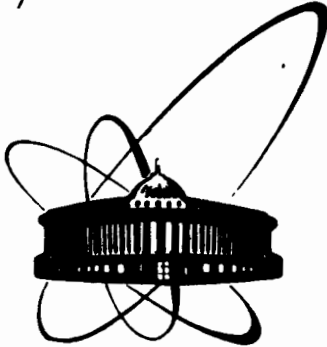


82-478

4503/82

20/IX-82



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P15-82-478

В.Г. Зинов, Л.Н. Сомов, В.В. Фильченков

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ  
ПРОЦЕССА МНОЖЕСТВЕННОГО  
МЮОННОГО КАТАЛИЗА

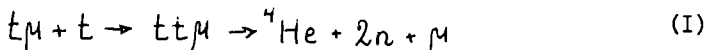
Направлено в журнал "Приборы и техника эксперимента"

1982

Характерной особенностью мюонного катализа реакций синтеза изотопов водорода является его многократность<sup>1,2/</sup>. Это позволяет наметить полный цикл измерений констант, характеризующих кинетику процесса.

Теоретическое рассмотрение кинетики катализа проведено в работе<sup>3/</sup>, в которой получены выражения для выходов и временных распределений продуктов реакций синтеза в мюонных молекулах.

Например, временное распределение актов катализа реакции I)



имеет вид

$$dn/dt = \lambda_{tt\mu} e^{-(\lambda_0 + \omega_{tt} \lambda_{tt\mu})t} \quad (2)$$

а их средняя множественность

$$\bar{n} = \lambda_{tt\mu} / (\lambda_0 + \omega_{tt} \lambda_{tt\mu}). \quad (3)$$

Выражения (2), (3) нормированы на число мюонов, инициировавших реакции. При выводе этих выражений учтено, что ядерная реакция ( $t+t$ ) протекает мгновенно, т.е. ее скорость  $\lambda_{tt}^s \gg \lambda_0$ ,  $\lambda_{tt\mu}^{1/4}$ .

В реальных экспериментальных условиях продукты реакций мюонного катализа регистрируются с эффективностью  $\varepsilon \ll 1$ . Легко показать, что временное распределение всех (т.е. полученных без введения дополнительных критериев отбора) зарегистрированных актов катализа будет иметь вид

$$dn^{жсн}/dt = \lambda_{tt\mu} \varepsilon e^{-(\lambda_0 + \omega_{tt} \lambda_{tt\mu})t} \quad (4)$$

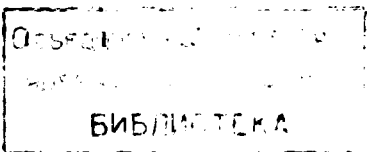
а их выход ("экспериментальная множественность")

$$\bar{n}^{жсн} = \varepsilon \lambda_{tt\mu} / (\lambda_0 + \omega_{tt} \lambda_{tt\mu}), \quad (5)$$

т.е. с точностью до нормировочного множителя совпадают с "физическими" выражениями (2) и (3).

Как можно видеть из выражений (4) и (5), использование их в анализе экспериментальных данных позволяет найти лишь произведения  $\omega_{tt} \lambda_{tt\mu}$  и  $\varepsilon \lambda_{tt\mu}$ , т.е. для независимого определения каждой из величин  $\omega_{tt}$ ,  $\lambda_{tt\mu}$  необходимо знать эффективность регистрации  $\varepsilon$ .

I) Ниже мы будем пользоваться общепринятыми обозначениями:  $\lambda_0 = 4,55 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$  - скорость распада мюона;  $\lambda_{tt\mu}$  - скорость образования молекул  $tt\mu$ ;  $\omega_{tt}$  - вероятность прилипания мюона к ядру гелия в реакции (I).



Непосредственное определение величины  $\xi$  представляется крайне сложной задачей. Как правило, в подобных случаях эффективность рассчитывается методом Монте-Карло с учетом параметров исследуемого процесса и геометрии экспериментальной установки. Для реакции (I) такие расчеты дополнительно осложняются тем, что энергетический спектр нейтронов носит протяженный характер. К тому же имеющаяся информация о виде энергетического распределения нейтронов из (I) неопределенна из-за противоречивых сведений о вкладе взаимодействий ( $n_n$ ) и ( $n_d$ ) в конечном состоянии <sup>5/</sup>.

Представляется очевидным, что выход и временное распределение всех нейтронов отнюдь не отражают полноту информации о процессе последовательного мюонного катализа. Можно дополнительно измерять временное распределение "первых", "вторых" и т.д. нейтронов и их выход или выход одиночных, двойных и т.д. нейтронов. Оказывается, при использовании такого рода дополнительной информации отпадает необходимость в априорном знании величины  $\xi$  (она сама может быть найдена из анализа экспериментальных данных). При этом для независимого определения величин  $\omega_{tt}$  и  $\lambda_{ttM}$  достаточно использовать лишь данные о выходе и временном распределении "первых" и о выходе "вторых" зарегистрированных нейтронов.

Схема последовательного мюонного катализа реакции (I) приведена на рисунке. Мюон, освобождаемый в реакции (I), "мгновенно" ( $\lambda_a \gg \lambda_o$ ,  $\lambda_{ttM}$ ) образует  $t^M$  атом, а затем со скоростью  $\lambda_{ttM}$   $t^M$  молекул. Обозначим число  $t^M$  атомов, сохраняющихся к  $i$ -му акту реакции синтеза, через  $N_i$ . Функции  $N_i(t)$  удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{aligned} dN_1/dt &= -\lambda N_1, \\ dN_2/dt &= -\lambda N_2 + (1-\omega_{tt}) \lambda_{ttM} N_1, \\ dN_i/dt &= -\lambda N_i + (1-\omega_{tt}) \lambda_{ttM} N_{i-1}, \end{aligned}$$

где мы обозначили

$$\lambda \equiv \lambda_o + \lambda_{ttM}.$$

Решения этой системы для граничного условия  $N_1(0) = 1$  имеют вид

$$N_i(t) = [(1-\omega_{tt}) \lambda_{ttM}]^{i-1} t^{i-1} e^{-\lambda t} / (i-1)!$$

Так как скорость реакции (I)  $\lambda_{tt}^s \gg \lambda_{ttM}$ ,  $\lambda_o$ , то временное распределение нейтронов из  $i$ -го акта реакции синтеза

$$f_i(t) = dn_i/dt = \lambda_{ttM} N_i(t) = \lambda_{ttM}^i (1-\omega_{tt})^{i-1} t^{i-1} e^{-\lambda t} / (i-1)! \quad (6)$$

Выход нейтронов от  $i$ -го акта

$$n_i = \int_0^\infty f_i(t) dt = (1-\omega_{tt})^{i-1} (\lambda_{ttM} / \lambda)^i. \quad (7)$$

С помощью выражения (7) можно получить также соотношения для выхода однократных, двукратных и т.д. реакций:

$$n(i) = n_i - n_{i-1} = (1-\omega_{tt})^{i-1} \lambda_{ttM}^i (\lambda_o + \omega_{tt} \lambda_{ttM}) / \lambda^{i+1}. \quad (8)$$

Легко показать, что временное распределение всех актов

$$n(t) = \sum_{i=1}^\infty n_i(t) = \lambda_{ttM} e^{-(\lambda_o + \omega_{tt} \lambda_{ttM})t},$$

т.е. совпадает с (2), а выход всех актов реакций синтеза

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^\infty n_i = \int_0^\infty n(t) dt = \lambda_{ttM} / (\lambda_o + \omega_{tt} \lambda_{ttM})$$

совпадает с (3).

Теперь учтем конечную эффективность регистрации  $\xi < 1$ . При этом возникает возможность, что первым будет зарегистрирован нейтрон от  $i$ -го акта катализа при условии, что нейтроны от предыдущих  $i-1$  актов реакции не будут зарегистрированы. С учетом этого временное распределение первых зарегистрированных нейтронов может быть представлено в виде суммы:

$$\begin{aligned} f_i^{\text{эксн}}(t) &= \xi f_i(t) + (1-\xi) \{ \xi f_2(t) + (1-\xi) [\xi f_3(t) + \dots] \} = \\ &= \xi [f_i(t) + (1-\xi) f_2(t) + (1-\xi)^2 f_3(t) + \dots] = \\ &= \xi \sum_{i=1}^\infty (1-\xi)^{i-1} f_i(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя сюда выражения (6) для  $f_i(t)$ , получаем в явном виде

$$f_1^{\text{эксн}}(t) = \xi \lambda_{ttM} \exp \left\{ -[\lambda_o + (\xi + \omega_{tt} - \xi \omega_{tt}) \lambda_{ttM}] t \right\}. \quad (10)$$

Выход первых зарегистрированных нейтронов

$$n_1^{\text{эксн}} = \int_0^\infty f_1^{\text{эксн}}(t) dt = \xi \lambda_{ttM} / [\lambda_o + (\xi + \omega_{tt} - \xi \omega_{tt}) \lambda_{ttM}]. \quad (11)$$

Это же выражение может быть получено с помощью формулы (9), если в нее вместо  $f_i(t)$  подставить  $n_i$  согласно (8).

При выводе выражения для выхода вторых зарегистрированных актов реакции следует учитывать, что могут детектироваться нейтроны из следующих пар актов катализа:

$$(1, 2), (1, 3) \dots (1, i); (2, 3), (2, 4) \dots (2, i); \dots$$

Соответственно выход

$$\begin{aligned}
 n_2^{\text{эксн}} &= \varepsilon^2 n_2 + \varepsilon^2 (1-\varepsilon) n_3 + \dots + \varepsilon^2 (1-\varepsilon) n_i^{i-2} + \dots + \varepsilon^2 (1-\varepsilon) n_3 + \varepsilon^2 (1-\varepsilon) n_4 + \dots = \\
 &= \varepsilon^2 [n_2 + 2(1-\varepsilon)n_3 + 3(1-\varepsilon)^2 n_4 + \dots + (i-1)(1-\varepsilon)^{i-2} n_i + \dots] = \quad (I2) \\
 &= \varepsilon^2 (1-\omega_{tt}) (\lambda_{tt\mu} / \lambda)^2 \sum_{i=2}^{\infty} [(1-\varepsilon)(1-\omega_{tt}) \lambda_{tt\mu} / \lambda]^{i-2} (i-1) = \\
 &= \varepsilon^2 \lambda_{tt\mu}^2 (1-\omega_{tt}) / [\lambda_0 + (\varepsilon + \omega_{tt} - \varepsilon \omega_{tt}) \lambda_{tt\mu}]^2.
 \end{aligned}$$

Заметим, что выражение (I2) можно вывести и с помощью соотношения, аналогичного (8) для  $i = 1$ :

$$n_2^{\text{эксн}} - n_1^{\text{эксн}} = n^{\text{эксн}}(1), \quad (I3)$$

где  $n^{\text{эксн}}(1)$  - выход однократных зарегистрированных событий.

В самом деле, формулу для выхода  $m$ -событий можно записать в виде

$$n^{\text{эксн}}(m) = \sum n(i) P_i^m; \quad (I4)$$

где  $P_i^m$  - биномиальная вероятность регистрации  $m$ -событий из  $i$ :

$$P_i^m = C_i^m \varepsilon^m (1-\varepsilon)^{i-m}. \quad (I5)$$

Подставив в (I4) выражения для  $n(i)$  согласно (8) и для  $P_i^m$  согласно (I5), получим

$$n^{\text{эксн}}(m) = \varepsilon^m (1-\omega_{tt})^{m-1} \frac{(\lambda_0 + \omega_{tt} \lambda_{tt\mu}) \lambda_{tt\mu}^m}{[\lambda_0 + (\varepsilon + \omega_{tt} - \varepsilon \omega_{tt}) \lambda_{tt\mu}]^{m+1}}. \quad (I6)$$

Для  $m = 1$

$$n^{\text{эксн}}(1) = \frac{\varepsilon \lambda_{tt\mu} (\lambda_0 + \omega_{tt} \lambda_{tt\mu})}{[\lambda_0 + (\varepsilon + \omega_{tt} - \varepsilon \omega_{tt}) \lambda_{tt\mu}]^2}. \quad (I7)$$

Подставляя в (I3) выражения (I7) и (II), получим для  $n_2^{\text{эксн}}$  соотношение (I2).

Выражений (I0)-(I2), (I6) вполне достаточно для использования в анализе экспериментальных данных с целью независимого определения величин  $\omega_{tt}$  и  $\lambda_{tt\mu}$ . Нам представляется наиболее удобным применить следующий алгоритм.

I. Из анализа временного распределения первых зарегистрированных событий (I0) определяется величина

$$a \equiv \lambda_0 + (\omega_{tt} + \varepsilon - \varepsilon \omega_{tt}) \lambda_{tt\mu}.$$

2. Используя измеренные значения величин  $a$ ,  $n_1^{\text{эксн}}$  и  $n_2^{\text{эксн}}$  с помощью соотношения  $n_1^{\text{эксн}} (\lambda_0 + \omega_{tt} \lambda_{tt\mu}) / a = n^{\text{эксн}}(1) = n_1^{\text{эксн}} - n_2^{\text{эксн}}$  получаем величину

$$b \equiv \lambda_0 + \omega_{tt} \lambda_{tt\mu}.$$

3. Из соотношения

$$1 - \omega_{tt} = n_2^{\text{эксн}} / (n_1^{\text{эксн}})^2$$

находится величина  $\omega_{tt}$ .

4. Подставляя это значение в выражение для уже известной величины  $b = \lambda_0 + \omega_{tt} \lambda_{tt\mu}$ , находим  $\lambda_{tt\mu}$ .

Таким образом, искомые величины  $\omega_{tt}$  и  $\lambda_{tt\mu}$  могут быть найдены без использования эффективности регистрации. Очевидно, сама эффективность также может быть получена исходя из проведенного анализа, что представляет самостоятельный интерес. Сравнение этой величины с соответствующими расчетами, в которых используются различные предположения о характере энергетического распределения нейтронов из реакции  $t+t$ , позволит получить сведения о вкладе ( $nn$ )- и ( $n\alpha$ )-взаимодействий в конечном состоянии.

Следует указать, что необходимым условием корректного определения величин  $\omega_{tt}$  и  $\lambda_{tt\mu}$  в процессе (I) является правильная установка порога регистрации нейтронов для каждого детектора - энергетический порог должен быть ниже минимально возможной (из кинематики реакции  $t+t \rightarrow {}^4\text{He} + 2n$ ) суммарной энергии двух нейтронов.

Полученные нами выражения (I0)-(I2), (I6) легко обобщаются и для мюонного катализа в чистом дейтерии. Общее замечание заключается в том, что эффективное использование этих выражений в анализе экспериментальных данных возможно лишь в том случае, когда экспериментальная множественность  $\overline{m}^{\text{эксн}} > 1$ , т.е., как следует из формулы (5), при  $\varepsilon \lambda_{tt\mu} / \lambda_0 \gtrsim 1$  (величина  $\omega_{tt}$  мала) или для дейтерия при  $\varepsilon \lambda_{dd\mu} / \lambda_0 \gtrsim 1$ . Для мюонного катализа реакции (I) указанное условие может быть соблюдено для жидкого трития, где  $\lambda_{tt\mu} \approx 3 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} / 3$ , или газообразного трития при давлении  $P \gtrsim 100 \text{ атм}$ .

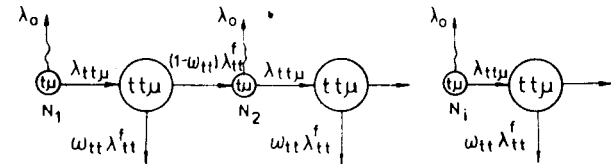


Схема последовательного мюонного катализа реакции синтеза  $W_{77}$ .

Авторы выражают благодарность В.М.Быстрицкому и А.Д.Конину за полезные обсуждения.

Литература

1. Зельдович Я.Б., Герштейн С.С. УФН, 1960, 71, с.580;  
Gerstein S.S., Ponomarev L.I. In: Muon Physics, v. III,  
Eds. V.Hughes and C.S.Wu. N.Y., 1975, p. 141.
2. Виницкий С.И., Пономарев Л.И., Пузынин И.В., Пузынина Т.П.,  
Сомов Л.Н., Файнман М.П. ЖЭТФ, 1978, 74, с.849;  
Gerstein S.S., Ponomarev L.I. Phys.Lett., 1977, 72B, p. 80.
3. Герштейн С.С., Петров Ю.В., Пономарев Л.И., Сомов Л.Н.,  
Файнман М.П. ЖЭТФ, 1980, 78, с.2099.
4. Ponomarev L.I. Proc.of the VI Int.Conf.on Atomic Phys.,  
August 17-22, 1978, p. 182, Riga, "Zinante" and Plenum Press.
5. Kuhn B., Kumpf A., Parzhitsky S.S., Tesh S. Nucl.Phys.,  
1972, A183, p. 640;  
Larose-Poutisson R., Jeremie H. Nucl.Phys., 1974, A218, p. 559.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги,  
если они не были заказаны ранее.

|               |   |            |
|---------------|---|------------|
| Д13-11182     | Труды IX Международного симпозиума по ядерной электроне. Варна, 1977.   | 5 р. 00 к. |
| Д17-11490     | Труды Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1977.  | 6 р. 00 к. |
| Д6-11574      | Сборник аннотаций XV совещания по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1978.   | 2 р. 50 к. |
| Д3-11787      | Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.   | 3 р. 00 к. |
| Д13-11807     | Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.  | 6 р. 00 к. |
|               | Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/   | 7 р. 40 к. |
| Д1,2-12036    | Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978  | 5 р. 00 к. |
| Д1,2-12450    | Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.   | 3 р. 00 к. |
|               | Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/  | 8 р. 00 к. |
| Д11-80-13     | Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979            | 3 р. 50 к. |
| Д4-80-271     | Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.  | 3 р. 00 к. |
| Д4-80-385     | Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.  | 5 р. 00 к. |
| Д2-81-543     | Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981  | 2 р. 50 к. |
| Д10,11-81-622 | Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980                      | 2 р. 50 к. |
| Д1,2-81-728   | Труды VI Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1981.  | 3 р. 60 к. |
| Д17-81-758    | Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.   | 5 р. 40 к. |
| Д1,2-82-27    | Труды Международного симпозиума по поляризационным явлениям в физике высоких энергий. Дубна, 1981.  | 3 р. 20 к. |
| Р18-82-117    | Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981. | 3 р. 80 к. |

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 июня 1982 года.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ**

| Индекс | Тематика   |
|--------|--|
| 1.     | Экспериментальная физика высоких энергий   |
| 2.     | Теоретическая физика высоких энергий   |
| 3.     | Экспериментальная нейтронная физика  |
| 4.     | Теоретическая физика низких энергий  |
| 5.     | Математика   |
| 6.     | Ядерная спектроскопия и радиохимия   |
| 7.     | Физика тяжелых ионов   |
| 8.     | Криогеника   |
| 9.     | Ускорители   |
| 10.    | Автоматизация обработки экспериментальных данных   |
| 11.    | Вычислительная математика и техника  |
| 12.    | Химия  |
| 13.    | Техника физического эксперимента   |
| 14.    | Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами   |
| 15.    | Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях   |
| 16.    | Дозиметрия и физика защиты   |
| 17.    | Теория конденсированного состояния   |
| 18.    | Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники |
| 19.    | Биофизика  |

Зинов В.Г., Сомов Л.Н., Фильченков В.В. Методика определения P15-82-478 параметров процесса множественного мюонного катализа

Рассмотрен процесс множественного мюонного катализа реакции  $t + t \rightarrow {}^4\text{He} + 2n$  и намечен полный цикл измерений констант, характеризующих кинетику процесса. Получены выражения для выхода первых, вторых и т.д. зарегистрированных актов последовательного мюонного катализа реакции и временное распределение для первых зарегистрированных актов этой реакции. Использование этих выражений при обработке экспериментальных данных позволит обойтись без привлечения эффективности регистрации исследуемой реакции, что существенно повышает точность и надежность определения констант мюонного катализа. Полученные результаты легко обобщаются и для катализа реакции синтеза  $d+d$  для условий, когда средняя множественность этой реакции  $M \geq 1$ .

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Zinov V.G., Somov L.N., Filchenkov V.V. Determination of the P15-82-478 Multiple Muon Catalysis Process Parameters

The process of successive, multiple muon catalysis of the  $t+t \rightarrow {}^4\text{He} + 2n$  reaction is studied. In order to determine the constants characterized the kinetics of this process the full cycle of the measurements is suggested. The expression for yield of the first, second, etc., detected acts of successive muon catalysis are delivered. The use of these expressions makes it possible to exclude the detection efficiency of the studied reaction in the analysis of experimental data and to improve the accuracy and confidence in determining the muon catalysis constants. The obtained results may be applied to muon catalysis of  $d+d$  reaction if the mean multiplicity of this reaction  $M \geq 1$ .

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод авторов.