СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P17 - 11495

Во Хонг Ань, Нгуен Нгок Тхуан,
Нгуен Ван Чонг

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В КЕЙНОВСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

1978

P17 - 11495

Во Хонг Ань, Нгуен Нгок Тхуан,
Нгуен Ван Чонг

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В КЕЙНОВСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Во Хонг Ань, Нгуен Нгок Тхуан,
Нгуен Ван Чонг

P17 - 11495

Параметрическое возбуждение поверхностных волн в кейновских полупроводниках

Исследуется явление параметрического возбуждения поверхностных волн в полуограниченной плазме твердого тела с непараболическим законом дисперсии энергии псевдорелятивистского типа (кейновская модель) в гидродинамическом приближении. Используются общие уравнения (в пренебрежении тепловым движением частиц) гидродинамики холодной плазмы и система уравнений Максвелла. Получены аналитические выражения для инкрементов неустойчивости для случая контактов – полупроводник-вакуум, полупроводник-полупроводник, полупроводник-металл.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Vo Hong Anh, Nguyen Ngok Thuanh,
Nguyen Van Chong

P17 - 11495

Parametrical Excitation of Surface Waves in Kane Semiconductors

Parametrical excitation of surface waves in a semiconfined plasma of solid matter with a non-parabolic dispersion law of pseudorelativistic type (Kane's model) is investigated with the aid of the hydrodynamics approximation. The general equations of hydrodymanics (neglecting thermal motion of particles) and the system of Maxwell equations are used. Analytical expressions for increments of instability in semiconductor-vacuum, semiconductor-semiconductor- and semiconductor-metal contacts are obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1. ВВЕДЕНИЕ

Теория параметрического резонанса в плазме и плазмоподобных средах за последние годы достигла значительных успехов, ряд теоретических представлений был подтвержден экспериментальными результатами /см., напр., [1] /.

В настоящее время исследования в этой области идут, с одной стороны, в направлении расширения класса систем, подвергающихся воздействию мощного электромагнитного излучения, с другой - в направлении поисков новых физических причин, обеспечивающих возникновение резонансного механизма передачи энергии поля накачки среде. Как известно [1], такой механизм возникает, когда под воздействием интенсивного поля излучения определенные параметры системы начинают осциллировать с частотой внешнего поля со скоростью, сравнимой или превышающей скорость теплового движения частиц системы. В электронно-ионной плазме, которая является объектом многих исследований в этой области, таким осциллирующим параметром является относительная скорость частиц разных знаков заряда и масс. В однокомпонентной релятивистской плазме причиной, вызывающей параметрическое возбуждение разных /потенциальных и непотенциальных/ колебаний может служить осцилляция массы частиц в релятивистском приближении. Такой механизм неустойчивости рассмотрен для неограниченной электронной плазмы в ряде работ [2-4]. В [3] было показано, что аналогичный механизм параметрической неустойчивости возможен в полупроводниках с узкой запрещенной зоной /в $n-InSb$, например/, где закон дисперсии энергии электронов $\mathcal{E}(\vec{p})$ имеет псевдорелятивистский вид [6]:

$$\mathcal{E}(\vec{p}) = \sqrt{(mc^{*2})^2 + c^{*2}p^2}\,. \qquad /1/$$

Здесь m и $\vec{p}$ - эффективная масса и импульс электрона, соответственно, $c^* = (E_g/2m)^{1/2}$ /E_g есть ширина запрещенной зоны/ и играет роль скорости света в релятивистской среде.

Представляет интерес рассмотреть процесс параметрического возбуждения колебаний в полуограниченной плазме полупроводников с законом дисперсии энергии частиц /1/, что и является целью настоящей работы.

Как известно, вблизи границы раздела сред могут возникать поверхностные волны, что может привести в определенных условиях к дополнительной возможности параметрического резонанса. Такой случай для полуограниченной плазмы с параболическим законом дисперсии энергии частиц был исследован в ряде работ /см. [6,7]/.

2. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПЛАЗМОНОВ

Рассмотрим в общем случае обычное неограниченное пространство, разделенное на две части плоскостью (xy). Пусть полупространства по обе стороны поверхности раздела заполнены "псевдорелятивистской" плазмой с различными физическими параметрами /E_g, c^* и т.д./. Выберем ось z перпендикулярной плоскости раздела и обозначим цифрой "1" среду с $z<0$ и "2" - среду с $z>0$. После накачки представим в дипольном приближении в виде осциллирующего электрического поля, направленного параллельно плоскости раздела,

$$\vec{E}_0(t) = \vec{E}_0 \sin\omega_0 t\,. \qquad /2/$$

Следуя работе [2] и пренебрегая тепловым движением частиц, будем исходить из основных уравнений гидродинамики холодной плазмы и системы уравнений Максвелла:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}\,\vec{\nabla})\right]\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^{*2}}}} = \frac{e}{m}\left\{\vec{\nabla}\phi + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - \frac{1}{c}[\vec{v}\times\mathrm{rot}\,\vec{A}]\right\}, \qquad /3а/$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mathrm{div}\, n\vec{v} = 0\,, \qquad /3б/$$

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{\nabla}\phi}{\partial t} + \frac{4\pi e}{c}n\vec{v}\,, \qquad /4а/$$

$$\Delta\phi = 4\pi e(n - n_{0i})\,, \qquad /4б/$$

$$\mathrm{div}\,\vec{A} = 0\,. \qquad /4в/$$

Здесь $\vec{A}$ и ϕ - векторный и скалярный потенциалы поля возмущений, соответственно, c - скорость света в среде, $\vec{v}$ и e - скорость и заряд электрона, соответственно, n - плотность электронов, n_{0i} - равновесная плотность положительных ионов, обеспечивающая нейтральность плазмы в равновесном состоянии.

В равновесном состоянии плазма нейтральна и характеризуется скоростью осцилляции

$$\left.\begin{aligned} &\vec{v}_0(t) = \frac{\vec{v}_E\cos\omega_0 t}{\sqrt{1+\beta^2\cos^2\omega_0 t}}\,, \\ &\beta \equiv \frac{v_E}{c^*}\,, \quad \vec{v} \equiv \frac{e\vec{E}_0}{m\omega_0}\,. \end{aligned}\right\} \qquad /5/$$

Линеаризуя систему /3/-/4/ по отклонениям величин от этого равновесного состояния, получаем систему уравнений, которая позволяет анализировать поведение различных возмущений под воздействием сильного поля излучения.

Интересуясь периодическими возмущениями типа поверхностных волн, будем считать неравновесные величины пропорциональными $\exp(i\vec{k}\vec{\rho} - q_j|z|)$, где $\vec{k} = \{k_x, k_y, 0\}$ и $\vec{\rho} = \{\rho_x, \rho_y, 0\}$, $j = 1,2$ и указывает на значения q в разных средах.

В случае $\vec{k} \| \vec{E}_0$, выполняя вышеуказанную процедуру линеаризации, после несложных преобразований получаем для продольных волн /эффектом запаздывания пока пренебрегаем/ следующую систему уравнений, связывающую разные гармоники и справедливую по обе стороны границы раздела:

$$\operatorname{div}\vec{\mathfrak{Q}}(\vec{\rho}, z, \omega + s\omega_0) = \frac{1}{4}\omega_p^2 k^2 \beta^2 \times$$

$$\times \sum_{n,\ell} \frac{J_{n+s}(\lambda)}{(\omega - n\omega_0)}\left[\frac{J_{n+\ell-2}(\lambda)}{\omega - (n+2)\omega_0} + \frac{J_{n+\ell-2}(\lambda)}{\omega - (n-2)\omega_0}\right]\phi(\vec{\rho}, z, \omega + \ell\omega_0), \qquad /6/$$

где

$$\vec{\mathfrak{Q}}(\vec{\rho}, z, \omega + s\omega_0) \equiv \vec{\nabla}\phi(\vec{\rho}, z, \omega + s\omega_0) - \omega_p^2 \vec{\nabla}\Big\{\sum_{n,\ell} \frac{J_{n+s}(\lambda)}{\omega - n\omega_0} \times$$

$$\times\left[\frac{J_{n+\ell}(\lambda)}{\omega - n\omega_0} - \frac{1}{8}\beta^2\left(\frac{J_{n+\ell+2}(\lambda)}{\omega - (n+2)\omega_0} + \frac{J_{n+\ell-2}(\lambda)}{\omega - (n-2)\omega_0}\right)\right] \times$$

$$\times \phi(\vec{\rho}, z, \omega + \ell\omega_0)\Big\}. \qquad /7/$$

Здесь $J_n(\lambda)$ - функция Бесселя первого рода действительного аргумента $\lambda = \frac{e(\vec{E}_0\vec{k})}{m\omega_0^2}$, $\omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}$ - квадрат плазменной частоты. При получении /6/ мы учли тот факт, что в условии нашей задачи $\lambda \ll 1$ и $\beta \ll 1$.

Нетрудно видеть, что граничное условие для /6/ имеет вид:

$$\mathfrak{Q}_z(\vec{\rho}, z, \omega + s\omega_0)|_{z=+0} = \mathfrak{Q}_z(\vec{\rho}, z, \omega + s\omega_0)|_{z=-0} . \qquad /8/$$

Из линеаризованных уравнений движения, уравнения непрерывности и уравнения Пуассона можно показать, что и в присутствии внешнего поля излучения можно считать $q_1 = q_2$ с точностью до членов $\sim\beta^2$. Этот факт позволяет значительно упростить граничное условие /8/. Используя также условие непрерывности тангенциального компонента электрического поля на границе раздела, из которого следует

$$\phi_1(\vec{\rho}, z, \omega)|_{z=-0} = \phi_2(\vec{\rho}, z, \omega)|_{z=+0} \qquad /9/$$

и считая границу раздела сред идеально резкой, т.е.

$$\omega_p^2(z) = \begin{cases} \omega_{p1}^2 = \dfrac{4\pi n_1 e^2}{m_1}, & z < 0, \\ \omega_{p2}^2 = \dfrac{4\pi n_2 e^2}{m_2}, & z > 0, \end{cases} \qquad /10/$$

получим следующую систему уравнений относительно гармоник скалярного потенциала на плоскости раздела полупроводник - вакуум /мы положили для простоты $n_2 = 0$ /:

$$\phi(k, \omega + s\omega_0) = \frac{1}{2}\omega_p^2 \sum_{n,\ell} \frac{J_{n+s}(\lambda)}{\omega - n\omega_0} \times$$

$$+\left\{\frac{J_{n+\ell}(\lambda)}{\omega-n\omega_0}-\frac{1}{8}\beta^2\left[\frac{J_{n+\ell+2}(\lambda)}{\omega-(n+2)\omega_0}+\frac{J_{n+\ell-2}(\lambda)}{\omega-(n-2)\omega_0}\right]\right\}\phi(\vec{k},\omega+\ell\omega_0). \qquad /11/$$

В отсутствие поля накачки, $E_0=0$, /11/ дает дисперсионное уравнение для поверхностных плазмонов,

$$1+\epsilon(\omega)=0,\quad \epsilon(\omega)=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2},$$

как и должно быть.

В общем случае, рассматривая резонансную ситуацию, когда частота внешнего поля приближается к частоте поверхностных плазмонов, т.е. $\omega_0\to\omega_{ps}=\frac{\omega_p}{\sqrt{2}}$, из анализа системы /11/ получаем инкремент неустойчивости γ для поверхностных плазмонов в виде

$$\gamma=\frac{1}{16}\omega_{ps}\,\beta^2. \qquad /12/$$

Аналогично для поверхностных плазмонов на границе раздела полупроводник-полупроводник получаем при резонансном условии $\omega_0=\sqrt{\omega_{ps1}^2+\omega_{ps2}^2}$:

$$\gamma=\frac{1}{16}\,\frac{\beta_1^2\omega_{ps1}^2+\beta_2^2\omega_{ps2}^2}{\sqrt{\omega_{ps1}^2+\omega_{ps2}^2}} \qquad /13/$$

/индексы 1,2 указывают на значения величин в средах 1,2 соответственно/.

Наконец, для поверхностных плазмонов на плоскости раздела металл-полупроводник /металл заполняет среду "1" и рассматривается в однозонной модели/ γ имеет вид

$$\gamma=\frac{1}{16}\beta_2^2\,\frac{\omega_{ps2}^2}{\sqrt{\omega_{ps1}^2+\omega_{ps2}^2}}. \qquad /14/$$

В случае $\vec{k}\perp\vec{E}_0$ $(\lambda=0)$ аналогичная процедура приводит к следующей системе уравнений относительно гармоник скалярного потенциала на плоской /резкой/ границе раздела двух полупроводников:

$$\phi(\vec{k},\omega+s\omega_0)=\frac{1}{16}\,\frac{\beta_1^2\omega_{p1}^2+\beta_2^2\omega_{p2}^2}{\omega_{ps}^2-(\omega+s\omega_0)^2}\times$$

$$\times\left[\phi(\vec{k},\omega+(s-2)\omega_0)+\phi(\vec{k},\omega+(s+2)\omega_0)\right], \qquad /15/$$

где теперь

$$\omega_{ps}^2=\frac{1}{2}(\omega_{p1}^2+\omega_{p2}^2). \qquad /16/$$

В резонансных условиях, когда $\omega_0\to\omega_{ps}$, анализ /15/ показывает, что инкремент неустойчивости для поверхностных плазмонов не отличается от случая $k\parallel E$ и имеет вид /13/.

В целях иллюстрации мы провели численные оценки порогового поля $E_{0п}$ для усиления поверхностных плазмонов на границе раздела n-InSb - вакуум. Данные для InSb были взяты, как и в /3/, из /8/: $n_0 = 4\cdot10^{17}$ $см^{-3}$, $c^{*}=10^8$ $см/с.$, $\omega_p=2{,}7\cdot10^{14}$ $с^{-1}$., $m=0{,}016\,m_e$, эффективная частота столкновений электронов $\nu_{эфф}=0{,}6\cdot10^{12}$ $с^{-1}$/ при T =77 K/. Условие $\gamma>\nu_{эфф}$ дает

$$E_{0п}\approx3{,}9\cdot10^4\ \frac{V}{см}. \qquad /17/$$

Отметим, что для более точной оценки необходимо учитывать столкновения носителей с плоскостью границы при определении $\nu_{эфф}$, что можно делать с помощью кинетической теории /см. /6,7//.

3. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Принимая во внимание эффект запаздывания, мы должны рассмотреть полную систему уравнений Максвелла. Для определенности будем исследовать случай $\vec{k} \parallel \vec{E}_0$. Полная система линеаризованных уравнений поля, уравнения движения и уравнение непрерывности плазмы приводят к системе из четырех уравнений относительно гармоник компонент потенциалов $\vec{A}$ и ϕ, из которой следует, что чисто поперечная /электромагнитная/ волна с электрическим вектором /соответствующим $A_\perp$/, перпендикулярным $\vec{E}_0$, распространяется независимым образом, а компоненты $A_\parallel$ и ϕ /$A_\parallel$ лежит в плоскости (kz) / описываются связанными уравнениями и соответствуют волне со "смешанной" поляризацией.

Проведем здесь подробный анализ системы уравнений для поперечной волны, которая имеет вид /индекс $\perp$ при компоненте $A_\perp$ опущен/:

$$
\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2 + \frac{(\omega + s\omega_0)^2}{c^2}\mathcal{E}(z, \omega + s\omega_0)\right] A(\vec{\rho}, z, \omega + s\omega_0) =
$$

$$
= -\delta(z, E_0) \sum_{n,\ell} J_{n+s}(\lambda)\left[J_{n+\ell+2}(\lambda) + J_{n+\ell-2}(\lambda)\right] A(\vec{\rho}, z, \omega + \ell\omega_0). \qquad /18а/
$$

где

$$
\left.\begin{aligned}
\epsilon(z, \omega) &= 1 - \frac{\omega_p^2(z)}{\omega^2}, \\
\delta(z, E_0) &= \frac{1}{8}\,\frac{\omega_p^2(z)}{c^2}\beta^2
\end{aligned}\right\} \qquad /18б/
$$

Для резкой границы раздела двух сред граничное условие для уравнения /18а/ и условие непрерывности тангенциального компонента электрического поля на границе приводят к следующему условию:

$$
\frac{q_1}{q_2} = -\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}, \qquad /19/
$$

которое вместе с /18/ приводит к уравнению для гармоник компонента $A(\vec{k}, \omega)$ на границе раздела:

$$
\left[k^2 - \frac{(\omega + s\omega_0)^2}{c^2}\,\frac{\epsilon_1(\omega + s\omega_0)\epsilon_2(\omega + s\omega_0)}{\epsilon_1(\omega + s\omega_0) + \epsilon_2(\omega + s\omega_0)}\right] A(\vec{k}, \omega + s\omega_0) =
$$

$$
= \frac{\epsilon_1^2(\omega + s\omega_0)\delta_2(E_0) - \epsilon_2^2(\omega + s\omega_0)\delta_1(E_0)}{\epsilon_1^2(\omega + s\omega_0) - \epsilon_2^2(\omega + s\omega_0)} \times
$$

$$
\times \sum_{n,\ell} J_{n+s}(\lambda)\left[J_{n+\ell+2}(\lambda) + J_{n+\ell-2}(\lambda)\right] A(\vec{k}, \omega + \ell\omega_0). \qquad /20/
$$

При отсутствии поля накачки /20/ дает дисперсионное уравнение для электромагнитных волн на границе раздела двух полупроводников:

$$
\frac{\epsilon_1(\omega)\epsilon_2(\omega)}{\epsilon_1(\omega) + \epsilon_2(\omega)} = \frac{k^2 c^2}{\omega^2}, \qquad /21а/
$$

из которого следуют выражения для квадратов частот в виде:

$$
\omega_{1,2}^2(k) = c^2 k^2 + \frac{1}{2}(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2) \pm c^2 k^2 \sqrt{1 + \frac{(\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2)^2}{4(c^2 k^2)^2}}. \qquad /21б/
$$

Анализ асимптотического поведения решений /21б/ с учетом /19/ показывает, что поверхностным волнам соответствует нижняя ветвь, покрывающая определенную область частот,

$$\omega_{p2}^2 < \omega_2^2(k) < \frac{1}{2}(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2) \qquad /22/$$

/для определенности мы положили $\omega_{p1}^2 > \omega_{p2}^2$ /. В этих условиях систему /20/ можно переписать в виде:

$$[(\omega + s\omega_0)^2 - \omega_2^2(k)]A(k, \omega + s\omega_0) =$$

$$= \alpha(k, E_0, \omega + s\omega_0) \sum_{n,\ell} J_{n+s}(\lambda)[J_{n+\ell+2}(\lambda) + J_{n+\ell-2}(\lambda)]A(k, \omega + \ell\omega_0), \qquad /23а/$$

где

$$\alpha(k, E_0, \omega) = \frac{1}{8} \frac{(\omega^2 - \omega_{p1}^2)^2 \omega_{p2}^2 \beta_2^2 - (\omega^2 - \omega_{p2}^2)^2 \omega_{p1}^2 \beta_1^2}{(\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2)[\omega^2 - \omega_1^2(k)]}. \qquad /23б/$$

Заметим, что $\alpha(\omega) = \alpha(-\omega)$. Интересуясь поведением поверхностной электромагнитной моды $\omega_2(k)$, мы провели анализ /23/ при выполнении резонансного условия $\omega_0 \to \omega_2(k)$ и получили инкремент неустойчивости данной моды как функцию k и E_0 в виде:

$$\gamma(k, E_0) = \frac{|\alpha(k, E_0, \omega_2(k))|}{2\omega_2(k)}, \qquad /24/$$

где

$$|\alpha(k, E_0, \omega_2(k))| \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{16k^2} \frac{|[\frac{1}{2}(\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2) + c^2k^2\theta(k)]^2 \delta_2(E_0) - [\frac{1}{2}(\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2) - c^2k^2\theta(k)]^2 \delta_1(E_0)|}{(\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2)[1 + (\frac{\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2}{2c^2k^2})^2]^{1/2}} -$$

и

$$\theta(k) \equiv [1 + (\frac{\omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2}{2c^2k^2})^2]^{1/2} - 1.$$

Так как при $k \to 0$ мы имеем $\omega_1^2(k) \to \omega_{p1}^2$, $\omega_2^2(k) \to \omega_{p2}^2$ и $|\alpha(\omega_2(k))| \to \frac{1}{8}\omega_{p2}^2 \beta_2^2$, то

$$\gamma(k \to 0) \approx \frac{1}{16}\omega_{p2} \beta_2^2. \qquad /25/$$

Иначе говоря, в пределе $k \to 0$ частота поверхностной электромагнитной моды на границе раздела двух сред стремится к плазменной частоте среды "2" с $\omega_{p2} < \omega_{p1}$, и инкремент неустойчивости определяется в основном физическими параметрами этой среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Силин В.П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, "Наука", М., 1973.*
2. *Цинцадзе Н.Л. ЖЭТФ, 1970, 59, с. 1251.*
3. *Цинцадзе Н.Л., Паверман В.С. ФТТ, 1972, 14, с. 3427.*
4. *Кименко Я.И., Коцаренко Н.Я. ФТТ, 1976, 18, с. 3295.*
5.
6. *Алиев Ю.М., Ферленги Э. ЖЭТФ, 1969, 57, с. 1623.*
7. *Алиев Ю.М., Градов О.М., Кирий А.Ю. ЖЭТФ, 1972, 63, с. 112.*
8. *Хилсум К., Роуз-Инс А. Полупроводники типа* A_{III} *и* B_V. *"ИЛ", М., 1963.*

Рукопись поступила в издательский отдел
18 апреля 1978 года.