

74

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

1316/2-81

P14-80-793

А.П.Кобзев, И.М.Франк

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ
ИЗЛУЧЕНИЯ ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА,
СВЯЗАННЫЕ С КОНЕЧНОЙ
ТОЛЩИНОЙ РАДИАТОРА

Направлено в ЯФ

1980

ВВЕДЕНИЕ

В простейшем случае теории излучения Вавилова-Черенкова /ИВЧ/ предполагается, что заряженная частица движется в прозрачной среде прямолинейно и равномерно на неограниченно большом пути^{/1/}. В этом случае, как известно, излучение характеризуется острой направленностью под углом

$$\theta'_0 = \arccos \frac{1}{\beta n}, \quad /1/$$

где n - показатель преломления среды; $\beta = v/c$ - скорость частицы в единицах скорости света. Из формулы /1/ непосредственно получается пороговое условие для ИВЧ:

$$\beta > \frac{1}{n}. \quad /2/$$

Порог также присутствует в выражении для спектральной плотности излучения на частоте ω , приходящейся на длину a пути частицы с зарядом e :

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{e^2}{c^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) a \omega. \quad /3/$$

Здесь следует обратить внимание, что спектральная плотность излучения в /3/ линейно зависит от длины траектории частицы.

Те же свойства ИВЧ получаются, если воспользоваться весьма наглядным методом^{/2/} - рассматривать интерференцию волн, испускаемых гармоническими осцилляторами, расположенными вдоль траектории частицы. И действительно, направленность излучения обостряется с увеличением длины траектории частицы, а само излучение ниже порога ослабляется во все большей степени. Из этих же соображений следует, что свойства излучения изменятся для ограниченной траектории частицы.

Именно такая задача решена в работе И.Е.Тамма^{/3/}, там же указаны пределы применимости формул /1/, /2/, /3/:

$$\omega t_0 \gg 1, \quad /4/$$

$$\omega t_0 |\beta n - 1| \gg 1, \quad /5/$$

где t_0 - половина времени движения частицы:

$$t_0 = \frac{a}{2v}.$$

/6/

Условие /5/, очевидно, переходит в /4/ при $(\beta n - 1) \approx 1$, однако, если βn мало превышает единицу, становится существенным именно условие /5/.

Для дальнейшего следует проанализировать выражение для спектральной плотности излучения, испускаемого при ограниченной /длиной a / траектории частицы, движущейся в бесконечной среде /3/. Поскольку длина волны является естественным масштабом длины траектории, будем пользоваться ее отношением к λ - длине волны в вакууме. Тогда /3,4/

$$\frac{dW}{d\lambda} = \frac{4e^2}{\lambda^2 n} \int_0^\pi \sin^2 \theta' q^2(\lambda) d\theta',$$

/7/

где

$$q^2(\lambda) = \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi a n}{\lambda} \left(\frac{1}{\beta n} - \cos \theta' \right) \right]}{\left(\frac{1}{\beta n} - \cos \theta' \right)^2}.$$

/8/

Из формул /7/, /8/ видно, что вдали от порога ($\beta n > 1$) угловое распределение ИВЧ имеет острый максимум под углом θ'_0 /1/ при условии

$$\frac{a}{\lambda} \gg 1,$$

/9/

которое, очевидно, соответствует /4/. Если же условие /9/ не выполняется, то излучение утрачивает острую направленность, и в тем большей степени, чем меньше отношение a/λ . При этом положение максимума в угловом распределении несколько отличается от зависимости /1/, и это отличие также возрастает с уменьшением a/λ . Впервые это было отмечено в /5/ и показано потом экспериментально в /6/.

Интересные особенности возникают и вблизи порога. Интерференционный член /8/ описывает, кроме главного пика под углом θ'_0 /1/, еще и ряд боковых. С уменьшением энергии частицы до и ниже порога /2/ главный пик подходит к границе реальных углов наблюдения ($\theta' = 0$) и затем исчезает за ней /7/, но боковые пики остаются при любой энергии частицы вплоть до $\beta \rightarrow 0$. Таким образом, порог как таковой в излучении частицы с ограниченной траектории, строго говоря, отсутствует.

Главный пик имеет границы там, где интерференционный член впервые обращается в нуль. Это происходит, когда аргумент синуса равен $\pm\pi$. Границы же главного пика оказываются под

углом* $\theta' = 0$ при условии

$$\beta = \frac{1}{n \pm \frac{\lambda}{a}} \quad \text{или} \quad \beta n = 1 \mp \beta \frac{\lambda}{a}. \quad /10/$$

При уменьшении β от верхнего значения, определяемого /10/, к нижнему главный максимум постепенно исчезает. Поэтому значение β , соответствующее полному его исчезновению, можно считать практическим порогом ИВЧ:

$$\beta n = 1 - \beta \frac{\lambda}{a}. \quad /11/$$

Таким образом, для радиатора ограниченной толщины u порога всегда существует область

$$\frac{1}{n + \frac{\lambda}{a}} < \beta < \frac{1}{n - \frac{\lambda}{a}}, \quad /12/$$

когда главный максимум еще не совсем исчез, но вклад его в общее излучение резко снижается и интенсивность излучения заведомо не удовлетворяет /3/. Отсюда, в частности, становится понятным и физический смысл условия /5/, которое в наших обозначениях формулируется так **:

$$\beta n - 1 \gg \beta \frac{\lambda}{a}. \quad /13/$$

Обсудив направленность излучения и околопороговые явления, мы перейдем к анализу зависимости спектральной плотности излучения, для чего вычислим интеграл /7/, не вводя каких-либо ограничений на длину траектории:

$$\frac{dW}{d\lambda} = \frac{4\pi e^2 a}{\lambda^3} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) \left[\text{Si} \frac{2\pi a n}{\lambda} \left(\frac{1}{\beta n} + 1\right) - \text{Si} \frac{2\pi a n}{\lambda} \left(\frac{1}{\beta n} - 1\right) \right] + \phi, \quad /14/$$

*Необходимо отметить, что граница, соответствующая $\beta = \frac{1}{n - \lambda/a}$, может оказаться недостижимой даже при $\beta=1$, если не выполнено условие /5/.

** Если n очень мало превышает 1, то ИВЧ может вызывать только ультрарелятивистская частица ($\beta \approx 1$), а требование к длине радиатора и его прозрачности становится особенно жестким:

$$\frac{\lambda}{a} \ll (n - 1).$$

Эти соображения, по-видимому, недостаточно учитываются при разработке газовых черенковских счетчиков /8,9/.

где

$$\begin{aligned} \phi = & - \frac{4e^2}{\lambda^2 \beta n^2} \left[\text{Ci} \frac{2\pi a n}{\lambda} \left(\frac{1}{\beta n} + 1 \right) - \text{Ci} \frac{2\pi a n}{\lambda} \left(\frac{1}{\beta n} - 1 \right) \right] + \\ & + \frac{e^2}{\pi a n^2 \lambda} \left[\sin \frac{2\pi a n}{\lambda} \left(\frac{1}{\beta n} + 1 \right) - \sin \frac{2\pi a n}{\lambda} \left(\frac{1}{\beta n} - 1 \right) \right] + \\ & + \frac{2e^2}{n \lambda^2} \left[\left(1 - \frac{1}{\beta n} \right) \cos \frac{2\pi a n}{\lambda} \left(\frac{1}{\beta n} + 1 \right) + \left(\frac{1}{\beta n} + 1 \right) \cos \frac{2\pi a n}{\lambda} \left(\frac{1}{\beta n} - 1 \right) \right] + \\ & + \frac{4e^2}{\lambda^2 \beta n} \ln \frac{1 + \beta n}{1 - \beta n} - \frac{8e^2}{\lambda^2 n}. \end{aligned} \quad /15/$$

Для достаточно больших a можно пренебречь членом ϕ в формуле /14/. Зависимость от a , очевидно, будет нелинейной до тех пор, пока каждый из интегральных синусов не достигнет асимптотического значения $\pi/2$. Заданная степень нелинейности вдали от порога достигается при меньших значениях a , чем вблизи порога, поскольку в последнем случае второй интегральный синус приближается к $\pi/2$ в $\frac{1}{\beta n - 1}$ раз медленнее /именно это и привело в работе /3/ к условиям /4/ и /5//. В тех случаях, когда членом ϕ пренебречь нельзя, зависимость /14/ от β становится беспороговой, поскольку в /14/, /15/ нет ни одного члена или их сочетания, которые бы исчезали ниже порога. Зависимость /14/ от a в таком случае, естественно, также остается существенно нелинейной. Интерпретация формул /14/, /15/, так же как и исходных /6/ и /7/, не является элементарной, так как она включает в себя и излучение, связанное с начальной и конечной точкой движения частицы. Этот эффект концов можно выделить только в асимптотическом случае /3/.

Как видно из проведенного анализа, все основные характеристики ИВЧ существенно зависят от толщины радиатора. В настоящей работе, кроме того, проведено экспериментальное исследование угловых распределений и энергетической зависимости излучения, возбуждаемого электронами в слюдяной мишени толщиной 1,24 мкм на длине волны 4000 Å. При толщине мишени, втрое превышающей длину волны излучения, отчетливо проявляются интерференционные эффекты, связанные с ее толщиной. В то же время многократное рассеяние электронов в слюде при энергии даже ниже пороговой не слишком сильно их искажает.

Ясно, что нельзя прямо сравнивать экспериментальные результаты, полученные на мишени, находящейся в вакууме, с расчетами по формуле /7/, которая написана для наблюдателя, помещенного в ту же среду, в которой движется частица. В первом

приближении необходимо, по крайней мере, учесть отражение и преломление на границе слюда-вакуум. Тогда получим

$$\frac{dW}{d\lambda} = \frac{8e^2\beta^2n}{\pi\lambda^2} \frac{\sin^2\theta \cos^2\theta}{(n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta})^2} \frac{\sin^2[\frac{\pi a}{\beta\lambda}(1 - \beta\sqrt{n^2 - \sin^2\theta})]}{(1 - \beta\sqrt{n^2 - \sin^2\theta})^2} \quad /16/$$

Точное решение этой задачи получено в работе /10/.

Учитывая, что траектория частицы не ограничена толщиной мишени, а частица приходит из вакуума, пронизывает мишень и уходит в вакуум, мы получаем выражение для спектральной плотности энергии как результат суперпозиции полей, генерируемых на пути движения частицы в вакууме перед пластинкой (P_1), непосредственно в пластинке (P_2) и в вакууме за пластинкой (P_3):

$$\frac{dW}{d\lambda} = \frac{8e^2\beta^2n}{\pi\lambda^2} \sin^2\theta |P_1 + P_2 + P_3|^2 \quad /17/$$

С учетом многократного отражения и преломления на границах указанные компоненты поля имеют вид

$$P_1 = \frac{4n^2 \cos\theta \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{(n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta})^2 (1 - \beta \cos\theta)} \times \alpha \times \quad /18/$$

$$\times \exp(-i\frac{2\pi a}{\lambda\beta} + i\frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}),$$

$$P_2 = \frac{2 \cos\theta}{n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} \left\{ \frac{[1 - \exp(-i\frac{2\pi a}{\lambda\beta} + i\frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2\theta})]}{1 - \beta \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} + \quad /19/$$

$$+ \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} - n^2 \cos\theta}{(n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta})(1 - \beta \sqrt{n^2 - \sin^2\theta})} \left[\exp(i\frac{4\pi a}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}) - \right.$$

$$\left. - \exp(-i\frac{2\pi a}{\lambda\beta} + i\frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}) \right] \times \alpha,$$

$$P_3 = \frac{1}{1 - \beta \cos\theta} - \frac{\alpha}{1 + \beta \cos\theta} \times \frac{n^2 \cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} [1 - \exp(i\frac{4\pi a}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2\theta})], \quad /20/$$

где

$$\alpha = [1 - (\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} - n^2 \cos\theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} + n^2 \cos\theta})^2 \exp(i\frac{4\pi a}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2\theta})]^{-1} \quad /21/$$

В общем случае излучение определяется когерентным сложением волн только с конечных участков траектории частицы, примыкающих с обеих сторон к границам. Эти участки траектории обычно называют путем когерентности, а длина их для данного случая определяется формулами / λ - длина волны в вакууме/:

$$S_1 = S_3 = \frac{\beta\lambda}{2(1 - \beta \cos \theta)}, \quad /22/$$

$$S_2 = \frac{\beta\lambda}{2(1 - \beta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})}. \quad /23/$$

Соотношение длин когерентности между собой, а также с длиной волны дает представление о вкладе излучения с различных участков траектории частицы, а также о его направленности.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Некоторые из рассмотренных выше особенностей ИВЧ, обусловленных конечной толщиной радиатора, были исследованы нами экспериментально с помощью установки, подробно описанной в работе /11/. Мишень бомбардировалась импульсами электронов, которые ускорялись каскадным генератором. Ток пучка в импульсе составлял единицы микроампер при длительности импульсов 2-4 нс и частоте повторения 10 МГц. Регистрировалось излучение в спектральном диапазоне $\Delta\lambda = 100 \text{ \AA}$ на длине волны $\lambda = 4000 \text{ \AA}$. Были измерены 9 угловых распределений и энергетическая зависимость выхода излучения под углом 40° к пучку для энергии электронов от 120 до 280 кэВ, то есть как ниже, так и выше порога ИВЧ /149 кэВ/.

Методика измерения угловых распределений по существу не отличалась от описанной в работах /6, 12, 13/. Основным методическим принципом, обеспечивающим необходимую точность измерения угловых распределений, являлась одновременная регистрация интенсивности излучения в двух каналах /под двумя углами/ - спектрометрическом и мониторингом. Точность измерения угловых распределений определялась статистическими погрешностями измерения интенсивности излучения и фона. Интенсивность излучения в обоих каналах измерялась с помощью фотоумножителей, работающих в режиме счета фотоэлектронов. В результате временного анализа импульсов, поступающих от ФЭУ, появлялась возможность отделять медленную катодолюминесценцию от исследуемого излучения по времени высвечивания. Исследовалась также поляризация излучения. Оптическая система, включающая два зеркала, которые вращались вокруг оси, проходящей через мишень перпендикулярно пучку электронов, позволяла выделять узкий участок спектра с помощью монохроматора без перемещения последнего.

При измерении энергетической зависимости в условиях, когда многократное рассеяние электронов на мишени существенно изменялось, определение суммарного заряда электронов, прошедших через мишень за время экспозиции, осуществлялось с помощью интегратора тока, соединенного с токоприемником цилиндрической формы, охватывающего диапазон углов $\pm 20^\circ$. Необходимо отметить, что выход излучения на единицу заряда электронов, прошедших через мишень, обнаруживает некоторую зависимость от времени. После подачи пучка на мишень выход постепенно падает, приближаясь к величине, соответствующей насыщению данной временной зависимости. Причину этого явления выяснить не удалось. Это обстоятельство было учтено в измерениях энергетической зависимости - точки на графике соответствуют измерениям, выполненным через 1 ч после вывода пучка на мишень, - то есть в области насыщения временной зависимости.

Хотя слюда и является двуосным кристаллом, все же в наших исследованиях двойное лучепреломление практически не сказывается. Поэтому расчеты проводились по формулам для изотропной среды, а показатель преломления на длине волны 4000 Å для слюды принимался, как и в работе /13/, равным 1,58.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 1 показаны угловые распределения излучения, возбуждаемого электронами различных энергий в слюдяной мишени толщиной 12400 Å. Как видно, ширина их довольно значительна. Для больших энергий электронов она определяется дифракционными условиями, поэтому экспериментальные результаты неплохо согласуются с расчетами по формулам /17/-/21/. При низких энергиях угловые распределения существенно искажаются под влиянием многократного рассеяния электронов в слюде. По этой же причине снижается и степень поляризации излучения.

На рис. 2 приведена зависимость положения максимума в угловых распределениях от энергии электронов. Пунктирной кривой показана зависимость, вытекающая из предельной теории, которая с учетом преломления на границе слюда-вакуум приобретает вид

$$\theta_0 = \arcsin \sqrt{n^2 - \frac{1}{\beta^2}} \quad /24/$$

Пороговое условие /2/, конечно, при этом не меняется /точка пересечения пунктирной кривой с осью абсцисс/, однако для радиатора конечной толщины, как видно из расчета по приближенной формуле /16/ /штрих-пунктирная кривая/ и точным формулам /17/-/21/ /сплошная кривая/, реализуется условный порог, соответствующий полному исчезновению главного максимума из области

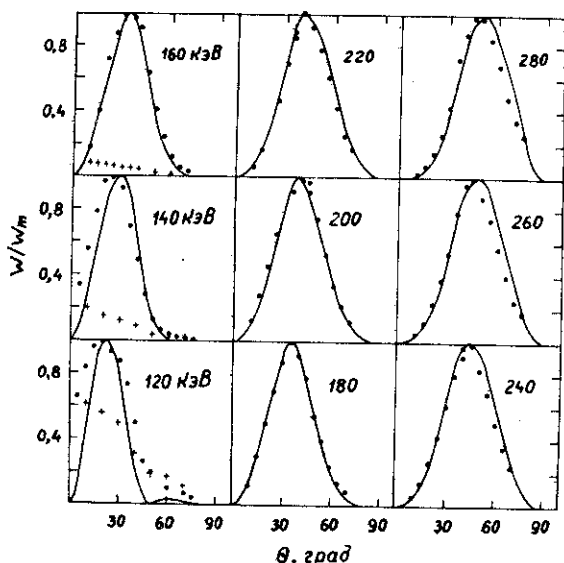


Рис.1. Угловые распределения излучения с длиной волны $\lambda=4000 \text{ \AA}$ для различных энергий электронов: сплошная кривая - расчет по формулам /17/-/21/; ● - излучение, поляризованное в плоскости наблюдения; + - излучение, поляризованное в перпендикулярной плоскости.

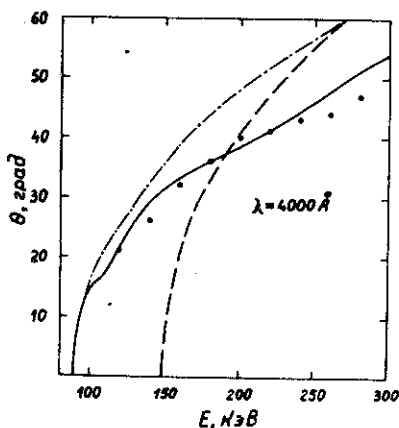


Рис.2. Зависимость положения максимума в угловом распределении от энергии электронов: сплошная кривая - расчет по формулам /17/-/21/; пунктирная - по формуле /24/; штрихпунктирная - по формуле /16/; точки - экспериментальные результаты.

реальных углов наблюдения:

$$\beta = \frac{1}{n + \lambda/a} \quad /25/$$

Условие же /2/ в данном случае утрачивает физический смысл. Этот вывод подтверждают и энергетические зависимости.

На рис.3а показаны зависимости выхода излучения под углом 40° от энергии электронов, рассчитанные по формулам /17/-/21/ /сплошная линия/, по формуле /16/ /пунктирная линия/, и экспериментальные точки. Поскольку абсолютная спектральная чувствительность установивши не измерена, выход излучения на рисунке приведен в относительных единицах, причем максимальный выход во всех случаях принят равным 1. Наличие максимума обусловлено тем, что главный пик ИВЧ при изменении энергии электронов проходит через угол 40° , для которого исследуется энергетиче-

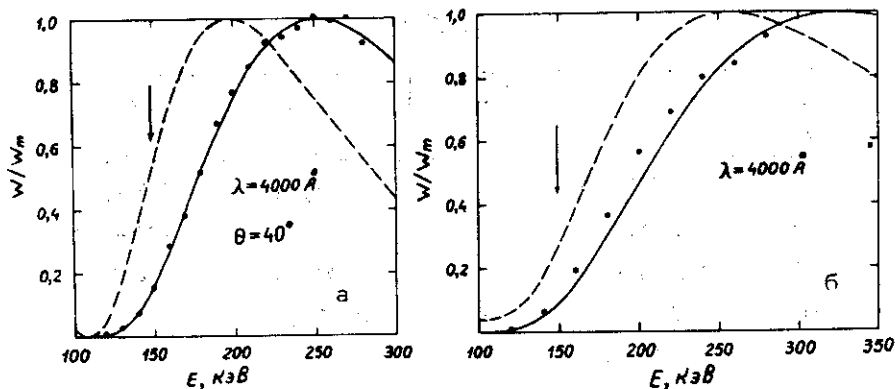


Рис.3. Относительная зависимость интенсивности излучения под углом 40° /а/ и полного выхода излучения /б/ от энергии электронов: сплошная кривая - расчет по формулам /17/ -/21/; пунктирная - по формуле /16/; точки - экспериментальные результаты; стрелкой показана пороговая энергия, определяемая из условия /2/.

ская зависимость. Экспериментальные точки неплохо "ложатся" на сплошную кривую, а расхождение с пунктирной кривой показывает вклад излучения с участков траектории частицы в вакууме вблизи границ, который не учитывается формулой /16/. Интенсивность излучения для пороговой /из условия /2// энергии достаточно велика и составляет около 15% от ее максимального значения.

На рис.3б показаны зависимости полного выхода излучения от энергии электронов. Пунктирная кривая получена путем численного интегрирования по θ угловых распределений, рассчитанных по формуле /16/, а сплошная кривая - по формулам /17/-/21/. Максимум на расчетных кривых связан с тем, что часть излучения претерпевает полное внутреннее отражение на границе слюда-вакуум и не выходит из пластинки. Экспериментальные точки получены в результате графического интегрирования экспериментальных угловых распределений, нормированных с помощью энергетической зависимости, измеренной для угла 40° . Как видно из рис.3б, экспериментальная зависимость в исследуемом энергетическом диапазоне не достигает максимума, поэтому для сравнения с расчетными мы совместили ее со сплошной кривой в конце энергетического диапазона. Отмеченная некорректность не мешает сделать вывод, что ни расчетные, ни экспериментальные зависимости не обнаруживают каких-либо особенностей вблизи порого-

Таблица

Е кэВ	β	θ_{max} град	$S_1 = S_3$ $\overset{\circ}{\text{А}}$	S_2 $\overset{\circ}{\text{А}}$
120	0,58667059	22	2572,84	11793,53
140	0,61956388	29	2704,82	18139,47
160	0,64810625	33	2839,75	∞
180	0,67314781	36	2956,21	- " -
200	0,69531404	38	3076,03	- " -
220	0,71508021	41	3106,88	- " -
240	0,73281671	44	3099,53	- " -
260	0,74881806	48	3001,60	- " -
280	0,76332243	51	2937,99	- " -

вой энергии, определяемой из условия /2/. Причем плавный характер энергетической зависимости сохраняют компоненты излучения, обусловленные как движением заряда в среде, так и в вакууме. Качественное представление об их вкладе дает таблица, в которой приведены длины когерентности для $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ в слюде (S_2) и в вакууме ($S_1 = S_3$) в зависимости от энергии электронов для углов наблюдения, соответствующих максимумам излучения. Вакуумная длина когерентности составляет примерно три четверти длины волны излучения и слабо изменяется во всем энергетическом диапазоне. Длина когерентности в слюде при минимальной энергии примерно в три раза превышает длину волны излучения. Поэтому компонента излучения с траектории частицы в вакууме менее интенсивна, чем компонента, связанная с траекторией в среде.

Выше порога ИВЧ длина когерентности в среде возрастает до бесконечности, но, поскольку когерентное излучение наблюдается только с траектории частицы, ограниченной толщиной мишени, то направленность его сравнительно невысока, а вклад в полное излучение хотя и оказывается доминирующим, но все же не позволяет пренебречь вакуумными компонентами.

Эти рассуждения хорошо иллюстрируются расчетами по формулам /16/ и /17/-/21/, приведенными на рис.1-3. Из формул /22/ и

/23/ видно, что длины когерентности оказываются конечными вплоть до $\beta \rightarrow 0$, а следовательно, излучение заряда, пролетающего через пластинку, не исчезает при любой скорости.

Проведенный анализ наглядно демонстрирует отличие свойств ИВЧ для радиатора малой толщины от соответствующих характеристик, вытекающих из предельной теории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тамм И.Е., Франк И.М. ДАН СССР, 1937, 14, с.107; УФН, 1967, 93, с.388.
2. Франк И.М. УФН, 1946, 30, с.149.
3. Тамм И.Е. Journ.of Phys., USSR, 1939, 1, p.439.
4. Тамм И.Е., Франк И.М. Труды ФИАН, 1944, 2, с.63.
5. Франк И.М. ДАН СССР, 1944, 42, с.354.
6. Кобзев А.П. ОИЯИ, P14-10925, Дубна, 1977; ЯФ, 1978, 27, с.1256.
7. Lawson J.D. Phil.Mag., 1954, 45, p.748.
8. Briday M.R., Jennings R.E., Kalmus P.I.P. Proc.Phys.Soc. (London), 1958, 72, p.973.
9. Heddle D.W.O., Jennings R.E., Parsons A.S.L. J.Opt.Soc. Am., 1963, 53(7), p.840.
10. Пафомов В.Е., Франк И.М. ЯФ, 1967, 5, с.631.
11. Кобзев А.П. ОИЯИ, P13-10585, Дубна, 1977.
12. Кобзев А.П., Пафомов В.Е., Франк И.М. ОИЯИ, P14-11688, Дубна, 1978; ЯФ, 1979, 29, с.122.
13. Кобзев А.П., Франк И.М. ОИЯИ, P14-12653, Дубна, 1979; ЯФ, 1980, 31, вып.5, с.1253.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 декабря 1980 года.