_1^2 + V_2^2)}{2\theta}} + \dots = \exp \left\{ L \cdot e^{\frac{\mu}{\theta}} \left(\frac{2\pi\theta}{m_n^* B^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}.$$

Здесь μ - химический потенциал газа солитонов. Воспользуемся (I2), получаем связь между средним числом солитонов $N_s^{(n)}$ и их химическим потенциалом

$$\overline{N_s^{(n)}} = L \cdot e^{\frac{\mu}{\theta}} \left(\frac{2\pi\theta}{m_n^* B^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (I3)$$

При условии

$$\xi \ll \frac{1}{\rho_s^{(n)}}, \quad t \ll \frac{1}{\rho_s^{(n)} \cdot v},$$

где \bar{v} - средняя тепловая скорость солитонов, $\rho_s^{(n)} = \overline{N_s^{(n)}}/L$ - их плотность, нетрудно получить, используя (I2), (I3), следующее выражение для корреляционной функции:

$$\langle S^z(\xi, t) S^z(0, 0) \rangle^{(n)} = S^2 \left\{ 1 - \rho_s^{(n)} \cdot F^{(n)} + \rho_s^{(n)} \cdot Q^{(n)}(\xi, t) \right\}. \quad (I4)$$

Определим динамический структурный фактор системы следующим образом:

$$S_{sol}^{(n)}(q, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint dt d\xi \exp[i(q\xi - \omega t)] \langle S^z(\xi, t) S^z(0, 0) \rangle. \quad (I5)$$

Подставляя (I4) в (I5), после длинных вычислений получаем следующий результат:

$$S_{sol}^{(n)}(q, \omega) = S^2 \left\{ [1 - \rho_s^{(n)} \cdot F^{(n)}] \delta(q) \delta(\omega) + \rho_s^{(n)} \cdot \tilde{Q}^{(n)}(q, \omega) \right\}, \quad (I6)$$

$$\tilde{Q}^{(n)}(q, \omega) = \frac{1}{\alpha_n^2} \cdot \frac{\gamma_n - 1}{\gamma_n + 1} \cdot \frac{\bar{v}}{|q|} \cdot \left(\frac{m_n^*}{2\pi\theta} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{m_n^*}{2\theta} \left(\frac{\omega}{q} \right)^2} \times$$

$$\times \frac{1 - \cos \left[\frac{q}{\alpha_n} |\operatorname{Arch} \gamma_n| \right]}{\operatorname{sh}^2 \pi q / 2\alpha_n}.$$

Нет причин полагать, что в реальном одномерном ферромагнетике существуют солитоны лишь одного сорта с фиксированным n . Решением уравнения (I) являются солитонные волны (2) с различным числом n связанных в них магновов ($n \gg 1$). Причем, как следует из (7), при $n \gg n_0$ ширина солитона Δ_n растет с ростом n . Формально максимальная ширина ограничена длиной цепочки. На самом деле солитоны с очень большими значениями n неактуальны и их вклад (I6) в динамический структурный фактор незначителен. Действительно, плотность солитонов $\rho_s^{(n)}$ быстро уменьшается с ростом n , так как при этом растет энергия активации ϵ_n солитонного возбуждения и образование его в системе становится энергетически невыгодным /10/.

Полагая, что в системе существует в равновесии газ невзаимодействующих солитонов различных сортов, получим аналогично (12)–(16) динамический структурный фактор такой системы

$$S_{sc}(\mathbf{q}, \omega) = S^2 \left\{ \left[1 - \sum_n \rho_s^{(n)} \cdot F^{(n)} \right] \delta(\mathbf{q}) \delta(\omega) + \sum_n \rho_s^{(n)} \cdot G^{(n)}(\mathbf{q}, \omega) \right\}, \quad (17)$$

где суммирование предполагается по всем допустимым значениям n . Так же, как и в [4, 5], структурный фактор (17) может быть измерен в экспериментах по рассеянию нейтронов на подходящем квазиодномерном магнетике. Как видно из (16), (17), следствием существования солитонных мод магнитных возбуждений в таком магнетике является уменьшение интенсивности брэгговского пика и появление конечной ширины центрального пика в спектрах рассеяния. Каждая из солитонных мод с фиксированным n дает вклад в это уширение с гауссовским распределением по частоте с шириной

$$\Delta \omega_n \approx q \cdot (8\theta/m_n^*)^{1/2} \quad \text{при значениях волновых векторов } q \lesssim \frac{4\pi a}{\lambda}.$$

В заключение выражаем благодарность А.М.Косевичу за сообщения, стимулирующие данное исследование и В.Г.Маханькова за плодотворные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. M. Lakshmanan, Phys. Lett. A, 61, 53, 1977.
2. L. A. Takhtajan, Phys. Lett. A., 64, 235, 1977.
3. K. Nakamura, T. Sadada, Phys. Lett. A, 48, 321, 1974.
4. H. J. Mikeska, J. Phys. C: Solid. St. Phys., 11, L29, 1978.
5. I. K. Kjems, M. Steiner, Phys. Rev. Lett., 41, 1137, 1978.
6. В.К.Федянин, В.Д.Шанхай, препринт ОИЯИ, Р17-12896, Дубна, 1979.
7. Б.А.Иванов, А.М.Косевич, ИЭФ, 72, 2000, 1977.

8. А.М.Косевич, Б.А.Иванов, А.С.Ковалев, Сб. "Нелинейные волны", стр.45–61, изд. "Наука", М., 1979.

9. А.Е.Боровик, Письма ИЭФ, 28, 629, 1978.

10. I. A. Krumhansl, I. R. Schrieffer, Phys. Rev., B11, 3535, 1975.

11. Л.Д.Ландау, Сб. трудов, 1, 128, изд. "Наука", М., 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 февраля 1980 года.