

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



C 3455

K - 191

2625/2-78

19/VI - 78

P15 - 11362

Ю.В.Кангрополь, А.Капусцик, М.Мадея,

Г.М.Осетинский

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОНОЭНЕРГЕТИЧНОСТИ  
ПУЧКА ПРОТОНОВ, УСКОРЕННЫХ  
НА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЯХ

**1978**

P15 - 11362

Ю.В.Кангрополь, А.Капусцик, М.Мадея,

Г.М.Осетинский

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОНОЭНЕРГЕТИЧНОСТИ  
ПУЧКА ПРОТОНОВ, УСКОРЕННЫХ  
НА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЯХ**

Кангрополь Ю.В. и др.

P15 - 11362

Определение моноэнергетичности пучка протонов, ускоренных на электростатических ускорителях

Работа посвящена определению моноэнергетичности пучка частиц ( $\Delta E_p$ ), ускоренных на электростатическом ускорителе типа Ван де Граафа. Эта величина определялась по измерению выхода  $\gamma$ -квантов из резонансных реакций типа  $(p, \gamma)$  и  $(p, \alpha \gamma)$  на ядрах  $^{19}\text{F}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ . По экспериментальным данным кривой выхода на толстой мишени определяется экспериментальная ширина уровня  $\Gamma$ , которая идентифицируется путем сравнения с рассчитанными заранее зависимостями  $\Gamma = f(\Delta E_p)$  для данной конкретной реакции. Эти расчеты проведены методом вычисления формы резонанса с учетом конечной разрешающей способности экспериментальных устройств. В статье приведены таблицы и графики ожидаемых зависимостей  $\Gamma = f(\Delta E_p)$  для указанных резонансных реакций.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Kangropol Ju.V. et al.

P15 - 11362

Determination of Energy Homogeneity of Proton Beam Accelerated on Electrostatic Accelerators

Determination of homogeneity of particle beam of ( $\Delta E$ ) accelerated on the electrostatic accelerator of Van de Graaf type is described. This value was calculated by measuring a yield of  $\gamma$ -quanta for resonance reactions of  $(p, \gamma)$  and  $(p, \alpha \gamma)$  types on  $^{19}\text{F}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{58}\text{Ni}$  nuclei. Based on experimental data of the yield curve on a thick target, an experimental width for  $\Gamma$  level was estimated, which was identified by the comparison to calculated earlier functions  $\Gamma = f(\Delta E_p)$  for a given reaction. These calculations were performed by evaluating a resonance form taking into account a final resolution experimental facilities. The paper presents tables and graphs for expected dependences of  $\Gamma = f(\Delta E_p)$  for the mentioned resonance reactions.

The investigation has been performed at the Neutron Physics Laboratory, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

## ВВЕДЕНИЕ

Известно, что измерение выхода  $\gamma$ -квантов от некоторых резонансных реакций используется для определения неоднородности по энергии пучка частиц, ускоренных на электростатическом ускорителе типа Ван де Граафа /ЭСУ/. Поскольку эти исследования удобно совместить с калибровкой энергетической шкалы ЭСУ, можно указать на вполне определенный тип реакций, которые могут быть использованы для этих целей. К ним следует отнести реакции  $^{19}\text{F}(p, \alpha \gamma)^{16}\text{O}$ ,  $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ ,  $^{13}\text{C}(p, \gamma)^{14}\text{N}$ ,  $^{58}\text{Ni}(p, \gamma)^{59}\text{Co}$ , для которых положение резонансов на энергетической шкале определено с наибольшей точностью <sup>1/</sup>/см. табл. 1/.

Известно, что неоднородность по энергии пучка частиц, взаимодействующих с ядрами мишеней, возникает от разброса по энергии пучка при его ускорении на ЭСУ, а также при прохождении им мишени. В мишени этот разброс по энергии создается как за счет передачи энергии от тепловых колебаний ядер мишени, определяемой формулой Доплера <sup>2,3/</sup>, так и из-за торможения частиц при прохождении ее. Определение неоднородности  $\Delta E_p$  производится по измерению кривой выхода  $\gamma$ -квантов на тонкой и толстой мишенях. Из кривой выхода определяют экспериментальную ширину исследуемого резонанса ( $\Gamma'$ ), с помощью которой и определяется величина  $\Delta E_p$ .

Так, например, в книге Вальтера и др. <sup>4/</sup> величина  $\Delta E_p$  при измерениях на тонкой мишени определяется из выражения вида

$$\Gamma' = \sqrt{\Gamma^2 + \Delta E_p^2 + \Delta E_M^2} \quad /1/$$

где  $\Gamma$  - естественная ширина резонанса,  $\Delta E_p$  - энергетическая неоднородность пучка ускоренных частиц,  $\Delta E_M$  - толщина мишени в кэВ.  $\Gamma'$  на тонкой мишени определяется как полная ширина на половине высоты кривой выхода реакции.

Для толстой мишени, согласно этой же работе:

$$\Gamma' = \sqrt{\Gamma^2 + \Delta E_p^2} \quad /2/$$

причем  $\Gamma'$  рекомендовано определять как энергетический интервал между точками, в которых выход  $\gamma$ -квантов составляет 1/4 и 3/4 его максимального значения /см. рис. 1а/.

В книге Бровченко и др.<sup>/5/</sup> приведены эти же выражения с той лишь разницей, что указывается на вклад в  $\Gamma'$  эффекта Доплера. Величина  $\Gamma'$  при измерениях на толстой мишени определяется как энергетический интервал между точками, в которых выход  $\gamma$ -квантов составляет 1/8 и 7/8 его максимального значения. В указанных работах нет физического обоснования справедливости написания формул /1,2/. Можно показать, что при измерениях на тонкой мишени для случая, если исследуемый резонанс описывается формулой Брейта-Вигнера и  $\Delta E_p = 0$  /пучок моноэнергетичен/, экспериментально наблюдаемая ширина резонанса определя-

ется как  $\Gamma' = \sqrt{\Gamma^2 + \Delta E_M^2}$ . Введение же под знак корня величины  $\Delta E_p$ , как это делается в формулах /1/, /2/, не обосновано.

При измерениях на толстой мишени не обсуждается вопрос, в каких случаях при определении  $\Gamma'$  используется критерий 1/4 и 3/4, а в каких - 1/8 и 7/8.

В этой связи представляется целесообразным привести более строгое рассмотрение метода определения неоднородности пучка частиц, ускоренных на ЭСУ, с учетом указанных выше замечаний. Этой задаче и посвящена настоящая работа.

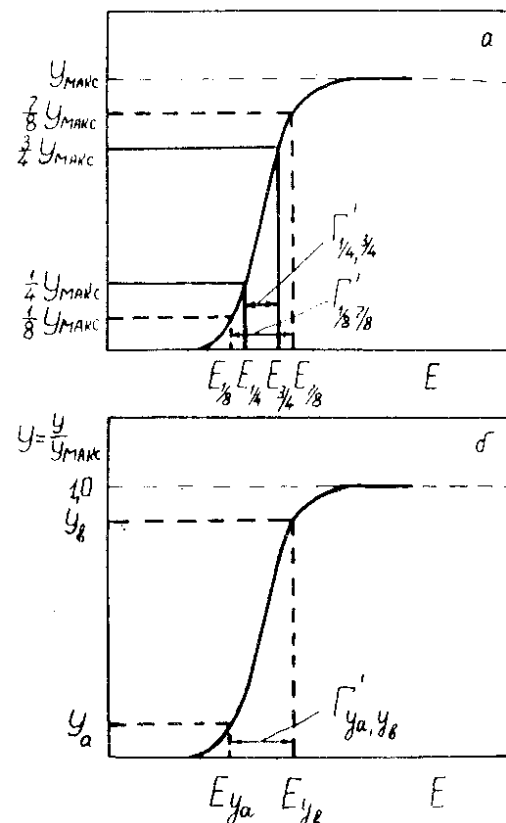


Рис. 1. Форма кривой выхода  $\gamma$ -квантов реакции  $(p, \gamma)$  на толстой мишени.

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Аналогично тому, как это изложено в работах<sup>/4,5/</sup>, определение  $\Delta E_p$  производится путем измерения кривой выхода  $\gamma$ -квантов из резонансных реакций типа  $(p, \gamma)$  или  $(p, \alpha \gamma)$ . Однако в отличие от этих работ представляется более целесообразным провести описание экспериментальных данных на основании использования известного в литературе метода вычисления формы ре-

зонанса с учетом конечной разрешающей способности экспериментальных устройств<sup>/6/</sup>. Согласно работе<sup>/6/</sup>, выход  $\gamma$ -квантов из реакции  $(p, \gamma)$  на мишени толщиной  $t$  может быть определен уравнением вида

$$Y(E_b, t) = n \int_{x=0}^t \int_{E_i=-\infty}^{+\infty} \int_{E_1=-\infty}^{+\infty} \sigma(E) g(E_b - E_i) w(E_i - E, x) dE dE_1 dx / 3 /$$

где  $n$  - число атомов на грамм вещества мишени;  $g(E_b - E_i)$  - вероятность того, что частица в падающем пучке со средней энергией  $E_b$  имеет энергию между  $E_i$  и  $E_i + dE_i$ . Предполагается, что разброс энергии в пучке не зависит от средней энергии пучка;  $w(E_i - E, x)$  - функция, описывающая энергетический разброс внутри мишени, может быть определена формулой Ландау<sup>/7/</sup> и в первом приближении зависит только от  $E - E_i$  и  $x$ .  $t$  - толщина мишени в  $г/см^2$ ;  $\sigma(E)$  - полное поперечное сечение реакции.

Для изолированного резонанса

$$\sigma(E) = \sigma_R \frac{\Gamma^2 / 4}{(E - E_R)^2 + 1/4 \Gamma^2} \quad /4/$$

где  $\Gamma$  - естественная ширина резонанса;  $\sigma_R$  - полное поперечное сечение при  $E = E_R$ , где  $E_R$  - энергия резонанса.

С целью проведения расчетов по формуле /3/ была составлена программа для ЭВМ. Входными параметрами при проведении расчета являлись толщина мишени,  $\Gamma$  и  $\Delta E_p$ . Расчеты проводились для возможных измерений на тонкой и толстой мишенях.

При описании кривой выхода на толстой мишени формула /3/ может быть упрощена, в предположении, что  $t \rightarrow \infty$ . В этом случае, используя нормировку  $w$

$$\int_{x=0}^t w(E_i - E, x) dx \rightarrow \frac{1}{R}, \quad \text{если } t \rightarrow \infty,$$

выход  $\gamma$ -квантов можем представить формулой вида<sup>/6/</sup>

$$Y(E_b, \infty) = \frac{n}{k} \int_{E_1=-\infty}^{\infty} g(E_b - E_i) dE \int_{E=-\infty}^{E_1} \sigma(E) dE, \quad k = \frac{dE}{dx} \quad /5/$$

Заметим, что уравнение /5/ не зависит от вида функ-

ции  $w$ . Из уравнения /5/ следует, что кривая выхода имеет вид ступеньки, высота которой определяется как

$$Y(\infty, \infty) = \frac{n}{k} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(E) dE.$$

*a/ Расчет  $\Delta E_p$  при измерениях на толстой мишени.*

Строгая постановка задачи состоит в описании экспериментальной кривой выхода  $\gamma$ -квантов в районе резонанса реакции  $(p, \gamma)$  теоретической формулой /5/. Параметром подгонки при этом описании является величина  $\Delta E_p$ . Такой подход в определении  $\Delta E_p$  представлен в работе<sup>/8/</sup> и требует для каждого измерения кривой выхода проведения расчетов на ЭВМ, что не всегда доступно. Учитывая это, предлагаем другой метод - более универсальный, хотя, возможно, и менее точный. Суть метода такова. Для резонансов из реакций, указанных в таблице 1, рассчитывается семейство кривых выхода  $\gamma$ -квантов при различных дискретных значениях  $\Delta E_p$ . Эти интервалы изменения  $\Delta E_p$  малы /0,1 кэВ/ и охватывают весь диапазон ожидаемой немоноэнергетичности пучка /от 0,1 до 5 кэВ/.

Для каждой кривой выхода, при данном значении  $\Delta E_p$ , находим  $\Gamma'$ , которая определяется как энергетический интервал между точками на кривой выхода, для которых выход составляет  $y_a$  и  $y_b$  /см. рис. 16/.

Таблица 1

Реакция	$E_R$ (кэВ)	$\Gamma$ (кэВ)
$^{19}F(p, \alpha\gamma)^{16}O$	$340,46 \pm 0,04$	$2,4 \pm 0,2$
$^{19}F(p, \alpha\gamma)^{16}O$	$872,11 \pm 0,02$	$4,7 \pm 0,2$
$^{27}Al(p, \gamma)^{28}Si$	$991,90 \pm 0,04$	$0,10 \pm 0,02$
$^{13}C(p, \gamma)^{14}N$	$1747,6 \pm 0,9$	$0,077 \pm 0,012$
$^{58}Ni(p, \gamma)^{59}Co$	$1843,2 \pm 0,5$	$0,1 \pm 0,05$

Знание  $\Gamma'$  и соответствующего ему значения  $\Delta E_p$  позволяет построить график зависимости  $\Gamma' = f(\Delta E_p)$  для данного резонанса при выбранных значениях  $u_a$  и  $u_b$ . Имея набор таких кривых для ряда резонансов и измерив кривую выхода  $\gamma$ -квантов для какого-либо резонанса из табл. 1, можно определить для него  $\Gamma'$  и, используя соответствующий график  $\Gamma' = f(\Delta E_p)$ , определить  $\Delta E_p$ .

Эти зависимости представлены в виде табл. 2 и графиков на рис. 2, 3. Как видно из рисунков, они рассчитаны для случая, когда  $u_a$  и  $u_b$  выбраны как 1/4 и 3/4 и 1/8

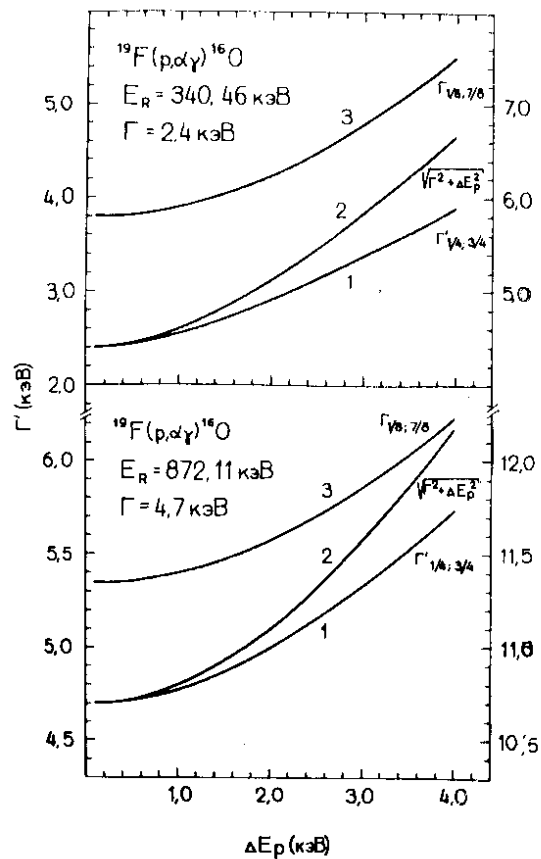
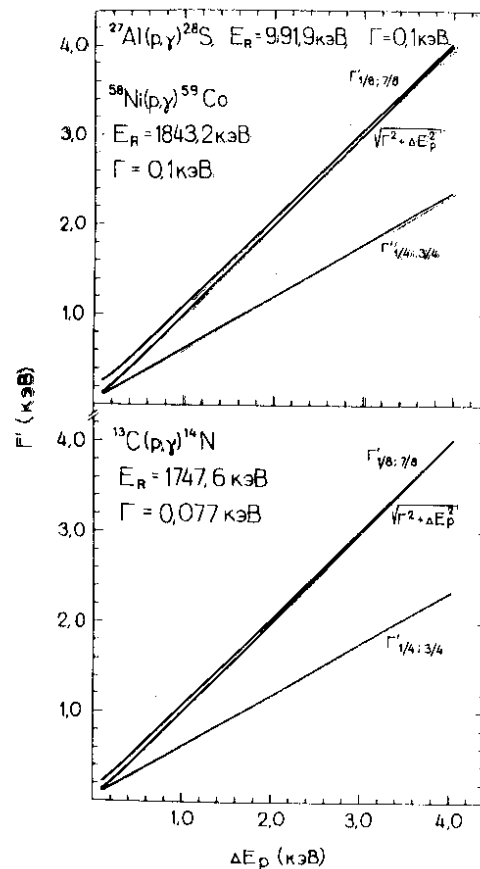


Рис. 3. Зависимость  $\Gamma' = f(\Delta E_p)$ , рассчитанная для толстой мишени для резонансов  $E_R = 991,9$  кэВ,  $E_R = 1747,6$  кэВ,  $E_R = 1843,2$  кэВ реакций  $^{27}\text{Al}(p, \gamma)^{28}\text{Si}$ ,  $^{13}\text{C}(p, \gamma)^{14}\text{N}$ ,  $^{58}\text{Ni}(p, \gamma)^{59}\text{Co}$  соответственно.

Рис. 2. Зависимости  $\Gamma' = f(\Delta E_p)$ , рассчитанные для толстой мишени для резонансов при  $E_R = 340,16$  кэВ и  $E_R = 872,11$  кэВ реакции  $^{19}\text{F}(p, \alpha \gamma)^{16}\text{O}$ . Здесь и в дальнейшем на рисунках по оси абсцисс - неоднородность пучка  $\Delta E_p$  в кэВ. На оси ординат - экспериментально наблюдаемая ширина уровня ( $\Gamma'$ ) в кэВ. Левая шкала ординат относится к кривым /1/ и /2/, правая - к кривой /3/.



и 7/8. Естественно, что при определении  $\Delta E_p$  по указанным графикам можно пользоваться любой из двух кривых. Отметим, что этот набор значений  $u_a$  и  $u_b$  выбран не случайно, хотя, в общем случае, их выбор весьма произволен.

Дело в том, что при измерениях на толстой мишени в случае, когда естественная ширина исследуемого резонанса  $\Gamma \gg \Delta E_p$ , форма кривой выхода  $\gamma$ -квантов определяется в основном формулой Брейта-Вигнера. В этом случае легко показать, что энергетический интервал, взятый на кривой выхода там, где  $u_a$  и  $u_b$  равны 1/4 и 3/4, будет равен естественной ширине резонанса, т.е.

$$\Gamma_{1/4, 3/4} = E_{3/4} - E_{1/4} = \Gamma \quad /6/$$

Отметим, что в этих условиях можно определить естественную ширину исследуемого резонанса прямо по экспериментальной кривой выхода.

В другом предельном случае, когда  $\Delta E_p \gg \Gamma$ , форма кривой выхода определяется в основном энергетическим разбросом пучка, который с хорошим приближением можно принять гауссовым. Тогда можно показать, что

$$\Gamma_{1/8, 7/8} = E_{7/8} - E_{1/8} = \Delta E_p \quad /7/$$

На этих же рисунках, в целях сравнения, приведены графики  $\Gamma' = f(\Delta E_p)$ , рассчитанные по формуле /2/. Как видно из рисунка, расчеты, проведенные по этой формуле, совпадают с расчетами по формуле /5/ только в предельных случаях. В случае, когда  $\Gamma \gg \Delta E_p$ , формула

$\Gamma' = \sqrt{\Gamma^2 + \Delta E_p^2} \approx \Gamma$  /2/ совпадает с формулой /5/ при выборе  $u_a$  и  $u_b$ , равными 1/4 и 3/4, и с формулой /6/. В случае  $\Gamma \ll \Delta E_p$  это совпадение имеет место при  $u_a$  и  $u_b$ , равных 1/8 и 7/8, соответственно, и

формула  $\Gamma' = \sqrt{\Gamma^2 + \Delta E_p^2} \approx \Delta E_p / 2$  совпадает с формулой /7/.

В заключение отметим, что метод определения  $\Delta E_p$  по измерению  $\Gamma'$  чувствителен только для тех реакций  $(p, \gamma)$  или  $(p, \alpha\gamma)$ , для исследуемых уровней которых справедливо  $\Gamma \ll \Delta E_p$ . Это особенно заметно на примере реакции  $^{19}\text{F}(p, \alpha\gamma)^{16}\text{O}$ , где, наоборот,  $\Gamma > \Delta E_p$  /см. рис. 2/. Для этой реакции при изменении  $\Delta E_p$  от 0,2 до 2 кэВ  $\Gamma'$  изменяется только на ~ 12%.

#### б/ Расчет $\Delta E_p$ при измерениях на тонкой мишени.

Определение зависимости  $\Gamma' = f(\Delta E_p)$  на тонкой мишени проводилось методом, описанным в предыдущем параграфе, за тем лишь исключением, что  $\Gamma'$  определялась как полная ширина на половине высоты кривой выхода  $\gamma$ -квантов. Данные расчета /в предположении постоянного значения  $w$  / для некоторых резонансов реакций из табл. 1 представлены на рис. 4. Отметим, что этот метод определения  $\Delta E_p$  весьма неудобен. Это связано, во-первых, с тем, что для определения  $\Delta E_p$  необходимо знание толщины мишени, что само по себе является самостоятельной /и не легкой/ задачей. Во-вторых, если мишень недостаточно тонка, то получаемые кривые выхода  $\gamma$ -квантов асимметричны и для описания этих кривых по формуле /3/ кроме толщины мишени необходимо учитывать статистический разброс в мишени. На рис. 4 для иллюстрации приведен ряд кривых  $\Gamma' = f(\Delta E_p)$ , показывающих, как изменяется эта зависимость при использовании мишеней различной толщины. Наконец, для чувствительности метода необходимо, чтобы значения толщины мишени и  $\Gamma$  были малы по сравнению с определяемыми значениями  $\Delta E_p$ .

Найденная выше величина  $\Delta E_p$  включает энергетическую неоднородность из-за тепловых колебаний молекул ( $\Delta E_T$ ), определяемых формулой Доплера

$$\Delta E_T = 4m E_R \frac{T}{M}$$

где  $E_R$  - энергия резонанса,  $T$  - температура мишени по шкале Кельвина. Как правило, эта величина мала /200-400 эВ/, поэтому энергетическая неоднородность

Таблица 2

$\Delta E_p$ (кэВ)	$^{19}\text{F}(p,\alpha\gamma)^{16}\text{O}$ $E_R = 872,11$ кэВ $\Gamma = 4,7$ кэВ		$^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$ $E_R = 991,90$ кэВ $\Gamma = 0,1$ кэВ		$^{13}\text{C}(p,\gamma)^{14}\text{N}$ $E_R = 1747,6$ кэВ $\Gamma = 0,077$ кэВ	
	$\Gamma_{1/4,3/4}$ (кэВ)	$\Gamma_{1/8,7/8}$ (кэВ)	$\Gamma_{1/4,3/4}$ (кэВ)	$\Gamma_{1/8,7/8}$ (кэВ)	$\Gamma_{4,3/4}$ (кэВ)	$\Gamma_{1/8,7/8}$ (кэВ)
0,05						
0,1	2,40	5,60	4,70	11,35	0,09	0,19
0,2	2,41	5,80	4,70	11,35	0,11	0,22
0,3	2,42	5,81	4,71	11,35	0,16	0,30
0,4	2,42	5,81	4,71	11,36	0,22	0,39
0,5	2,44	5,82	4,72	11,36	0,28	0,49
0,7	2,47	5,85	4,74	11,37	0,34	0,58
1,0	2,55	5,90	4,78	11,40	0,45	0,78
1,25	2,63	5,97	4,82	11,43	0,62	1,07
1,5	2,71	6,04	4,87	11,47	0,76	1,31
1,75	2,81	6,13	4,93	11,52	0,91	1,56
2,0	2,92	6,24	5,00	11,57	1,05	1,80
2,5	3,14	6,49	5,15	11,70	1,19	2,05
3,0	3,38	6,80	5,33	11,85	1,48	2,53
3,5	3,63	7,14	5,53	12,03	1,76	3,02
4,0	3,90	7,52	5,74	12,25	2,05	3,51
					2,34	4,00

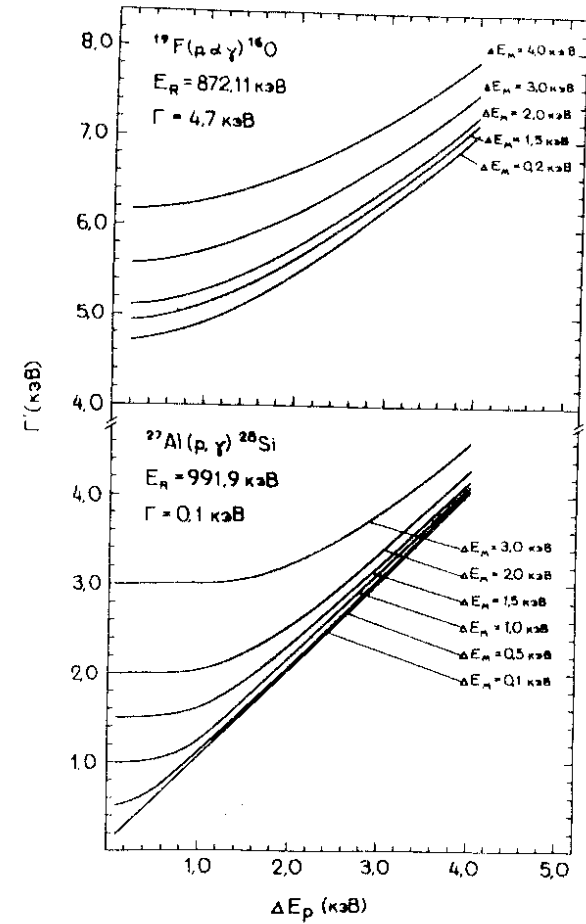


Рис. 4.  $\Gamma = f(\Delta E_p)$  для резонансов  $E_R = 872,11$  кэВ и  $E_R = 991,9$  кэВ реакций  $^{19}\text{F}(p,\alpha\gamma)^{16}\text{O}$  и  $^{27}\text{Al}(p,\gamma)^{28}\text{Si}$  соответственно, рассчитанные для тонких мишеней различных толщин.

пучка в мишени мало отличается от энергетической неоднородности, вводимой самим ускорителем ( $\Delta E_y$ ), т.е.  $\Delta E_p \approx \Delta E_y$ . В случае необходимости определения  $\Delta E_y$  эта величина может быть определена из выражения вида

$$\Delta E_p = \sqrt{\Delta E_y^2 + \Delta E_T^2}$$



При этом предполагается, что распределение энергии частиц вокруг средней энергии протона  $E_p$  из-за тепловых колебаний молекул определяется распределением Гаусса<sup>/8/</sup>.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Murion J.B. *Rev. of Mod. Phys.*, 1966, v.38, p.660.
2. Bethe H.A., Placzek G. *Phys.Rev.*, 1937, 51, p.450.
3. Parks P.B., Newson H.W., Willianson P.M. *Rev. Scient. Instr.*, 1958, v.29, p.834.
4. Вальтер А.К. и др. *Электростатические ускорители заряженных частиц*. Госатомиздат, М., 1963, с.167.
5. Бровченко В.Г., Воротников П.Е., Молчанов Ю.Д. *Электронные устройства на электростатических ускорителях*. Госатомиздат, М., 1968, с.125.
6. Эндт П.М., Демер М. *Ядерные реакции*, т.1. Госатомиздат, М., 1962, с.284.
7. Landau L. *J. of Phys.*, 1944, 8, p.201.
8. Boudelid R.O., Kennedy C.A. *Phys.Rev.*, 1959, v.115, p.1601.

Рукопись поступила в издательский отдел  
3 марта 1978 года.