

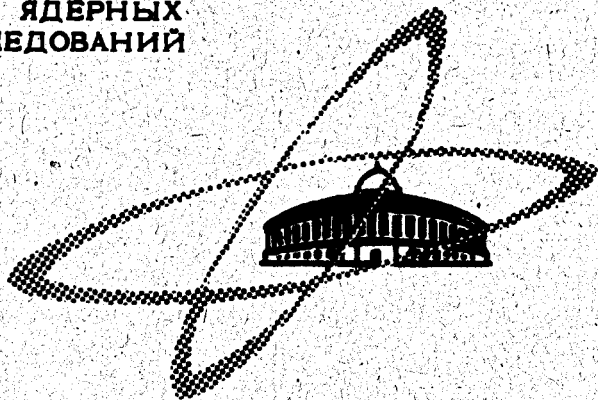
Б-907

201-70

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P14 - 4830



Л.А. Булавин, Ю.М. Останевич, А.П. Симкина

ПЛОТНОСТЬ ЭТАНА  
ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЖИДКОСТЬ - ПАР  
II. Движение мениска вблизи критической точки

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

1969

P14 - 4830

Л.А. Булавин, Ю.М. Останевич, А.П. Симкина

ПЛОТНОСТЬ ЭТАНА  
ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЖИДКОСТЬ - ПАР

II. Движение мениска вблизи критической точки

Направлено в УФЖ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

8151/2 чр

## В в е д е н и е

В предыдущей работе <sup>/1/</sup> мы анализировали дифференциальное распределение вещества по высоте  $\rho(h, T)$  в закрытом сосуде вблизи критической точки жидкость-пар. Другой, удобно измеряемой на опыте величиной, которая связана с состоянием системы, является положение границы раздела жидкости и пара (мениска), качественное описание движения которой приведено в работе <sup>/2/</sup>. Оказывается, зависимость высоты столба жидкости  $H_m$  от температуры  $T$  и средней плотности вещества в сосуде  $\bar{\rho}$  также содержит довольно много информации о форме изотерм, причем эти данные существенно дополняют результаты, получаемые из анализа зависимости  $\rho(h, T)$ .

Будем рассматривать закрытый вертикальный сосуд высотой  $L$ , с постоянным горизонтальным сечением, содержащий двухфазную систему жидкость-пар. Величины плотности жидкости и газа в нем  $\rho_{ж}(H, T)$  и  $\rho_{газ}(H, T)$  подчиняются уравнению, выражающему постоянство количества вещества в сосуде:

$$\int_0^{H_M} \rho_{\text{ж}}(H, T) dH + \int_{H_M}^L \rho_{\text{газ}}(H, T) dH = L\bar{\rho}. \quad (1)$$

Известное гидростатическое соотношение

$$\rho g dH = -dp = -\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV \quad (2)$$

позволяет определить  $\rho_{\text{ж}}$  и  $\rho_{\text{газ}}$  только для высот, осчитываемых от мениска:  $h = H - H_M$  /1/.

Система уравнений (1) и (2) уже является достаточной для нахождения  $H_M$  и  $\rho(H)$ . Частные случаи решения данной системы уравнений рассмотрены в работе /3/.

#### Опыт. Обработка результатов

Описываемые здесь экспериментальные данные были получены в работе /1/ одновременно с исследованием дифференциальной зависимости  $\rho(H, t)$ .

Три зависимости  $H_M(T, \bar{\rho})$  были измерены при трех значениях  $\bar{\rho}$ : (рис. 1). При высоте сосуда 214 мм ошибка определения  $H_M$  составляла  $\pm 0,2$  мм вдали от  $T_c$  и возрастала до  $\pm 1$  мм в непосредственной близости к  $T_c$ .

Наибольший интерес представляет немонокотное поведение  $H_M(T)$  вблизи  $T_c$  при  $\bar{\rho}$ , весьма близком к критическому, показанное детально на рис. 2. Количественное сравнение результатов опыта с зависимостью  $H_M(T)$ , ожидаемой из уравнений (1,2), выполнялось исходя из разложений  $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ , рассмотренных в /1/.

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = At + Bv^2 \quad (\text{ЛЛ-2}), \quad (3)$$

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = At + Bv^2 + Cv + Dv^3 + Ev^4 \quad (\text{ЛЛ-5}), \quad (4)$$

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = at + d|v|^3 \quad (\text{ДР-2}), \quad (5)$$

$$t = T - T_c, \quad v = V - V_c.$$

Рис.1 иллюстрирует степень согласия разных приближений с опытом при использовании значений параметров разложения, найденных в /1/. Из этого рисунка видно, что только разложение ЛЛ-5 дает правдоподобное описание поведения мениска.

Удовлетворительное согласие вычисленного хода  $H_M(t)$  с наблюдаемым служит независимым подтверждением значений коэффициентов разложения ЛЛ-5, найденных в /1/.

Качественно наблюдаемая немонотонность движения мениска целиком связана с присутствием нечетных степеней  $v$  в разложении  $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$  (коэффициенты  $C$  и  $D$  в (4) отличны от нуля). Однако представляет интерес возможность извлечения количественной информации о параметрах разложения из зависимости  $H_M(t)$ . Для выяснения ценности такого рода результатов мы провели их обработку методом наименьших квадратов двумя способами: 1) независимо от данных  $\rho(h, t)$  и 2) совместно с этими данными, используя разложение ЛЛ-5. Сводка результатов обработки приведена в табл. 1. Как видно из таблицы, параметры, полученные только из зависимости  $H_M(t)$ , неплохо согласуются с параметрами, полученными при анализе  $\rho(h, t)$ . При этом существенно повышается точность определения коэффициента

$D \approx \frac{\partial^4 P}{\partial V^4}$ . Совместная обработка двух наборов данных, естественно, дает наиболее вероятные значения параметров, а оценки погрешностей параметров резко уменьшаются.

Погрешности, указанные в первых 3-х столбцах табл. 1, явно занижены. Это связано с тем, что использованная нами процедура нахождения вероятных ошибок параметров предполагала статистическую независимость всех экспериментальных точек и отсутствие ошибок при измерении абсцисс (температуры, высоты сосуда и др.), т.е. выполнялся регрессионный анализ <sup>14/</sup>. В действительности эти предположения выполняются лишь приближенно. Для более правильной оценки погрешностей параметров мы произвели вычисления, моделирующие многократное повторение реального опыта. В этих вычислениях каждая исходная величина, ошибка которой не учитывается непосредственно в регрессионном анализе, независимо варьировалась по гауссовскому закону с дисперсией, определяемой погрешностью, с которой эта величина была известна. Набор всех (около 30) варьированных величин образовал вариант, который обрабатывался так же, как основной, несмещенный вариант. После обработки 20 вариантов полученное распределение параметров анализировалось стандартным статистическим методом для определения вероятных ошибок параметров. Полученные таким способом ошибки приведены в 4-м столбце табл. 1. Сравнение столбцов 3 и 4 показывает, что в рассматриваемой задаче пренебрежение корреляциями и погрешностями абсцисс приводит к существенному занижению оценок погрешностей (до десяти раз).

## Результаты и выводы

1. Показано, что исследование зависимости  $N_M(t, \bar{\rho})$  вблизи критической точки дает информацию о характере и коэффициентах разложения  $(\frac{\partial P}{\partial V})_T$ .

2. Обнаружена немонотонная температурная зависимость  $N_M(t)$  в непосредственной близости к  $T_c$ , являющаяся следствием гравитационного эффекта в сосуде конечной высоты.

3. Наблюдаемое поведение мениска явно указывает на присутствие нечетных степеней  $v$  в классическом разложении  $(\frac{\partial P}{\partial V})_T$ .

4. Для количественного описания наблюдавшейся зависимости необходимо по крайней мере разложение ЛЛ-5.

5. Показано, что оценка ошибок параметров в рамках регрессионного анализа в данном случае является неприемлемой. Приведены более достоверные оценки ошибок.

В заключение авторы выражают искреннюю благодарность профессорам Ф.Л. Шапиро и И.Р. Кричевскому за плодотворные дискуссии, а также В. Владимирову за неоценимую помощь при обработке результатов.

## Л и т е р а т у р а

1. Л.А. Булавин, Ю.М. Останевич, А.П. Симкина, А.В. Стрелков. Сообщение ОИЯИ, Р14-4829, Дубна, 1969.
2. Е.Т. Шиманская, Ю.И. Шиманский. Критическое состояние чистых веществ. Издательство КГУ, Киев, 1961.

3. А.Т. Берестов, М.Ш. Гитерман, С.П. Малышенко. ЖЭТФ, 56, 642 (1969).
4. Н.П. Клепиков, С.Н. Соколов. Анализ и планирование экспериментов методом максимума правдоподобия. "Наука", М., 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 ноября 1969 года.



Таблица 1  
 Значения параметров разложения ЛЛ-5 при  
 различных способах обработки

Используемые данные

	$\rho(h, t)$	$N_M(t)$ , 2 заполнения	$\rho(h, t) + N_M(t)$	Вероятная погрешность
$T^{\circ}C$	32,203 $\pm$ 0,002	32,192 $\pm$ 0,003	32,200 $\pm$ 0,0008	$\pm$ 0,005
$\rho_0$ г/см <sup>3</sup>	0,2065 $\pm$ 0,0012	0,2039 $\pm$ 0,0010	0,2045 $\pm$ 0,00004	$\pm$ 0,0006
A	2,4 $\pm$ 0,2	2,15 $\pm$ 0,07	2,00 $\pm$ 0,01	$\pm$ 0,06
B	0,185 $\pm$ 0,012	0,164 $\pm$ 0,05	0,144 $\pm$ 0,004	$\pm$ 0,025
C	12,8 $\pm$ 0,9	11,6 $\pm$ 0,05	11,7 $\pm$ 0,013	$\pm$ 0,1
D	-0,09 $\pm$ 0,09	+0,15 $\pm$ 0,01	0,14 $\pm$ 0,002	$\pm$ 0,03
E	4,4 $\pm$ 0,4	4,0 $\pm$ 0,4	3,0 $\pm$ 0,02	$\pm$ 0,4

Примечания: 1) Погрешности, указанные в столбцах 1+3, являются заниженными. Вероятные погрешности столбца 3 даны в столбце 4.

2) Коэффициенты A+E приведены в безразмерных единицах.

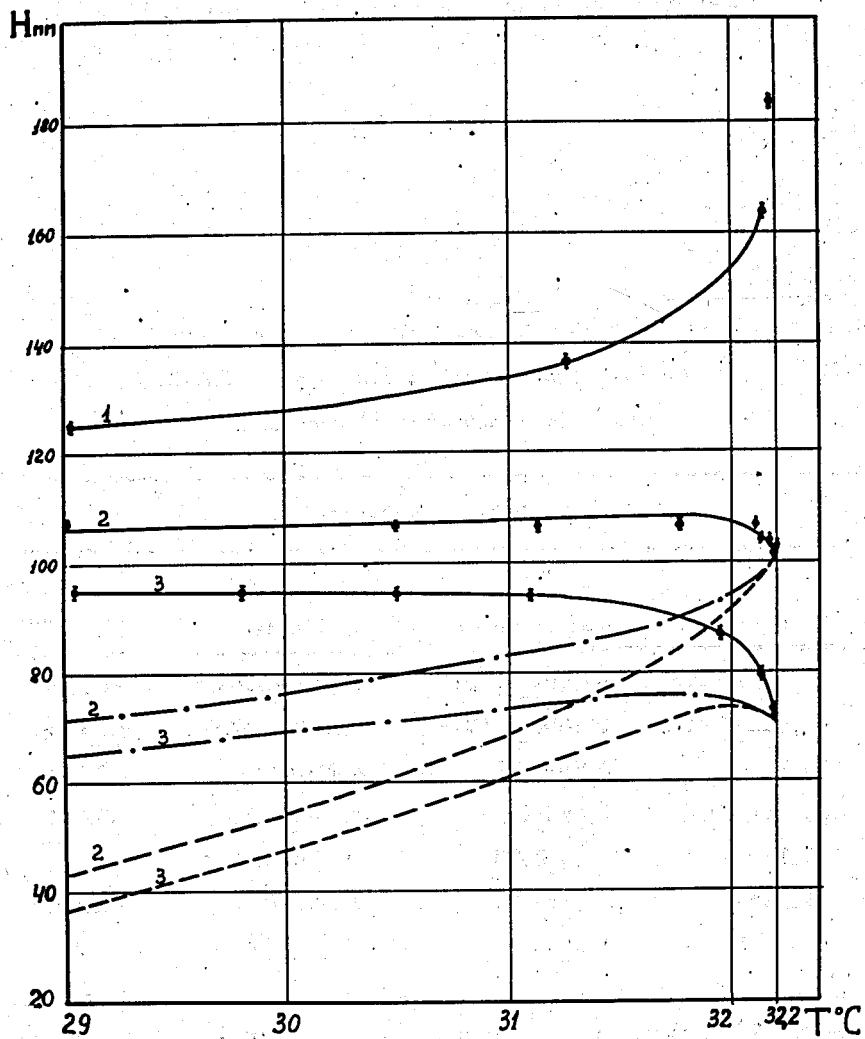


Рис.1. Наблюдаемое движение мениска с температурой  $T$  и вычисленное с использованием разложений: ЛЛ-5 ———, ДР-2 — · — · —, ЛЛ-2 — — —; цифрами обозначены различные заполнения: 1)  $\bar{\rho} = 0,2192$ , 2)  $\bar{\rho} = 0,2048$ , 3)  $\bar{\rho} = 0,1995$  г/см<sup>3</sup>.

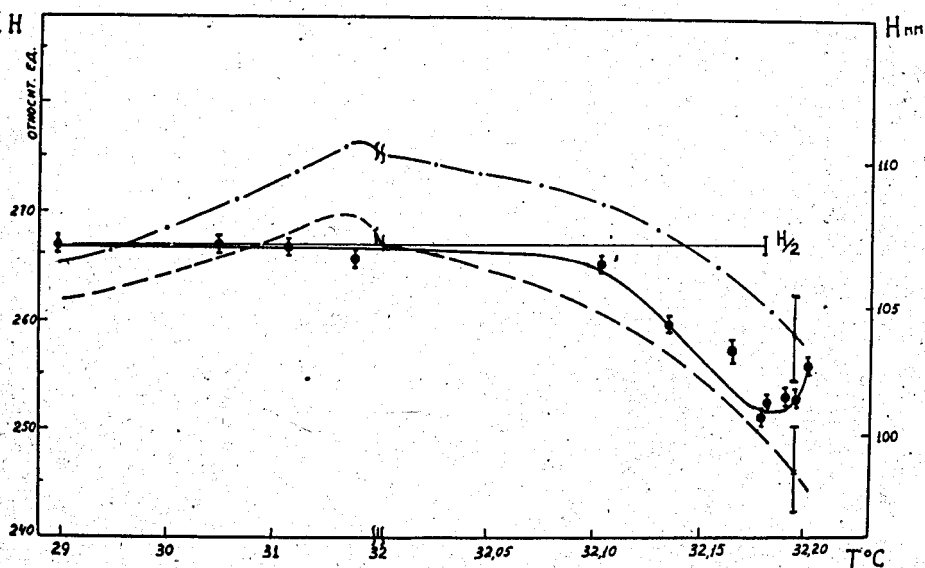


Рис.2. Движение мениска в непосредственной близости к  $T_0$ . — экспериментально наблюдаемая зависимость, --- ЛЛ-5 при  $\bar{\rho} = 0,2048 \text{ г/см}^3$ , - . - . - ЛЛ-5 при  $\bar{\rho} = 0,2053 \text{ г/см}^3$ . Вертикальные линии на вычисленных кривых - коридор ошибки, учитывающий ошибки параметров разложения.