



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

96-28

P14-96-28

Л.Н. Гынгазов, А.А.Скоблин

ОСОБЕННОСТИ ОТРАЖЕНИЯ НЕЙТРОНОВ
ОТ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СЛОИСТЫХ СРЕД
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Направлено в журнал «Поверхность»

1996

1. Введение

Рассмотрим отражение нейтронов от полубесконечной области с периодическим потенциалом. Процесс описывается коэффициентом отражения (к.о.), наиболее точное значение которого дается динамической теорией дифракции. Основные результаты этой теории в применении к нейтронным волнам освещены в монографиях [1, 2]. Основания динамической теории были заложены в работе [3] в применении к рентгеновским лучам. Точную зависимость к.о. от энергии нейтрона и характера потенциала в общем случае не удастся вычислить в аналитическом виде. Оказывается, однако, что в ряде случаев высокоэнергетическую асимптотику к.о. можно оценить с помощью простых соображений. При этом выясняется, что асимптотика к.о. зависит в основном от характера гладкости потенциала, а не от деталей его структуры. Цель настоящей работы — выявить и обсудить отмеченную простую связь между высокоэнергетической асимптотикой к.о. и гладкостью потенциала взаимодействия нейтрона со средой.

2. Стандартные приближения

Описанный во введении процесс рассеяния традиционным образом может быть приближенно описан двумя основными способами: основываясь на понятии псевдопотенциала кристалла и рассматривая потенциал кристалла как возмущение.

Метод псевдопотенциала [4] позволяет считать потенциал взаимодействия нейтрона с кристаллом ступенчатым. К.о., описывающий процесс, в этом случае называется френелевским. При высоких энергиях он имеет вид

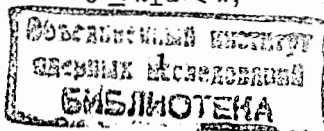
$$R_F \approx \left(\frac{U_0}{4E_1} \right)^2, E_1 \gg U_0,$$

где $E_1 = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m}$, \hbar — постоянная Планка, m — масса нейтрона, k_1 — перпендикулярная грани кристалла компонента волнового вектора падающего нейтрона. Высота ступенчатого потенциала

$$U_0 = 2\pi \frac{\hbar^2}{m} \sum_i N_i b_i,$$

где b_i — длина рассеяния ядра i -го сорта, N_i — концентрация ядер i -го сорта. Приближение псевдопотенциала справедливо в области низких энергий:

$$0 \leq k_1 a < \pi,$$



где a — период решетки в направлении, перпендикулярном к грани.

Если рассматривать потенциал кристалла как возмущение, то сечение когерентного рассеяния нейтрона будет пропорционально объему кристалла. Этот подход не позволяет описать рассеяние на кристаллическом полупространстве, а также занижает значение интенсивности брэгговских пиков при рассеянии на кристалле конечного объема.

3. Общий анализ

Динамическая теория констатирует наличие особенностей в зависимости к.о. от энергии. Существуют области значений энергии, в пределах которых отражение становится полным. Естественно поставить в соответствие указанным областям запрещенные энергетические интервалы спектра собственных значений энергии нейтрона внутри рассматриваемого периодического потенциала.

Пренебрежем отражением нейтронов при энергиях, принадлежащих интервалам разрешенных зон энергетических состояний нейтрона внутри кристалла.

Рассмотрим следующий высокоэнергетический предел:

$$E_{\perp} \gg \max |U(x, y, z)|, \lambda \ll a,$$

где $U(x, y, z)$ — потенциал кристалла, λ — длина волны нейтрона, x, y, z — декартовы координаты. Отметим, что точность регистрации энергии отраженных нейтронов конечна. Реализуемым на эксперименте является случай, когда энергия отраженного нейтрона не может быть зафиксирована точнее, чем $\pm \Delta E = \text{const} \cdot E$. В интервал погрешности детектора поэтому попадет в среднем большое число запрещенных зон (брэгговских пиков конечной энергетической ширины). При плавном спектре падающих нейтронов к.о. можно в нашем приближении определить через отношение ширины запрещенной зоны к ширине соседней разрешенной.

Если учитывать только двухволновые дифракционные процессы, то к.о. при указанных энергиях имеет вид

$$R = 2m \left(\frac{a}{\pi \hbar} \right)^2 \frac{|U(2\pi \frac{n}{a}, 0, 0)|}{n},$$

$$k_{\perp} a = \pi n, n \gg 1, \text{ где}$$

$$U(2\pi \frac{n}{a}, 0, 0) = \frac{1}{V_0} \int U(x, y, z) e^{-2\pi i n \frac{x}{a}} dx dy dz \quad (1)$$

— фурье-преобразование потенциала кристалла по координате вдоль нормали к его грани (ось x), V_0 — объем ячейки. Здесь ширины запрещенных зон определяются решением секулярного уравнения во втором порядке теории возмущений [5].

Основываясь на дополнительных предположениях относительно характера функциональных особенностей потенциала и используя сведения о скорости убывания коэффициентов Фурье произвольной функции [6], можно сделать заключение о виде асимптотики функции $R = R(E_{\perp})$ при больших энергиях.

Пусть длина волны нейтрона подчиняется условию

$$b \ll \lambda \ll a,$$

где b — координатный масштаб функциональной особенности потенциала. Тогда из (1) следует:

- а) если потенциал содержит в себе особенность δ -функционального типа, то $R(E_{\perp}) \sim E_{\perp}^{-\frac{1}{2}}$;
- б) если $U(x, y, z)$ является кусочно-непрерывной на длине периодичности вдоль оси x , то $R(E_{\perp}) \sim E_{\perp}^{-1}$;
- в) если $U(x, y, z)$ не имеет указанных особенностей, но существуют точки разрыва ее первых производных, то $R(E_{\perp}) \sim E_{\perp}^{-\frac{3}{2}}$.

Для всех потенциалов, порядок гладкости которых больше двух [6], к.о. начинает убывать одинаково или сильнее в сравнении с R_F в том же интервале длин волн. Для описания отражения от кристаллов с потенциалами такого вида рассматриваемого приближения становится недостаточно.

4. Примеры

Ферромагнетик

Потенциал поляризованного нейтрона в идеальном ферромагнетике имеет вид

$$U(x, y, z) = \begin{cases} \mu H, & 2ka < x < (2k+1)a \\ -\mu H, & (2k+1)a < x < (2k+2)a, \end{cases} \quad (2)$$

где $k = 0, 1, \dots, \mu$ — магнитный момент нейтрона, H — магнитное поле домена. Предположим, что размер переходной области между соседними доменами — b — подчиняется условию

$$b \ll \lambda.$$

Выполняя вычисления (1) с потенциалом (2), получим к.о.

$$R_{\mu} = \frac{1}{\pi} \frac{\mu H}{E_{\perp}} \quad (3)$$

Рассмотрим ферромагнетик жесткого типа; примером являются сплавы кобальта и ферриты с гексагональной структурой [7]. Для к.о. получим следующую оценку (в сравнении с френелевским к.о.):

$$10^{-5} < R_{\mu} < 10^{-3}, 10^{-10} < R_F < 10^{-5}, 10^{-5} < E_{\perp} < 10^{-3}.$$

Здесь и далее значения энергии приводятся в электронвольтах. Представим, что реальный ферромагнетик состоит из неперриодической совокупности хаотически ориентированных идеальных ферромагнитных областей. Пусть каждая из них содержит достаточно большое число доменов, чтобы к.о. от нее описывался соотношением (3). Если пренебречь эффектами перерассеяния, то интегральная интенсивность рассеянного потока представит собой сумму интенсивностей отражения от каждой области. В таком приближении получаем для к.о.

$$R(E_{\perp}) = \frac{2}{\pi} R_{\mu} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{E_{\perp}}{E_{\min}} - 1},$$

где $E_{\min} = 10^{-5}$ — нижняя энергетическая граница применимости нашего подхода.

Потенциал поляризованного нейтрона в идеальном ферромагнетике, помещенном во внешнее магнитное поле, коллинеарное легкой оси намагничивания, имеет вид:

$$U(x, y, z) = \begin{cases} \mu H, k(a_1 + a_2) < x < k(a_1 + a_2) + a_1 \\ -\mu H, k(a_1 + a_2) + a_1 < x < (k+1)(a_1 + a_2), \end{cases}$$

где a_1, a_2 — ширины соседних доменов. К.о. в этом случае вновь имеет вид (3), то есть он не зависит от напряженности внешнего магнитного поля — h . Это означает, что если образец помещен в переменное магнитное поле и $v \gg v_d$ ($v = \frac{\hbar}{m} k_{\perp}$, $v_d = \gamma h$ — скорость движения доменной стенки, γ — константа, зависящая от природы ферромагнетика) [8], то к.о. не зависит от частоты внешнего поля.

Ядерное рассеяние

Вслед за рассуждениями [4], позволяющими рассматривать δ -образный потенциал как возмущение, найдем вид к.о. для случая взаимодействия нейтрона с ядрами кристалла. В этом случае потенциал взаимодействия

$$U(\vec{r}) = 2\pi \frac{\hbar^2}{m} \sum_i b_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i),$$

где b_i — длина рассеяния i -го ядра в ячейке, $\vec{r} = \{x, y, z\}$, а суммирование проводится по ядрам одной ячейки. К.о. при этом

$$R = \frac{2 \lambda a}{\pi V_0} \frac{|F(2\pi \frac{n}{a}, 0, 0)|}{\sin \theta},$$

где θ — угол Брэгга [2], а

$$F\left(2\pi \frac{n}{a}, 0, 0\right) = \sum_l b_l e^{-2\pi i n \frac{x_l}{a}}$$

— структурный фактор, x_l — координата l -го ядра. Угловая ширина участка полного отражения в нашем приближении имеет вид

$$\Delta\theta = \frac{2 \lambda^2}{\pi V_0} \frac{|F(2\pi \frac{n}{a}, 0, 0)|}{\sin 2\theta}.$$

Это соотношение полностью совпадает с вычислениями Дарвина, примененными к нейтронам [2]. Для одноатомного кристалла

$$R_{\delta} = \frac{2}{\pi} \frac{ab\lambda}{V_0 \sin \theta}.$$

В частности, для меди имеем следующие оценки:

$$10^{-8} < R_{\delta} < 10^{-4}, 10^{-26} < R_F < 10^{-15}, 10^{-5} < E_{\perp} < 10^3.$$

Здесь верхняя граница применимости по энергии обусловлена необходимостью рассматривать только s -рассеяние.

5. Заключение

Для широкого класса потенциалов взаимодействия нейтрона с кристаллом приведены критерии определения интервала высоких значений энергий, в пределах которого коэффициент отражения на много превосходит значение френелевского. Повышение коэффициента отражения связано с существованием запрещенных зон в спектре состояний нейтрона внутри кристалла. Коэффициент отражения плавно зависит от энергии (к чему приводит процедура усреднения по интервалу погрешности детектора). Для случая потенциалов ферромагнитных доменов и ядерного получены простые формулы для коэффициента отражения и приведены численные оценки эффекта. Последний будет возрастать дополнительно при учете отражения от разрешенных зон. Эти оценки показывают, что отражение нейтронов в области энергий, для которой справедливы предлагаемые соотношения, может быть обнаружено экспериментально.

Учет отражения от разрешенных зон увеличивает значение коэффициента отражения, но не влияет на порядок его величины.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта N 93-02-2535).

Список литературы

- [1] Игнатович В.К. Физика ультрахолодных нейтронов. М., Наука, 1986.
- [2] Александров Ю.А., Шарапов Э.И., Чер Л. Дифракционные методы в нейтронной физике. М., Энергоиздат, 1981.
- [3] Darwin C.G. Phil.Mag., 1914, v.27, p.315, 675.
- [4] Ферми Э. Научные труды. М., Наука, 1971.
- [5] Займан Д. Принципы теории твердого тела. М., Мир, 1974.
- [6] Смирнов В.И. Курс высшей математики. М., Наука, 1974, т.2.
- [7] Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М., Мир, 1977.
- [8] Ландау Л.Д. Собрание трудов. М., Наука, 1969, т.1, с.128.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 января 1996 года.