

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



A-424

15/1-79

P17 - 11915

145/2-79

В.Л.Аксенов, Р.Жакула, С.Стаменкович

КРИТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ
НА СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ
С ВОДОРОДНЫМИ СВЯЗЯМИ

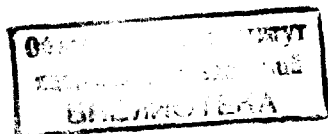
1978

P17 - 11915

В.Л.Аксенов, Р.Жакула*, С.Стаменкович*

КРИТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ
НА СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ
С ВОДОРОДНЫМИ СВЯЗЯМИ

Направлено в журнал "Физика твердого тела"



* Институт ядерных наук им. Б.Кидрича, Белград.

Аксенов В.Л., Жакула Р., Стаменкович С.

P17 - 11915

Критическое рассеяние нейтронов на сегнетоэлектриках с водородными связями

Исследуются условия неупругого рассеяния тепловых нейтронов на критической моде в сегнетоэлектриках с водородными связями. Рассмотрены особенности рассеяния нейтронов на мягкой моде при $k=0$. Для когерентного квазиупругого рассеяния получены условия на импульсы падающих нейтронов и углы рассеяния. Рассмотрены условия малоуглового критического рассеяния. Получены выражения для параметров модели через параметры рассеяния.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯН и ИЯН им. Бориса Кидрича (Белград).

Препринт Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1978

Aksenov V.L., Zhakula R., Stamenković S.

P17 - 11915

Critical Neutron Scattering by Hydrogen Bonded Ferroelectrics

The conditions for inelastic slow neutron scattering on the critical mode in hydrogen bonded ferroelectrics are investigated. Characteristics of neutron scattering by the soft mode at $k=0$ are considered. In the case of coherent quasielastic scattering the restricting conditions for incident momenta and scattering angles of neutrons are obtained. The small angle critical scattering is discussed. The expressions for model parameters as functions of scattering parameters are obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR and the Boris Kidrich Institute of Nuclear Sciences (Belgrade).

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna 1978

Метод рассеяния нейтронов занимает особое место в изучении структурных фазовых переходов, так как он дает такую информацию, которую другими способами получить нельзя: а/ определение температурной зависимости критической моды во всей зоне Бриллюэна; б/ определение колебательных смещений для этой моды; в/ исследование функции распределения элементарных возбуждений; г/ определение положений легких атомов, например, водорода. Рассеяние на водородсодержащих соединениях имеет целый ряд особенностей^{/1/}. Нейтроны в основном рассеиваются на атомах водорода, а о поведении других ионов можно судить по его поведению. Поскольку водород имеет малую массу, он главным образом связан с оптическими колебаниями остальных ионов. Именно эти черты отражены в динамической модели протон-ионного взаимодействия сегнетоэлектриков с водородными связями^{/2,3/}. Как показали недавние эксперименты при высоких давлениях^{/4/}, эта модель дает хорошее качественное описание динамики мягкой моды в фоновом спектре при структурном превращении в таких сегнетоэлектриках. В работе^{/5/} была развита теория неупругого рассеяния тепловых нейтронов на сегнетоэлектриках с водородными связями на основе модели^{/2,3/}. Представляет интерес рассмотрение условия критического ($T - T_c$) рассеяния на мягкой моде. Такого рода эксперименты дают возможность определить параметры модели, а также смещения ионов при фазовом переходе и тем самым проверить предсказания теории. Заметим, что анализ критического рассеяния на мягкой моде имеет и общее значение, так как представление мягкой моды служит наглядной интерпретацией

структурных фазовых переходов во многих соединениях: сегнетоэлектриках, сверхпроводниках, магнитных материалах и др.

Вопросы критического когерентного рассеяния на мягкой моде обсуждались в общих чертах в работе /6/ в рамках модели /2,3/. Однако в этой модели мода становится мягкой при $k=0$ и рассеяние, которое является квазиупругим, может происходить только при определенных значениях импульсов падающих нейтронов и углов рассеяния. Конкретные условия квазиупругого и малоуглового рассеяния были получены при низких температурах в случае ферромагнетиков /7/ и сегнетоэлектрика KN_2PO_4 /8/.

В настоящей работе мы рассмотрим конкретные условия неупругого критического рассеяния тепловых нейтронов на мягкой при $k=0$ моде. В разделе 1 рассмотрены особенности рассеяния нейтронов на моде, которая, в отличие от /7,8/, имеет температурнозависимую щель. В разделе 2 получены условия на импульсы падающих нейтронов и угол рассеяния для квазиупругого рассеяния с поглощением и испусканием возбуждения. В разделе 3 рассмотрено малоугловое рассеяние. Только в этом случае возможно получение спектра коллективных возбуждений в водородсодержащих соединениях, когда когерентная составляющая сечения рассеяния становится заметной по сравнению с некогерентной /1/. Получены также выражения для параметров модели через параметры рассеяния.

1. ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ НА МЯГКОЙ МОДЕ

В динамической модели протон-ионного взаимодействия структурного перехода в сегнетоэлектриках с водородными связями в спектре коллективных возбуждений есть две ветви. Одна из них, E_{k+} , имеет фононный оптический характер, а вторая, низколежащая мода E_{k-} , является мягкой при $k=0$ и при малых k и $T \rightarrow T_c$ может быть представлена в виде

$$E_{k-}^2 = \tilde{P} |T - T_c|^{2\beta} + Qk^2, \quad /1/$$

где \tilde{P} и Q определяются параметрами модели. В случае модели /2,3/ $\beta = 1/2$ и $\tilde{P} = \begin{cases} P, & T > T_c \\ 2P, & T < T_c \end{cases}$,

$$P = \frac{k_B (2\Omega)^2}{J_0 + \frac{F_0^2 [\omega_0^2 + (2\Omega)^2]}{2m_0 \omega_0^4}},$$

$$Q = \frac{(2\Omega)^2}{J_0} \left(\frac{J_0 a_p^2}{g_p} + \frac{F_0^2 a_I^2}{m_0 \omega_0^2 g_I} \right),$$

где Ω - частота туннелирования протонов в потенциале с двумя минимумами, J_0 - эффективное обменное взаимодействие в протонной подсистеме, F_0 - параметр взаимодействия протонов и тяжелых ионов, m_0 - эффективная масса последних, a_p , a_I - частота их колебаний, $a_p = 2,54 \text{ \AA}$, $a_I = 2,24 \text{ \AA}$ - расстояние между ближайшими соседями протонов g_p и ионов g_I . Дважды дифференциальное сечение неупругого рассеяния тепловых нейтронов на мягкой моде в пределах телесного угла $d\Omega$ и в интервале энергий dE имеет вид /5/:

$$\frac{d^2 \sigma^\pm}{dE d\Omega} = \frac{p}{p'} \sum_q [N(b_{0I} F_{qI} + b_{0p} F_{0p}) \Delta(\vec{k} - (\vec{g} \pm \vec{q})) +$$

$$+ (b_{1I} F_{qI} + b_{1p} F_{qp})] \frac{n(E_{q-}) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}{(E_{q+}^2 - E_{q-}^2) E_{q-}} \delta(E \pm E_{q-}), \quad /2/$$

где введены обозначения

$$F_{qI} = e^{-2W_k} \frac{(\vec{k} \cdot \vec{e}_q)^2}{2m_0} (\epsilon_q^2 - E_{q-}^2), \quad F_{qp} = \sigma \lambda |f_k|^2 (\omega_q^2 - E_{q-}^2), \quad /3/$$

$\vec{k} = \vec{p} - \vec{p}'$, $E = E_p - E_{p'}$ - импульс и энергия передачи; \vec{p} , E_p и \vec{p}' , $E_{p'}$ - импульс и энергия падающего и рассеянного нейтронов; b_{0I} , b_{0p} - амплитуды когерентного, а b_{1I} , b_{1p} - некогерентного рассеяния на ионах и протонах соответственно; W_k - фактор Дебая-Валлера; σ - параметр, характеризующий среднюю заселенность протонов в потенциале с двумя минимумами; Λ - среднее поле в протонной подсистеме; ω_q и ϵ_q - энергии коллективных возбуждений отдельно в фононной и протонной подсистемах. Эффективный псевдоспиновый формфактор f_k вычисляется в приближении двух взаимодействующих осцилляторов и имеет вид /8/

$$f_k = [a_1 + i a_2 \sin \frac{(\vec{\ell} \cdot \vec{k})}{2}] e^{-\frac{k^2 \hbar}{4m_p \omega}}, \quad /4/$$

где a_1 , a_2 - некоторые координатные коэффициенты /5/1, ℓ - расстояние между минимумами потенциала на водородной связи, ω - классическая частота гармонического осциллятора в одном из минимумов.

1.1. Некогерентное рассеяние

Рассеяние нейтронов на водородсодержащих соединениях происходит преимущественно на протонах, причем некогерентным образом. Учитывая, что $b_{1p} \approx 10^3 b_{1I}$ и вводя функцию распределения для низколежащей ветви спектра $\mathcal{G}(\omega) = \frac{1}{N} \sum_q \delta(\omega - E_{q-})$, из /2/ получаем для некогерентного неупругого рассеяния, например, в парафазе ($T > T_c$):

$$\left(\frac{d^2 \sigma}{dE d\Omega} \right)_{\text{неког.}} \sim \frac{p'}{p} \frac{n(\omega) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}{\omega} b_{1p} |f_k|^2 \frac{\Omega^2}{T} \mathcal{G}(\omega). \quad /5/$$

Используя /4/, /5/, видим, что сечение рассеяния является периодической функцией от угла ϕ между вектором рассеяния \vec{k} и направлением водородной

связи $\vec{\ell}$. При $\phi = 90^\circ$, когда вектор рассеяния перпендикулярен водородной связи, сечение рассеяния минимально: при $\phi = 0$, когда \vec{k} параллелен $\vec{\ell}$, сечение рассеяния максимально. Этот эффект наблюдался в экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов на кристаллах KN_2PO_4 /9/ при комнатной температуре, что явилось прямым наблюдением флуктуаций протона на водородной связи /эффект интерференции нейтронных волн /10, 11/. При $T \rightarrow T_c$, согласно /1/, рассеяние становится квазиупругим ($\vec{k} \rightarrow 0$), и, следовательно, наблюдение этого эффекта становится практически невозможным, как видно из /4/. Интенсивность рассеяния при $T \rightarrow T_c$ увеличивается и становится одинаковой для любых ϕ , что наблюдалось в /9/ для упругого рассеяния.

1.2. Когерентное рассеяние

При когерентном рассеянии в энергетическом распределении нейтронов /2/, рассеянных с испусканием (+) или с поглощением (-) возбуждения, должны наблюдаться пики, определяемые законом сохранения энергии

$$\frac{p'^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} \pm E_{\vec{k} + \vec{g}} = 0 \quad /6/$$

/здесь и далее принята система единиц с $\hbar = 1$ /. Ширина этих пиков в нашем приближении равна нулю, что соответствует приближению незатухающих возбуждений. Эффекты конечности времени жизни возбуждений при дальнейшем рассмотрении не играют существенной роли; учет их может быть легко проведен в рамках методики, изложенной в работе /5/.

Критическое рассеяние на мягкой моде типа /1/ является квазиупругим. Рассмотрим условия такого рассеяния. Импульс рассеянных нейтронов представим в виде

$$p' = p + \eta, \quad /7/$$

где η - малая величина, положительная в случае рассеяния с поглощением возбуждения и отрицательная

при рассеянии с испусканием. Используя /1/, /7/ в /6/, получаем для η выражение

$$\eta_{1,2} = \frac{Gb}{b-p^2} \left[\cos\theta - \frac{p}{G} \pm \sqrt{(\cos\theta - \cos\theta_1)(\cos\theta - \cos\theta_2)} \right], \quad /8/$$

где

$$\cos\theta_{1,2} = \frac{1}{Gb} \left[p^3 \pm \sqrt{(p^2 - b)[p^4 - (bG^2 + \epsilon)]} \right]. \quad /9/$$

При получении /8/, /9/ мы ввели обозначения $a = Pm_0^2$, $b = Qm_0^2$, $G = \vec{p} + \vec{g}$ и θ - угол рассеяния между G и \vec{p}' , $\epsilon = a|T - T_c|^2 \beta$.

В случае $p^2 = b$

$$\eta = \frac{b(b + G^2 - 2\sqrt{b}G \cos\theta) + \epsilon}{2b(G \cos\theta - \sqrt{b})} \quad /10/$$

В /10/ при $G \cos\theta = \sqrt{b}$ сингулярности не возникает, так как в этом случае, как будет видно ниже, происходит упругое рассеяние.

Как видно, каждому углу рассеяния θ соответствуют два значения импульса рассеянных нейтронов ($p'_1 = p + \eta_1$ и $p'_2 = p + \eta_2$) при $p^2 \neq b$ и одно значение $p' = p + \eta$ при $p^2 = b$. Аналогичная ситуация возникает при рассеянии на магнонах /7/. В нашем случае более сложный вид энергетического спектра /1/ приводит к ряду дополнительных ограничений на условия рассеяния.

2. УСЛОВИЯ НА ВЕЛИЧИНУ ИМПУЛЬСА ПАДАЮЩИХ НЕЙТРОНОВ И УГЛА РАССЕЯНИЯ

2.1. Рассмотрим возможные углы рассеяния. Из выражения /9/ следует, что $\cos\theta_1 \geq \cos\theta_2$. Из условия положительной определенности подкоренного выражения в /8/ получаем условия на углы рассеяния

$$\cos\theta \geq \cos\theta_1 \quad \text{и} \quad \cos\theta \leq \cos\theta_2. \quad /11/$$

Таким образом, рассеяние возможно либо внутри конуса, определяемого углом θ_1 , либо вне конуса, определяемого углом θ_2 . Рассеяние возможно и на малые и на большие углы, кроме области между конусами.

2.2. Рассмотрим условия на импульсы падающих нейтронов. Прежде всего заметим, что имеется интервал импульсов

$$p_1 < p < p_2, \quad /12/$$

где рассеяние запрещено, так как в этом интервале функции $\cos\theta_{1,2}$ /9/ становятся комплексными. Как видно из /9/, $p_1 = \sqrt{b}$, а p_2 является решением уравнения $p^4 - b(p+g)^2 - b\epsilon = 0$. Анализ этого уравнения показывает, что $p_2 = p_1 + \delta(g, \epsilon)$, где $\delta \approx g + \epsilon$.

Далее, используя условия $|\cos\theta_{1,2}| \leq 1$ и уравнение /9/, получаем еще одно ограничение на импульсы:

$$f(p) = b(p+g) - p^3 - \sqrt{(p^2 - b)[p^4 - b(G^2 + \epsilon)]} \geq 0. \quad /13/$$

Рассеяние возможно только при тех значениях импульсов, при которых выполняются условия /13/ и вне области /12/. В области положительных p уравнение /13/ имеет два решения: $p_3 \sim \epsilon$ и $p_4 > p_2$. Таким образом, рассеяние возможно при импульсах

$$p_3 \leq p \leq p_1 \quad \text{и} \quad p_2 \leq p \leq p_4. \quad /14/$$

Чтобы определить точно значения p_2 , p_3 , p_4 , нужно в каждом конкретном случае параметров b , ϵ , g решать уравнение /12/.

2.3. Рассмотрим условия, при которых происходит рассеяние с поглощением и испусканием возбуждения, т.е. при каких условиях величина η положительна или

отрицательна. Анализ уравнений /8/, /9/ показывает, что могут быть следующие случаи в области $p_3 < p < p_1$:

$$\begin{aligned} \text{а/ } \frac{p}{G} < \cos \theta \leq 1 \quad \text{б/ } \frac{p}{G} = \cos \theta \leq 1 \quad \text{в/ } \frac{p}{G} > \cos \theta > -1 \\ \eta_1 > 0 \quad \eta_1 > 0 \quad \eta_1 \leq 0 \quad /15/ \\ \eta_2 \leq 0 \quad \eta_2 < 0 \quad \eta_2 < 0. \end{aligned}$$

В области $p_2 < p < p_4$ все знаки в /15/ нужно заменить на обратные. Как видно, в случаях а/ и в/ в /15/ могут быть ситуации, когда рассеяние происходит только с поглощением или только с испусканием возбуждения. При использовании условий /15/ необходимо учитывать ограничения на величину вектора \vec{g} , накладываемые условиями /11/. Легко видеть, что в случае $\cos \theta = \cos \theta_1$ и $\cos \theta = \cos \theta_2$ $\eta_1 = \eta_2$.

Возможны ситуации, когда η_1 или η_2 равны нулю. Анализ уравнения /8/ показывает, что при

$$\cos \theta = \frac{\frac{p^2}{G^2} - \frac{p^4}{G^2 b} - \frac{1}{(Gb)^2} (bG^2 + \epsilon)(p^2 - b)}{\frac{2p}{G} \left[1 - \frac{p^2}{b} \right]}$$

и $\cos \theta_1 > p/G$ $\eta_1 \neq 0$, $\eta_2 = 0$, а, если $\cos \theta_1 < p/G$, то $\eta_1 = 0$, $\eta_2 \neq 0$. В случае же, когда $\cos \theta = p/G = \cos \theta_1$, $\eta_1 = \eta_2 = 0$, то есть происходит упругое рассеяние.

Рассмотрим случай $p^2 = b$. Используя /10/, получаем, что при $\cos \theta < \cos \theta_3$ всегда $\eta < 0$, а при $\cos \theta > \cos \theta_3$ всегда $\eta > 0$, где $\cos \theta_3 = [\epsilon + b^2 + b(p+g)^2] / 2b \sqrt{b} (p+g)$.

3. МАЛОУГЛОВОЕ РАССЕЯНИЕ

Рассмотрим более детально характеристики когерентного рассеяния на малые углы. Интегрируя /2/ по энер-

гиям, получаем для дифференциального сечения когерентного рассеяния вблизи вектора обратной решетки \vec{g} выражение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \frac{d\sigma^\pm}{d\Omega} = & [b_{0I} F_{(k_1+g)I} + b_{0p} F_{(k_1+g)p}] \times \\ & \frac{[n(E_{k_1^-}) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}] (p + \eta_1)^2 |\eta_1|}{(E_{k_1^+}^2 - E_{k_1^-}^2) E_{k_1^-} |p^2 \eta_1 - b(p - \cos \theta G)|} + \quad /16/ \\ & \frac{[b_{0I} F_{(k_2+g)I} + b_{0p} F_{(k_2+g)p}] \cdot [n(E_{k_2^-}) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}] (p + \eta_2)^2 |\eta_2|}{(E_{k_2^+}^2 + E_{k_2^-}^2) E_{k_2^-} |p^2 \eta_2 - b(p - \cos \theta G)|} \end{aligned}$$

где $k_{1,2}^2 = (p^2 \eta_{1,2}^2 - \epsilon) / b$.

Как видно, при $T \rightarrow T_c$ интенсивность рассеяния возрастает и при $T = T_c$ и $\eta_{1,2} \rightarrow 0$ максимальна. Таким образом, когерентная составляющая рассеяния значительно увеличивается в критическом рассеянии при любых углах рассеяния в пределах /11/. Экспериментальное наблюдение мягкой моды еще более облегчается при малых углах, т.к. интенсивность рассеяния увеличивается при $\theta \rightarrow 0$. Заметим, что при $T \rightarrow T_c$ в интегральную интенсивность, вообще говоря, основной вклад дает центральный пик /пик при $\omega = 0$ /. В нашем приближении он имеет статическую природу и является следствием существования мягкой моды. Более детальное обсуждение этого вопроса требует отдельного рассмотрения. Измерение температурной зависимости интегральной интенсивности при критическом рассеянии позволяет определить критический индекс радиуса корреляции $^{1/2}$: $I^{-1}(q) \sim \chi^2 + q^2$, $\chi \sim |T - T_c|^\nu$.

Еще одно преимущество малоуглового рассеяния состоит в том, что эксперименты можно проводить с поликристаллическими образцами. Кроме этого, рассеяние акустическими фононами сравнительно слабое,

так что рассеяние происходит полностью на моде типа /1/.

Как видно из /16/, дифференциальное сечение для неупругого когерентного рассеяния нейтронов определяется точками в обратном пространстве, а именно вектором \vec{g} . $\vec{g} = 0$ соответствует малоугловому рассеянию. Таким образом, условиями малоуглового критического рассеяния являются $\vec{g} = 0$ и, согласно /11/, $\cos \theta_1 = 1$. Используя /13/, получаем, что рассеяние возможно при значениях импульсов $p_0 \approx a_1 \epsilon$ и $p_0 \approx \sqrt{b} + a_2 \sqrt{\epsilon}$, где a_1, a_2 - положительные числа. Как видно из /15/, случай б/, рассеяние возможно как с поглощением, так и с испусканием возбуждения. При $\epsilon \rightarrow 0$ рассеяние происходит при $p \approx \sqrt{b}$. При этом $\eta_1 = \eta_2 = \eta \approx \sqrt{\epsilon}$, т.е. в пределе $\epsilon \rightarrow 0$ происходит упругое рассеяние.

При $\vec{g} \neq 0$ для измерения спектра коллективных возбуждений необходимо использовать монокристалл. Из вида мягкой моды можно ожидать, что наибольшие интенсивности будут при малых отклонениях от брэгговских углов. Малоугловое рассеяние теперь надо рассматривать относительно вектора \vec{G} . Величину импульсов падающих нейтронов можно определить, решая уравнение /13/ при заданных параметрах.

Можно поставить и обратную задачу: определение с помощью малоуглового критического рассеяния параметров мягкой моды и тем самым параметров модели. Задавая в эксперименте величины p , g , θ_0 и измеряя p'_1 и p'_2 , получаем, используя /7/, /8/,

$$b = p^2 \frac{p'_1 + p'_2 - 2p}{p'_1 + p'_2 - 2G \cos \theta_0},$$

$$4a|T - T_c|^{2\beta} = (p'_1 - p'_2)^2 - \left(\frac{2Gb}{b - p^2}\right)^2$$

$$\times \left(\cos^2 \theta_0 - \frac{2p^3}{Gb} \cos \theta_0 - \frac{p^4}{G^2 - b}\right) - 4bG^2.$$

На основе последнего выражения, измеряя экспериментально температурную зависимость энергии рассеянных нейтронов, можно определить индекс β /критический индекс параметра порядка/. С другой стороны, при заданной температуре можно определить величину $a = Pm_0^2/h^4$. Для сегнетоэлектрика KN_2PO_4 когерентное критическое рассеяние наблюдалось в парафазе /13/. Была подтверждена в целом модель конденсирующейся мягкой моды /1/, однако анализ параметров модели и смещений ионов при фазовом переходе не был проведен.

В заключение отметим, что когерентное рассеяние нейтронов позволяет определить собственные векторы фононной моды и таким образом проверить, действительно ли флуктуации смещений, связанных с нестабильной модой, конденсирующейся при T_c , соответствуют статическим смещениям. Однако возможности динамической модели протон-ионного взаимодействия для такого анализа ограничены. Так, оказалось /14/, что в KD_2PO_4 проекция смещения дейтрона и кислорода на C -ось, в отличие от предсказаний теории, не равна нулю. Этот результат до настоящего времени не объяснен и для его понимания, видимо, необходимы расчеты фононного спектра из первых принципов.

Один из авторов /В.А./ выражает благодарность К. Парлиньскому за обсуждение результатов работы. Авторы /Р.Ж. и С.С./ благодарят СИЗН-СРС СФРЮ за поддержку настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич И.И., Тарасов Л.В. Физика нейтронов низких энергий. "Наука", М., 1965.
2. Villian J., Stamenković S. *phys. stat. sol.*, 1966, 15, p.585.
3. Kobayashi K.K. *Phys.Lett.*, 1967, 26A, p.55; *J.Phys. Soc. Jap.*, 1968, 24, p.497.
4. Samara G.A. *Fourth Int. Meeting on Ferroelectricity. Leningrad*, 1977.
5. Аксенов В.Л., Стаменкович С. *ФТТ*, 1977, 19, с.1366.
6. Cochran W. *Adv. Phys.*, 1969, 18, p.157.
7. Малеев С.В. *ЖЭТФ*, 1957, 33, с.1010.

8. Stamenković S. *J.Low Temp.Phys.*, 1972, 9, p.485.
Grimm H., Stiller H., Plesser Th. *phys. stat.sol.*, 1970, 42, p.207.
10. Stiller H. *Ber. Bunsenges. Phys.Chem.*, 1968, 72, p.94.
11. Стаменкович С. *ФТТ*, 1968, 10, с.861.
12. Riste T., Samuelsen E.J., Othos K. In: *Structural Phase Transition and Soft Modes*, Universitetsforlaget, Oslo, 1971, p.395.
13. Arsić-Eshinja M., Grimm H., Stiller H. *Neutron Inelastic Scattering*. IAEA, Vienna, 1972, v.2, p.825.
14. Skalyo J., Frazer B.C., Shirane G. *Phys.Rev.*, 1970, B1, p.278.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 сентября 1978 года.