

С 3498

С-958

28/xii - 67

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна



P16 - 3593

Б.С.Сычев

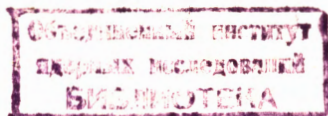
РАСЧЕТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
НЕЙТРОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В ЗАЩИТЕ

P16 - 3593

Б.С.Сычев

РАСЧЕТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
НЕЙТРОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В ЗАЩИТЕ

Направлено в Сб. МИФИ



5509 / 1 мр.

В работе /1/ получено решение уравнения переноса нейтронов с энергией несколько сотен Мэв в приближении квазиупругого рассеяния. В использованном приближении не учитывалась та часть спектра вторичных нуклонов, вылетающих из ядер, которая обусловлена многократным рассеянием нуклонов внутри ядра и рождением пионов. Эту часть спектра в дальнейшем будем называть каскадными нуклонами.

В настоящей работе излагается приближенный метод расчета всего спектра нейтронов высоких энергий в полубесконечной защите. Предполагается, что на поверхность защиты падает нормально широкий пучок нейтронов с энергией F_0 . За основу берем решение кинетического уравнения, полученное в /1/. Обозначим $F_1(x, E)$ функцию спектрального распределения нейтронов квазиупругого рассеяния (в $F_1(x, E)$ включены также нейтроны источника). Зная $F_1(x, E)$, можно записать выражение для функции распределения $F_2(x, E)$ каскадных нейтронов (рис. 1):

$$F_2(x, E) = \int_{(\Omega)} d\Omega \int_{(x')} dx' \int_{(E')} dE' \int_{(E'')} dE'' \mu F_1(x', E'') \frac{d^2 N(E'')}{\cos \theta dE' d\Omega} \cdot G(\mu dE'' | x-x' | E', E) \quad (1)$$

где x - толщина защиты,

E - энергия нейтронов,

θ - угол относительно нормали к поверхности защиты (полупространства),

$d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ - элемент телесного угла,

$\frac{d^2 N(E'')}{dE' d\Omega}$ - двойное дифференциальное распределение каскадных нейтронов в элементарном акте неупругого взаимодействия первичных нейтронов, имеющих энергию E'' , с ядрами защиты, нормированное на среднюю множественность каскадных нейтронов,

μ - сечение неупругого взаимодействия нейтронов квазиупругого рассеяния,
 $\mu_2(E')$ - эффективное сечение взаимодействия с ядрами каскадных нейтронов,
 $G(\mu_2(E'), x, E', E)$ - функция распределения каскадных нейтронов по толщине бесконечного полупространства, на поверхность которого нормально падает широкий пучок каскадных нейтронов с энергией E' .

В (1) сделаны следующие предположения.

1. Нейтроны спектра $F_1(x, E)$ имеют направление движения вдоль оси x .
2. Вместо функции распределения каскадных нейтронов от точечного анизотропного источника используется функция распределения от плоского мононаправленного источника.

Указанные предположения можно оправдать тем, что угловое распределение нейтронов имеет резкую анизотропию относительно оси x . Само по себе выражение (1) несколько не проще решения уравнения для функции распределения каскадных нейтронов. Однако, используя некоторые упрощения в отношении функции $d^2 N(E'')/dE' d\Omega$ и $G(\mu_2(E'), E', E)$, можно (1) свести до квадратур от известных функций, что практически является решением задачи.

Займемся сначала выбором вида функции $d^2 N(E'')/dE' d\Omega$. Имеющаяся в настоящее время как расчетная, так и экспериментальная информация (см., например, /2-8/) не дает достаточно полных сведений об этой функции. Однако анализ зависимости $\int_{4\pi} \frac{d^2 N(E'')}{dE' d\Omega} d\Omega$ показывает, что вид ее не зависит существенно от энергии E'' . С другой стороны, имея в виду, что окончательно нас будет интересовать распределение $F_2(x, E) = \int_{4\pi} F_2(x, E, \theta) d\Omega$, разделим угловую и энергетическую зависимости в $d^2 N(E'')/dE' d\Omega$ и запишем следующие соотношения:

$$\frac{d^2 N(E'')}{dE' d\Omega} = f(\theta, E'') K(E'' \rightarrow E'); \quad (2)$$

$$K(E'' \rightarrow E') = C(E'') \kappa(E') \eta_n \quad (3)$$

с нормировкой:

$$\int_{4\pi} f(\theta, E'') d\Omega = 1; \quad (4)$$

$$\int_0^{E''} C(E'') \kappa(E') dE' = n(E''), \quad (5)$$

где $\nu(E'')$ — среднее число каскадных нуклонов на один акт неупругого взаимодействия нейтрона, имеющего энергию E'' , с ядром;

η_n — доля нейтронов в числе каскадных нуклонов/2/.

Добавляя к условию (5) условие (6):

$$\int_0^{E''} C(E'') \kappa(E') E' dE' = \epsilon(E''), \quad (6)$$

где $\epsilon(E')$ — энергия, уносимая каскадными нуклонами, и решая совместно (5) и (6), получаем выражение для спектра каскадных нуклонов:

$$C(E') \kappa(E) = \nu(E') [1 - \chi(E')] \frac{E'}{E^2} \chi(E) \left[1 + E \frac{d}{dE} \ln \chi(E) \right] \times \\ \times \left\{ \exp \left[- \int_E^{E'} \frac{dE}{E [1 - \chi(E)]} \right] \right\} / [1 - \chi(E)]^2 ; \quad (7)$$

$$\chi(E) = \epsilon(E) / \nu(E) E. \quad (7a)$$

Используя данные работы/2/ о средней множественности и энергетических соотношениях в каскадных процессах, а также данные/1/ о вкладе в число вторичных частиц нуклонов квазиупругого рассеяния, мы вычислили для ядра меди функции $\chi(E)$, $\kappa(E)$, $C(E)$, показанные на рис. 2, 3, 4, соответственно. На рис. 5 показаны спектры вторичных протонов, образующихся при бомбардировке различных ядер протонами с энергией 480 Мэв. Точки на этом рисунке соответствуют расчетным данным работы/2/. Сплошная кривая построена с помощью выражения (7) и данных работы/1/. Наблюдается хорошее соответствие между спектром, полученным методом Монте-Карло/2/ и расчетным спектром за исключением области энергий, близких к начальной. Это различие объясняется тем, что выход нуклонов квазиупругого рассеяния в работе/2/ занижен, а расчет с использованием данных/1/ дает несколько более "жесткую" форму спектра квазиупругого рассеяния.

Определим теперь функцию $C[\mu_2(E') \chi, E', E]$. Общий вид этой функции можно представить как:

$$C[\mu_2(E') \chi, E', E] = e^{-\mu_2(E') \chi} V[\mu_2(E') \chi, E', E]. \quad (8)$$

В качестве $\mu_2(E')$ разумно взять транспортное сечение:

$$\mu_2(E') = \mu_{in}(E') + \mu_n(E')(1 - \bar{\omega}(E')), \quad (9)$$

где $\mu_{in}(E')$ – сечение неупругого взаимодействия нейтронов с ядрами;

$\mu_n(E')$ – сечение упругого рассеяния нейтронов на ядрах;

$\bar{\omega}(E')$ – средний косинус угла упругого рассеяния.

Сведения о величинах $\mu_2(E')$ имеются в работах^{9,10/}. На рис. 6 графически представлена зависимость $\mu_2(E)/\mu$ для железа. Выбор вида функции

$V[\mu_2(E')x, E', E]$ произведем исходя из следующих фактов:

1. Значительная часть спектра каскадных нейтронов лежит в области энергий $10 < E < 100$ Мэв, характеризующейся увеличением сечений взаимодействия нейтронов с ядрами при уменьшении энергии.
2. Эффективное сечение выведения плотности потока нейтронов, рассчитанное на основании модели квазиупругого рассеяния, также увеличивается с уменьшением энергии^{1/}.
3. Множественность вторичных нуклонов, выбиваемых из ядер каскадными нейтронами, относительно невелика.
4. Источник каскадных нейтронов распределен по толщине защиты.
5. Из п.п. 1–4 следует, что каскадные нейтроны будут находиться на достаточно больших толщинах защиты в квазиравновесном состоянии с нейтронами квазиупругого рассеяния, т.е. спектр каскадных нейтронов в какой-либо точке защиты обусловлен в основном каскадными нейтронами, рожденными в некоторой окрестности этой точки.
6. Ослабление плотности потока нейтронов на небольших толщинах характеризуется функцией, имеющей вид:

$$G(\mu x) \approx e^{-\mu x} (1 + a \mu x). \quad (10)$$

Принимая во внимание изложенное, полагаем:

$$V[\mu_2(E')x, E', E] \approx \delta(E-E') [1 + a(E') \mu_2(E')x]. \quad (11)$$

Более аккуратно следовало бы представить функцию $V[\mu_2(E')x, E', E]$ в таком виде:

$$V[\mu_2(E')x, E', E] = \delta(E-E') + a(E') \mu_2(E')x K(E' \rightarrow E),$$

где $K(E' \rightarrow E)$ - энергетический спектр нейтронов, вылетающих из ядер при бомбардировке их нейтронами с энергией E' .

Параметр $a(E)$ находим из условия баланса энергии:

$$\int_0^{E'} \mu_{in}(E) G[\mu_2(E') x, E', E] E_{ab}(E) dE = E', \quad (12)$$

где

$$E_{ab}(E) = E_z(E) + E^*(E) + E_0(E);$$

$E_z(E)$ - энергия, уносимая вторичными заряженными частицами, вылетающими из ядра, бомбардируемого нейтроном с энергией E ;

$E^*(E)$ - энергия возбуждения остаточного ядра;

$E_0(E)$ - энергия отрыва вторичных нуклонов.

Подставляя (11) в (12), находим:

$$a(E) = \frac{E}{E_{ab}(E)} - 1. \quad (13)$$

Вычисленная на основе данных /2/ для ядер меди функция $a(E)$ представлена на рис. 7.

После сделанных конкретизаций относительно вида функций

$$d^2 N(E'') / dE' d\Omega \quad \text{и} \quad G\left[\frac{\mu_2(E') |x-x'|}{\cos \theta}, E', E\right]$$

выражение (1) уже допускает численное интегрирование, так как $F_1(x', E'')$ вычисляется согласно /1/.

Для практических расчетов четырехкратное интегрирование представляет собой большое неудобство. Поэтому ниже будут изложены некоторые упрощения в отношении процедуры интегрирования (1), которые без существенной погрешности позволят понизить кратность интегрирования в (1).

Воспользуемся сначала тем обстоятельством, что источник каскадных нейтронов распределен по толщине полупространства.

Учитывая, что спектральное распределение $F_1(x', E'')$ относительно слабо зависит от координаты x' , можно в (1) вместо $F_1(x', E'')$ взять $F_1^{(1)}(x', E'')$ согласно условию:

$$F_1^{(1)}(x', E'') = F_1(x, E'') \frac{\int_0^{E_0} F_1(x', E'') dE''}{\int_0^{E_0} F_1(x, E'') dE''} \quad (14)$$

На отдельных участках толщины защиты интеграл $\int_0^{E_0} F_1(x, E) dE$ можно аппроксимировать экспоненциальной функцией $e^{-\mu_1(E_0)x}$, параметр $\mu_1(E_0)$ которой определяется, например, согласно [1]. Поэтому в (1) делаем замену $F_1(x', E'')$:

$$F_1(x', E'') \approx e^{-\mu_1(E_0)x'} \frac{F_1(x, E'') e^{\mu x}}{B(\mu x, E_0)} \quad (15)$$

$B(\mu x, E_0)$ есть фактор накопления плотности потока нейтронов квазиупругого рассеяния [1]. На рис. 8, 9, 10 графически представлены функции $B(\mu x, E_0)$, вычисленные для материалов с различным значением коэффициента квазиупругого рассеяния η [1].

Запишем теперь (1) с учетом (2), (3), (11), (15):

$$F_2(x, E) = \kappa(E) \int_E^{E_0} C(E'') F_1(x, E'') dE'' \int_{4\pi} \frac{f(\theta, E'') d\Omega}{\cos\theta \left(\frac{\mu_2(E)}{\mu \cos\theta} - \frac{\mu_1(E_0)}{\mu} \right)} \times$$

$$\times \left\{ \left[1 - e^{-\mu x \left(\frac{\mu_2(E)}{\mu \cos\theta} - \frac{\mu_1}{\mu} \right)} \right] \left[1 + \frac{a(E)}{1 - \frac{\mu_1(E_0)}{\mu_2(E)} \cos\theta} \right] - \right.$$

$$\left. - a(E) \mu x \frac{\mu_2(E)}{\mu \cos\theta} e^{-\mu x \left(\frac{\mu_2(E)}{\mu \cos\theta} - \frac{\mu_1(E_0)}{\mu} \right)} \right\}. \quad (16)$$

На основании данных [2] функцию $f(\theta, E'')$ считаем не зависящей от E'' и представляем ее как:

$$2\pi f(\theta) = \begin{cases} 0,2 + 0,83 \cos\theta + 1,81 \cos^6\theta, & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}; \\ 0,2 + 0,15 \cos\theta, & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi. \end{cases} \quad (17)$$

— Оценки показывают, что при интегрировании в (16) по θ достаточно учесть углы $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, так как интегрирование от $\frac{\pi}{2}$ до π дает вклад, не превышающий 5% от всего значения интеграла. Заметим, что для бесконечного барьера толщиной x интегрирование необходимо производить в интервале $0 \leq \theta \leq \pi/2$.

Вычисления показывают, что с погрешностью, не превышающей 10%, можно интегрирование по θ в (16) заменить путем введения среднего косинуса $\overline{\cos \theta}$, определяемого из условия наилучшего согласия функций $F_2(x, E)$, вычисляемых согласно (16) и путем использования величины $\overline{\cos \theta}$. Для функции $f(\theta)$, определяемой выражением (17), и функции $\mu_2(E)/\mu$, изображенной на рис. 6, получено значение $\overline{\cos \theta} = 0,836$.

Окончательно рабочее выражение для $F(x, E)$ запишется как

$$F_2(x, E) = \kappa(E) \left[\int_E^{E_0} C(E'') F_1(x, E'') dE'' \right] \frac{\int_0^{\pi/2} 2\pi f(\theta) \sin \theta d\theta}{\frac{\mu_2(E)}{\mu} - \frac{\mu_1(E_0) \overline{\cos \theta}}{\mu}} \times$$

$$\times \left\{ \left[1 - e^{-a(E) \frac{\mu_2(E)}{\mu \overline{\cos \theta}} - \frac{\mu_1(E_0)}{\mu}} \right] \left[1 + \frac{a(E)}{1 - \frac{\mu_1(E_0) \overline{\cos \theta}}{\mu_2(E)}} \right] - \right.$$

$$\left. - a(E) \mu x \frac{\mu_2(E)}{\mu \overline{\cos \theta}} - e^{-a(E) \mu x \frac{\mu_2(E)}{\mu \overline{\cos \theta}} - \frac{\mu_1(E_0)}{\mu}} \right\},$$
(18)

где $\int_0^{\pi/2} 2\pi f(\theta) \sin \theta d\theta = 0,875$.

Для толщины $\mu x \gg 1$ получаем:

$$F_2(x, E) = \kappa(E) \left[\int_E^{E_0} C(E'') F_1(x, E'') dE'' \right] \frac{\int_0^{\pi/2} 2\pi f(\theta) \sin \theta d\theta}{\frac{\mu_2(E)}{\mu} - \frac{\mu_1(E_0) \overline{\cos \theta}}{\mu}} \times$$

$$\times \left[1 + \frac{a(E)}{1 - \frac{\mu_1(E_0) \overline{\cos \theta}}{\mu_2(E)}} \right]$$
(19)

На рис. 11 показано спектральное распределение нейтронов высоких энергий в защите из железа, на которую падает плоский мононаправленный пучок нейтронов с энергией 300 Мэв. Построение графиков производилось с использованием данных^{/1/} и выражения (18). Параметры $\kappa(E)$ $S(E)$ и η брались для ядер меди. Отдельно спектр нейтронов квазиупругого рассеяния и спектр каскадных нейтронов приведены на рис. 12 для толщины $\mu x = 14$. На этом же рисунке показан рассчитанный согласно^{/11/} спектр протонов.

На рис. 13 показаны рассчитанные спектры нейтронов на толщине $\mu x = 14$ для различных начальных энергий E_0 . Существование асимптотического представления для $F_2(x, E)$ при $\mu x \gg 1$ свидетельствует о квазиравновесном состоянии в защите между нейтронами квазиупругого рассеяния и каскадными нейтронами.

На рис. 14 приведено сравнение рассчитанного спектра нейтронов для толщины $\mu x = 14$ ($E_0 = 300$ Мэв) с расчетными спектрами, приведенными в работах^{/12/} и ^{/13/} для толщины защиты 460 см из тяжелого бетона с плотностью 3,85 г/см³. При построении спектра использовалось значение коэффициента квазиупругого рассеяния для указанного бетона, равное 0,58.

Введем величину $V_2(\mu x, E_0)$:

$$V_2(\mu x, E_0) = \int_{20}^{E_0} F_2(x, E) dE / \int_{20}^{E_0} F_1(x, E) dE, \quad (20)$$

которая характеризует отношение плотности потока каскадных нейтронов к плотности потока нейтронов квазиупругого рассеяния. Нижняя граница интегрирования -20 Мэв соответствует порогу реакции $C^{12} \rightarrow C^{11}$, часто используемой в опытах. На рис. 15 представлена зависимость $V_2(\infty, E_0)$, вычисленная согласно (19) и (20).

При расчете использовалась функция распределения нейтронов квазиупругого рассеяния, соответствующая $\mu x = 14$. Следует заметить, что символ ∞ в $V_2(\infty, E_0)$ имеет условный характер. Это объясняется тем, что функция

$$\frac{\int_E^{E_0} S(E'') F_1(x, E'') dE''}{\int_{20}^{E_0} F_1(x, E'') dE''}$$

медленно уменьшается с увеличением x за счет постепенного смягчения спектра $F_1(x, E)$ и, следовательно, уменьшения средней множественности каскадных нейтронов. Изменение величины $V_2(\mu x, E_0)$ по толщине защиты удобно характеризовать величиной $\frac{V_2(\mu x, E_0)}{V_2(\infty, E_0)}$. Для энергии $E_0 = 300$ Мэв эта зависимость показана на рис. 16. Как показывают оценки, этой зависимостью без существенной погрешности можно пользоваться и для других значений E_0 .

Таким образом, изменение плотности потока нейтронов высоких энергий по толщине защиты определяется функцией $F(x, E_0)$:

$$F(x, E_0) = e^{-\mu x} V_0(\mu x, E_0), \quad (21)$$

$$V_0(\mu x, E_0) = V(\mu x, E_0) [1 + V_2(\mu x, E_0)], \quad (22)$$

$V_0(\mu x, E_0)$ — фактор накопления плотности потока нейтронов с энергией $E > 20$ Мэв.

Автор выражает большую признательность М.М. Комочкову за советы и замечания.

Л и т е р а т у р а

1. М.М. Комочков, Б.С. Сычев. Препринт ОИЯИ Р2-3315, Дубна 1967.
2. N.Metropolis et al. Phys. Rev., 110, 185 (1958), Phys. Rev., 110, 204 (1958).
3. Л.С. Ажгирей и др. Препринт ОИЯИ Р-270, Дубна 1959.
4. В.И. Кочкин и др. Препринт ОИЯИ Р-1713, Дубна 1964.
5. Ф.П. Денисов и др. Ядерная физика, 1, 329 (1965).
6. H.W.Bertini. ORNL - 3383.
7. J.Hofmann, K.Strauch. Phys. Rev., 90, 449 (1953).
8. J.Hadley, N.York. Phys. Rev., 80, 345 (1950).
9. Von H.J.Langman. Nukleonik, 3, 201 (1961).
10. Д.Л. Бродер и др. Бетон в защите ядерных установок. М., Атомиздат, 1966.
11. Б.С. Сычев. Препринт ОИЯИ Р8-3269, Дубна 1967.
12. М.М. Комочков, Б.С. Сычев. Препринт ОИЯИ 1167, Дубна 1963.
13. S.J.Lindabaum. Ann. Rev. Nucl. Sci., 11, 213 (1961).

Рукопись поступила в издательский отдел
14 ноября 1967 г.

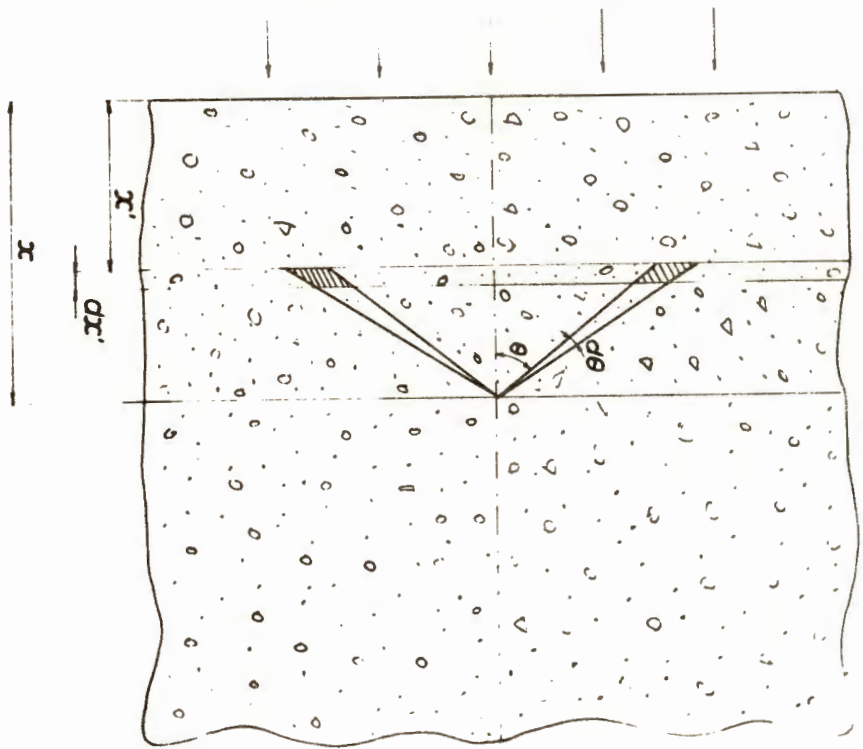


Рис. 1. Геометрия расчетов.

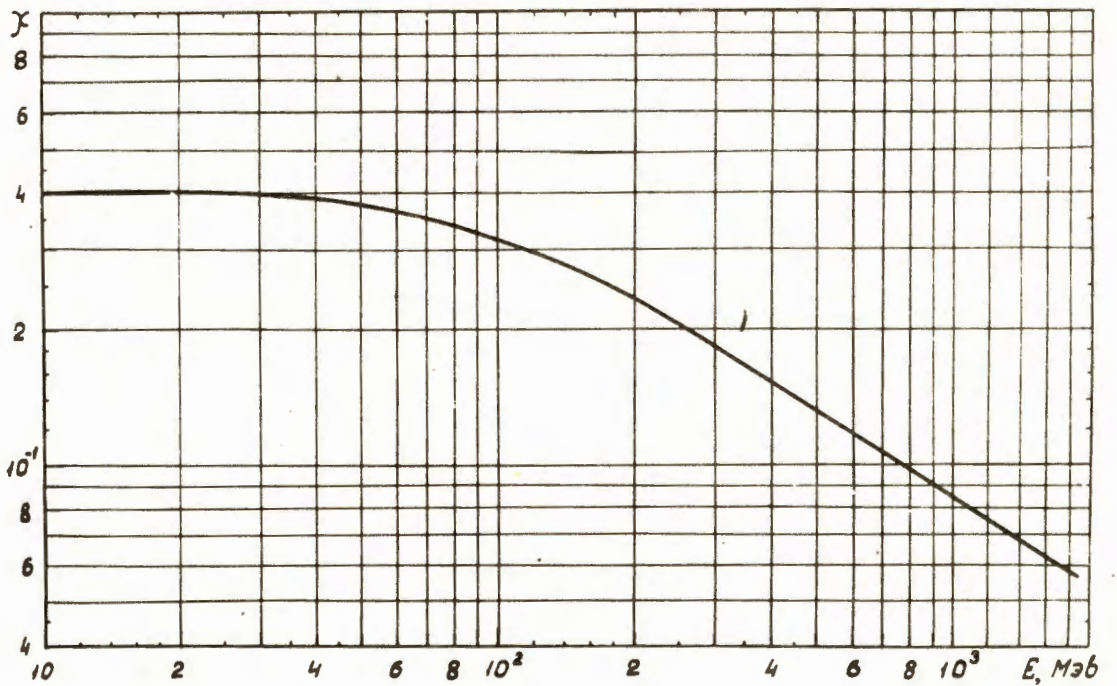


Рис. 2. Функция $\chi(E)$, использованная в расчетах.

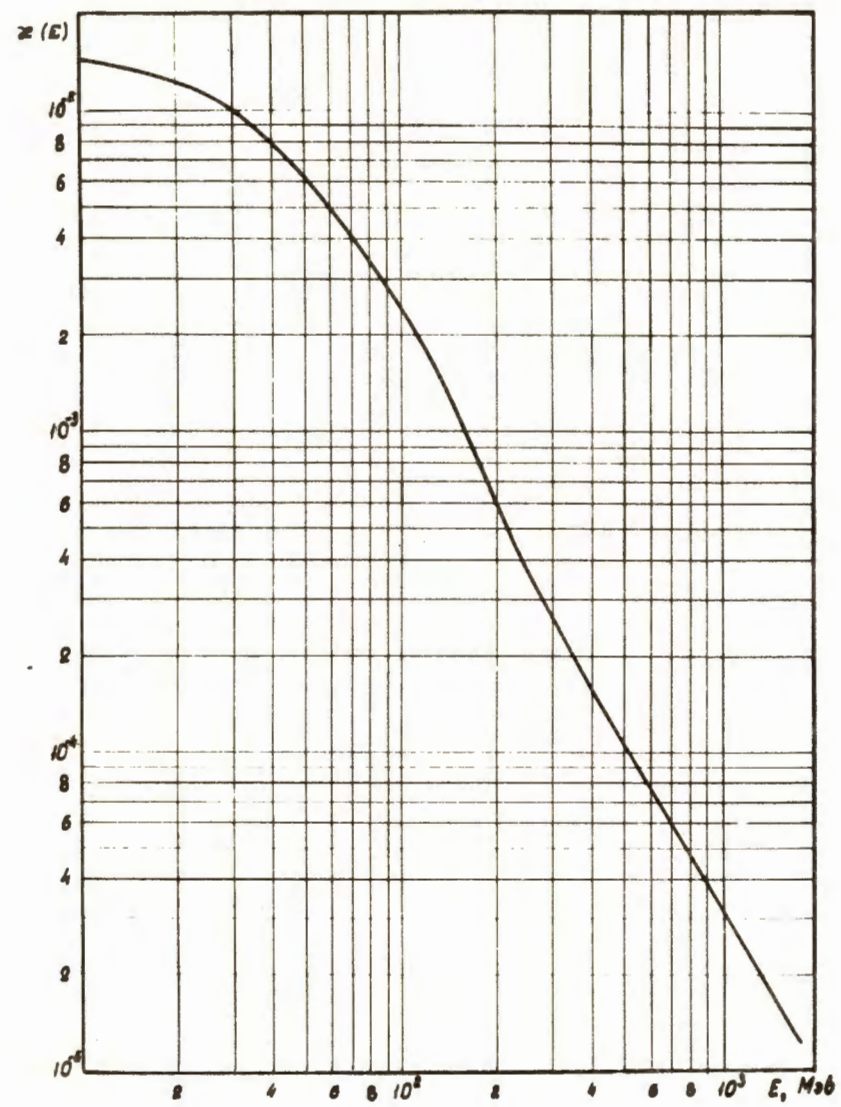


Рис. 3. Функция $\kappa(E)$ для ядра меди.

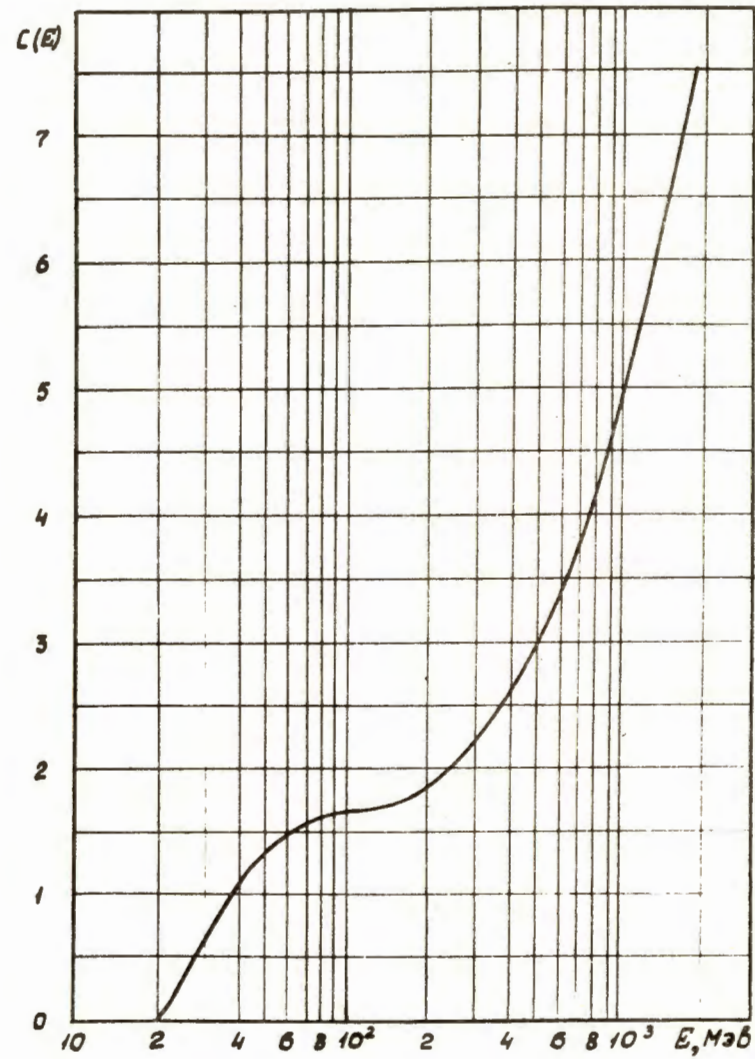


Рис. 4. Функция $C(E)$ для ядра меди.

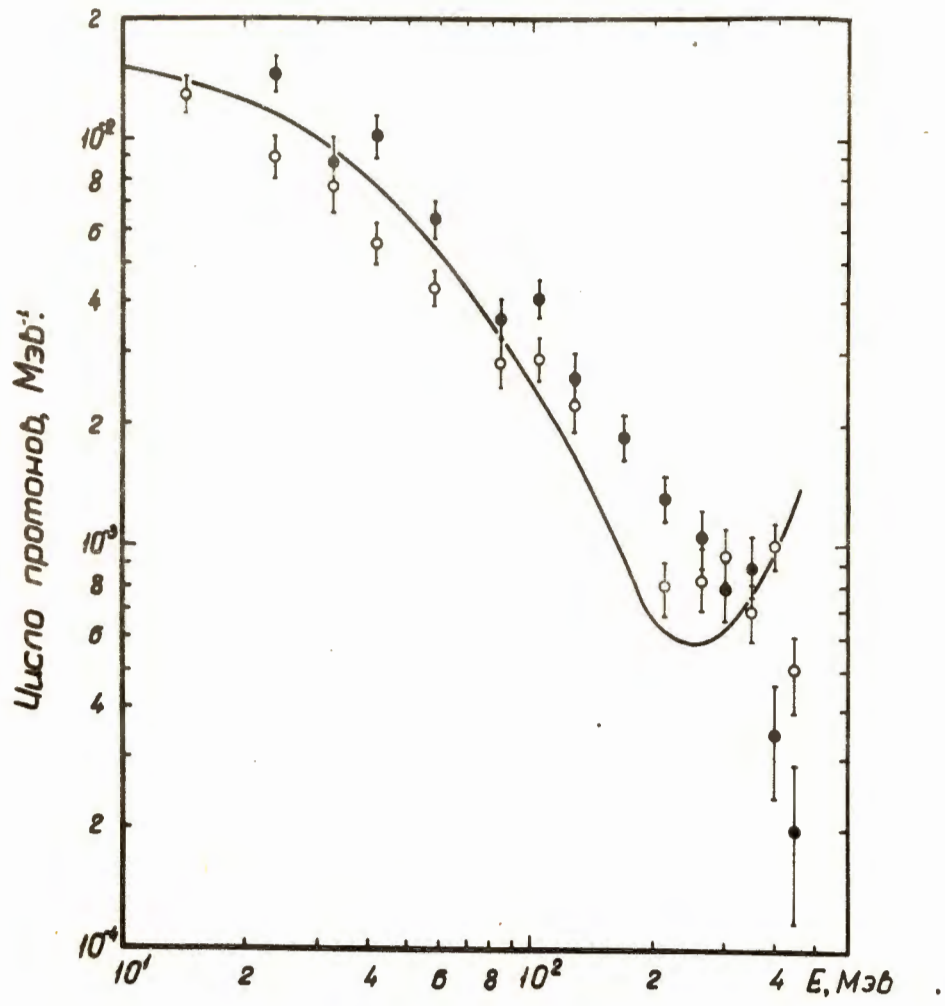


Рис. 5. Спектры вторичных протонов, образующихся при бомбардировке различных ядер протонами с энергией 480 Мэв. \circ - алюминий /2/; \bullet - уран /2/; кривая - настоящая работа.

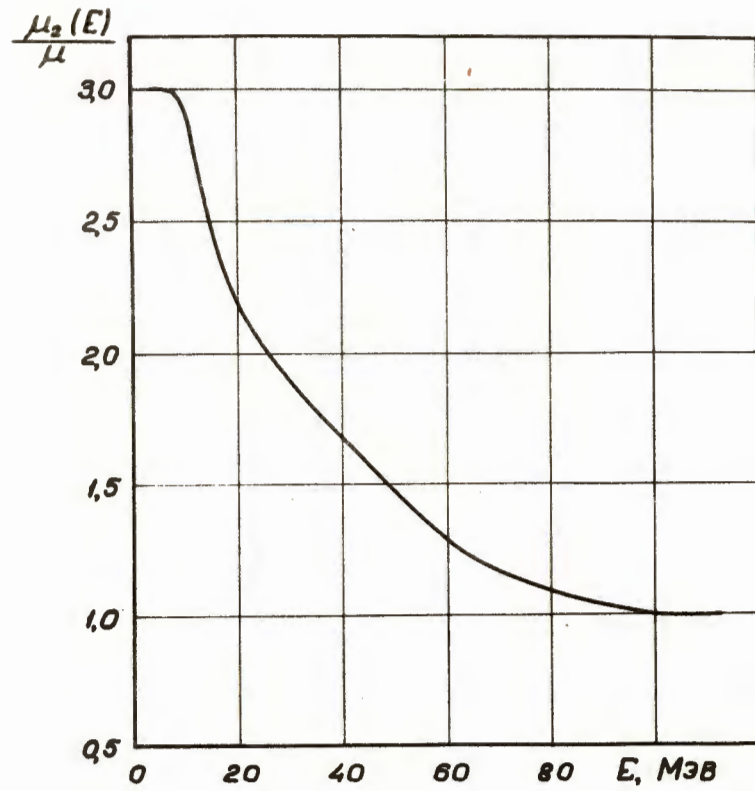


Рис. 6. Функция $\mu_2(E)/\mu$ для железа.

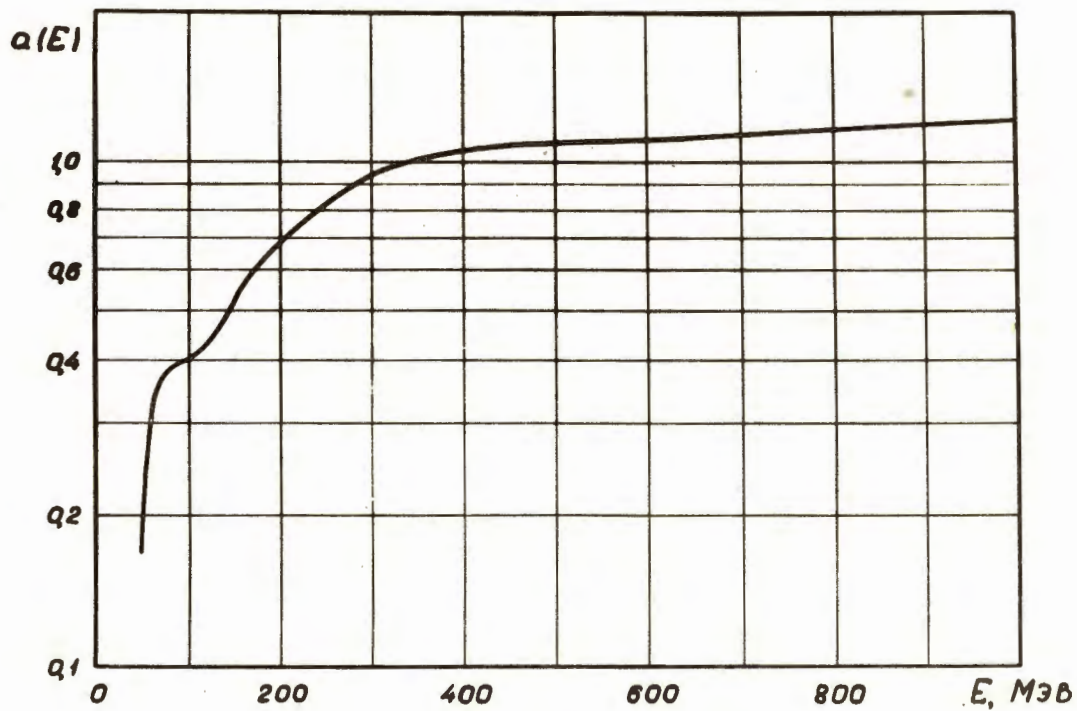


Рис. 7. Функция $a(E)$ для железа.

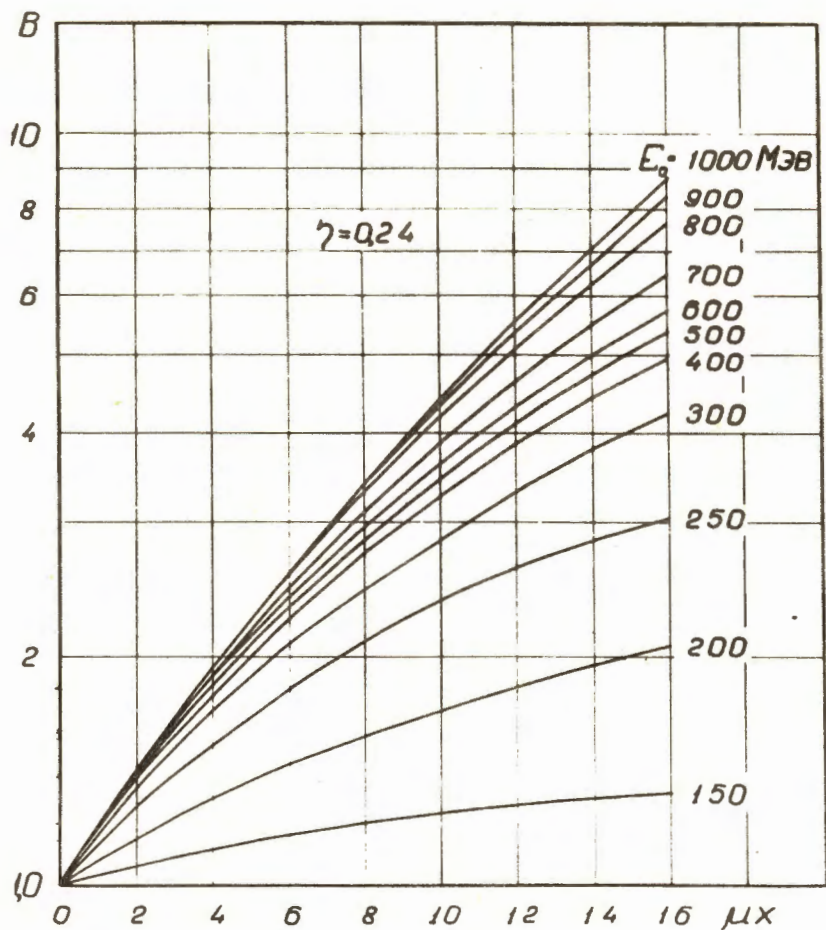


Рис. 8. Фактор накопления плотности потока нейтронов квазиупругого рассеяния для материала с $\gamma = 0,24$ (свинец).

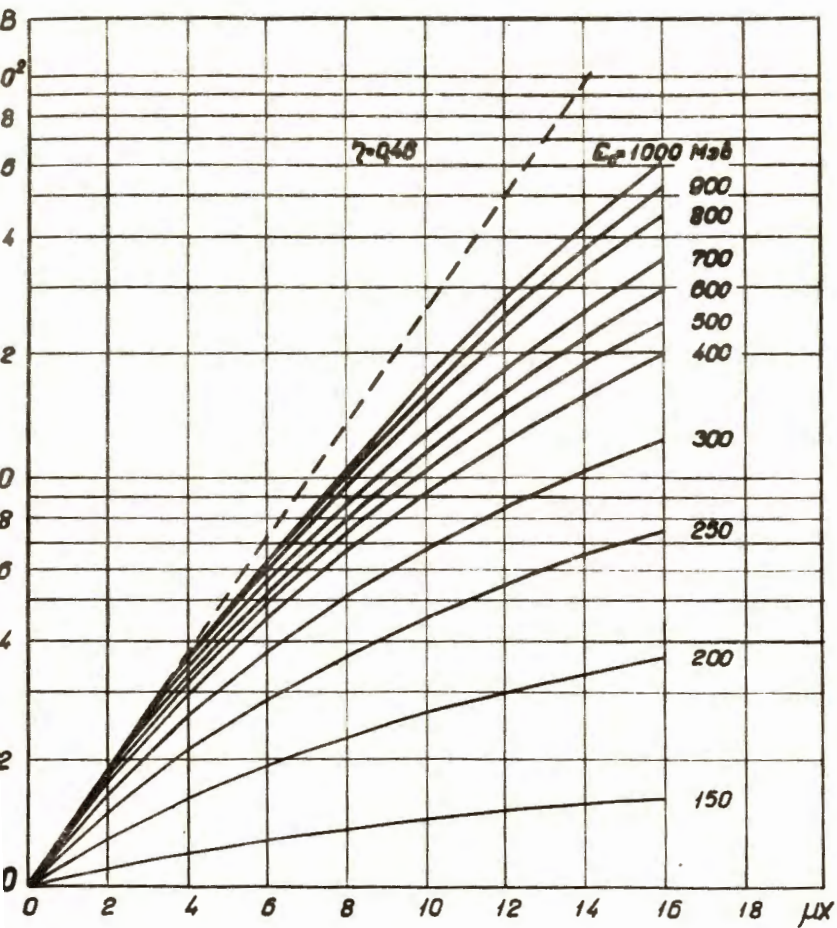


Рис. 9. Фактор накопления плотности потока нейтронов квазиупругого рассеяния для материала с $\eta = 0,48$ (медь).

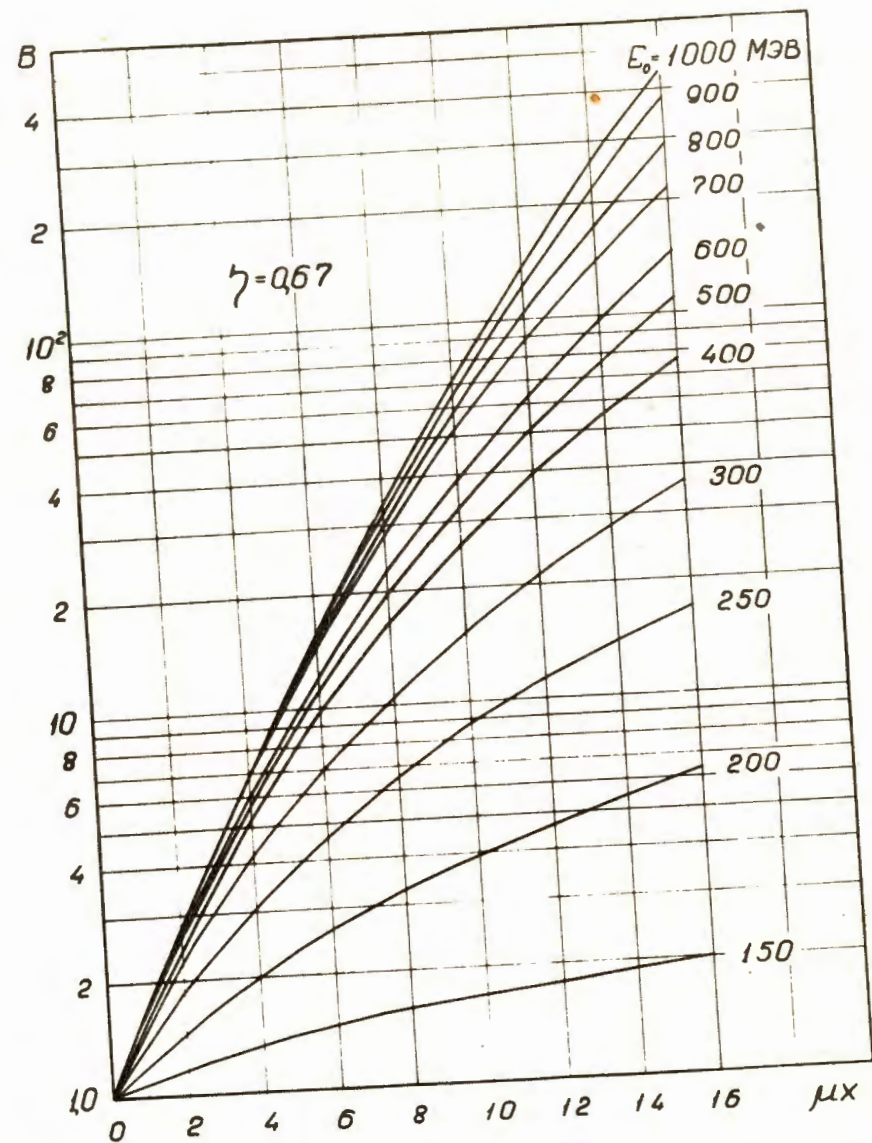


Рис. 10. Фактор накопления плотности потока нейтронов квазиупругого рассеяния для материала с $\eta = 0,67$ (обычный бетон).

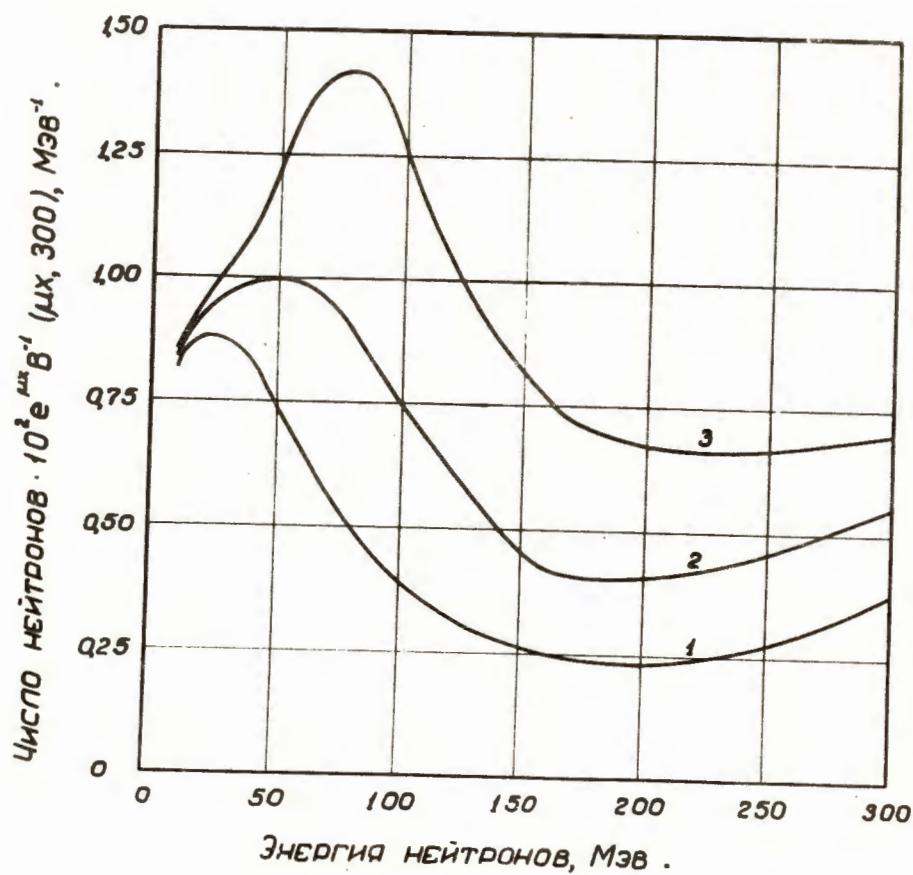


Рис. 11. Спектральное распределение нейтронов высоких энергий на различных толщинах защиты из железа для начальной энергии $E_0 = 300$ Мэв.
 1 - $\mu x = 1$; 2 - $\mu x = 2$; 3 - $\mu x = 4$.

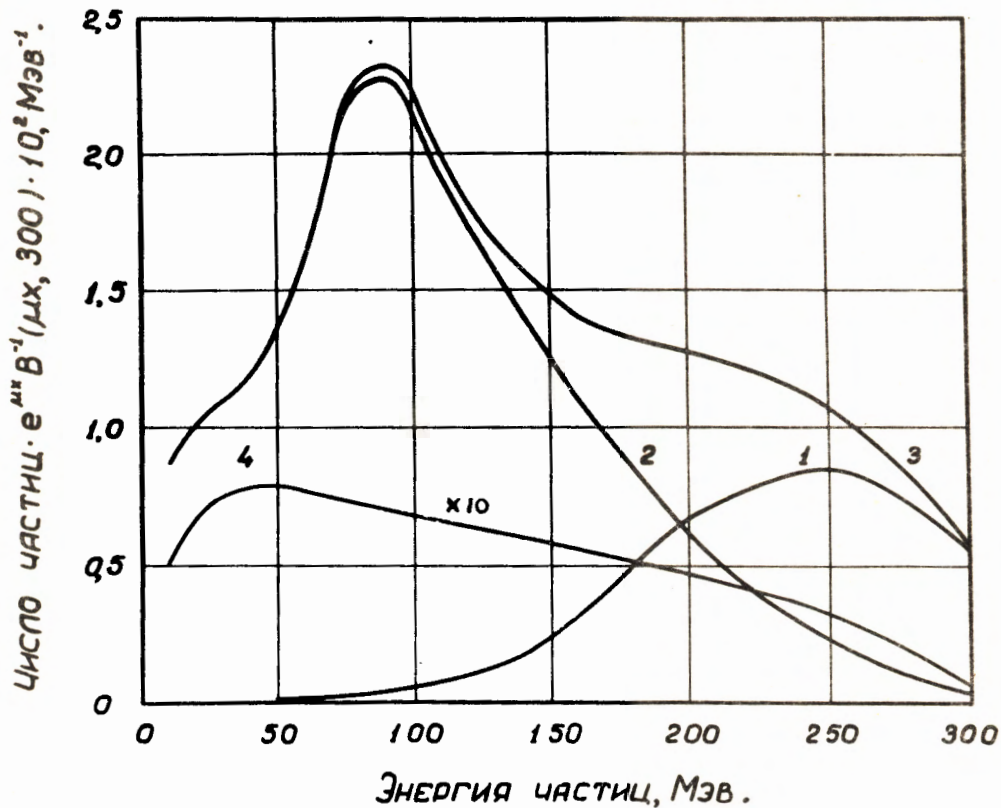


Рис. 12. Спектральное распределение нуклонов высоких энергий на толщине защиты из железа ($\mu x = 14$), на которую падает пучок нейтронов с начальной энергией $E_0 = 300$ Мэв. 1 - нейтроны квазиупругого рассеяния; 2 - каскадные нейтроны; 3 - суммарный спектр нейтронов; 4 - протоны.

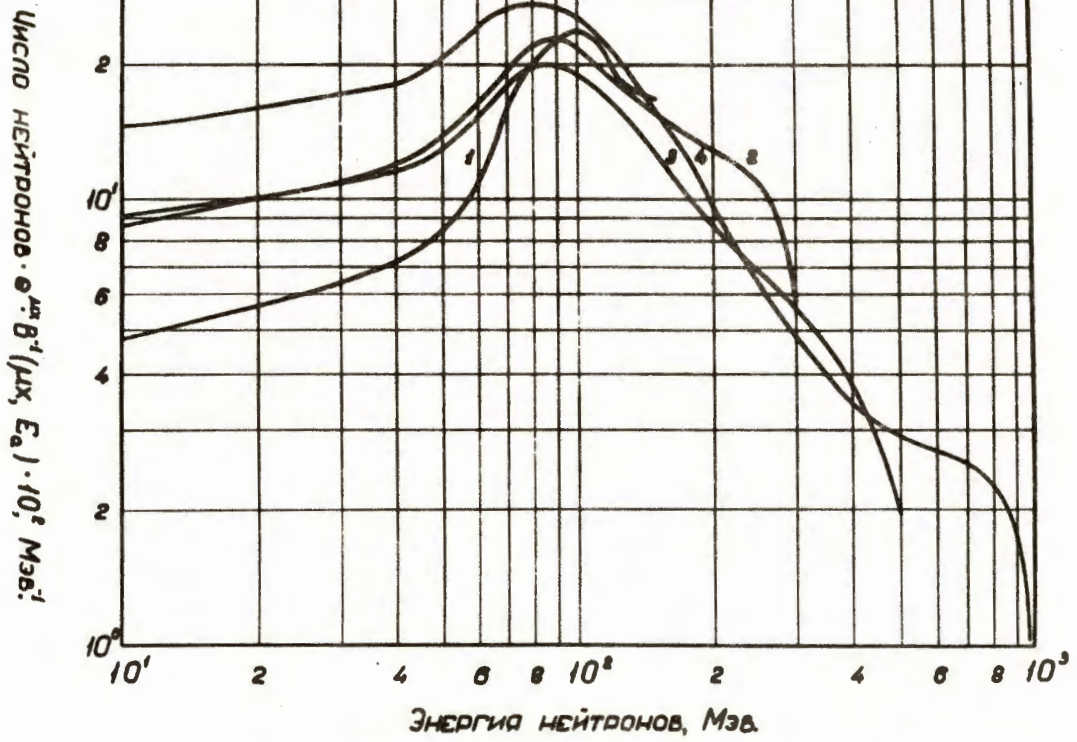


Рис. 13. Спектральное распределение нейтронов высоких энергий на толщине защиты из железа ($\mu x = 14$) для различных начальных энергий нейтронов E_0 . 1 - $E_0 = 150$ Мэв; 2 - $E_0 = 300$ Мэв; 3 - $E_0 = 500$ Мэв; 4 - $E_0 = 1000$ Мэв.

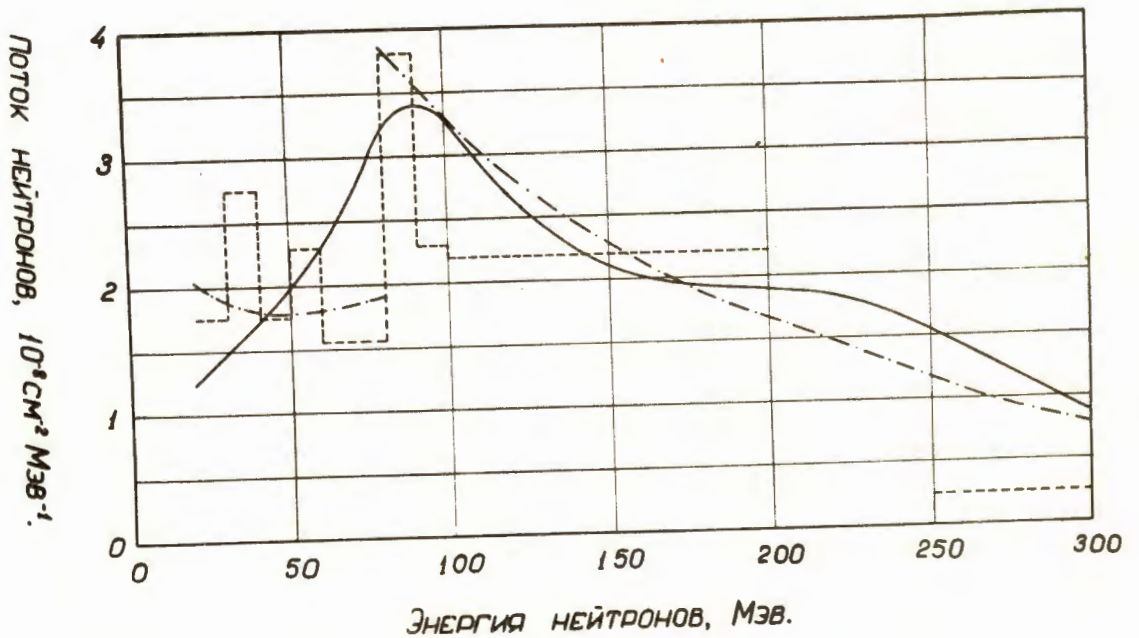


Рис. 14. Спектры нейтронов высоких энергий в защите из тяжелого бетона ($\rho = 3,85 \text{ г/см}^3$) на толщине 460 см. — данные настоящей работы; - - - - данные работы^{12/}; - · - · - данные работы^{13/}.

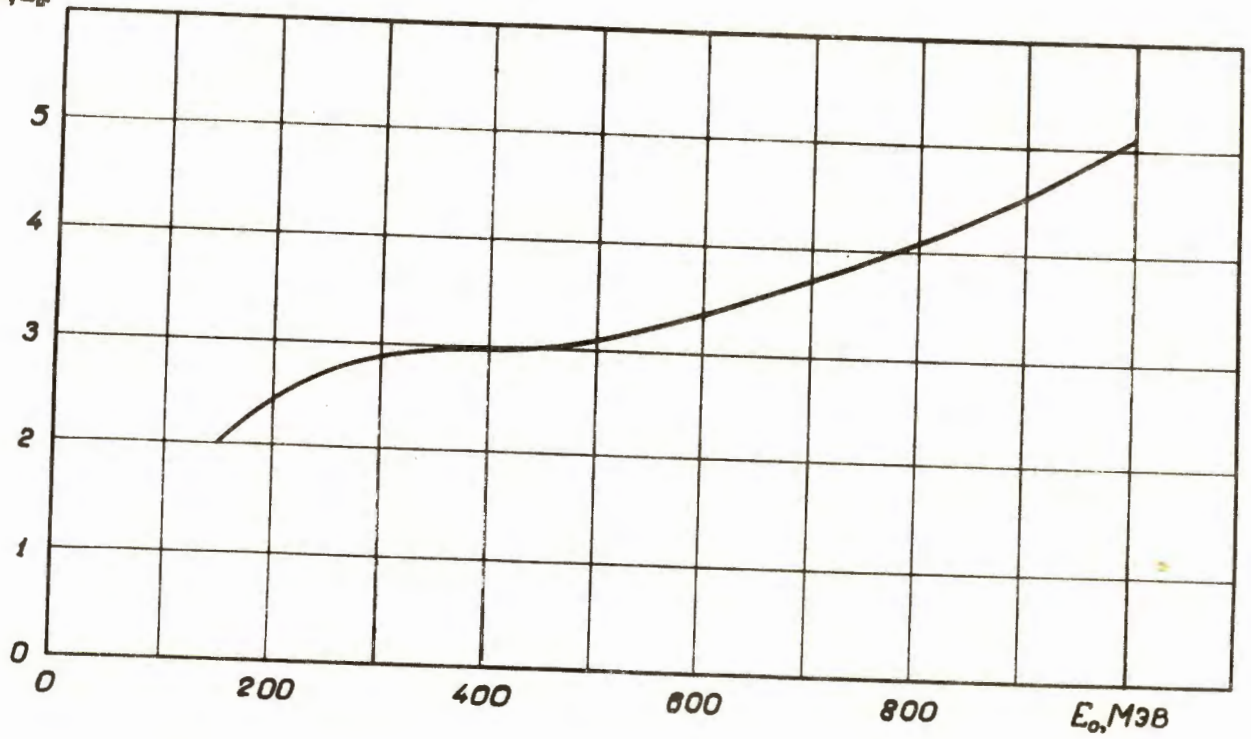
$B_2(\infty, E_0)$ 

Рис. 15. Зависимость асимптотического фактора накопления каскадных нейтронов от начальной энергии нейтронов, падающих на защиту из железа.

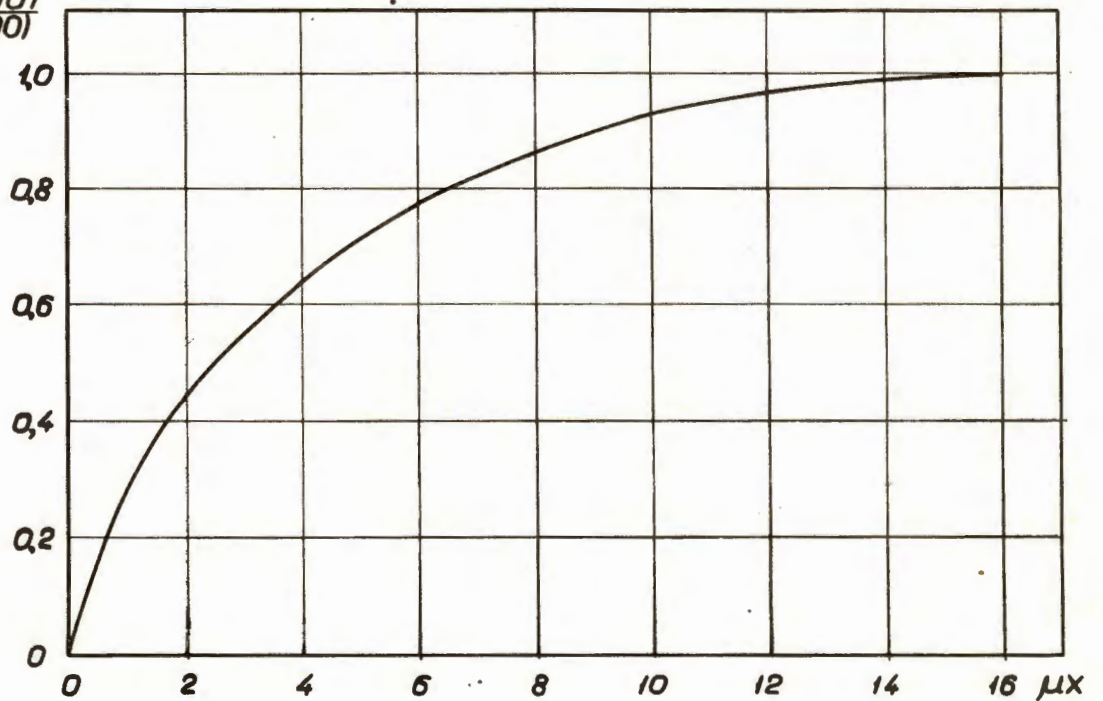
 $\frac{B_2(\mu\text{X}, 300)}{B_2(\infty, 300)}$ 

Рис. 16. Изменение относительного фактора накопления каскадных нейтронов в защите из железа, на которую падают нейтроны с начальной энергией 300 МэВ.