

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

98-32

P13-98-32

Ю.В.Пятков*, В.Г.Тищенко, В.В.Пашкевич,
В.А.Маслов, И.В.Клюев*

ВЫДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ
ДВУМЕРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ
НАБЛЮДАЕМЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Направлено в журнал «Nuclear Instruments and Methods»

*Московский инженерно-физический институт

1998

1 Введение

Информативность эксперимента, имеющего целью выявление механизма сложного физического процесса, на ход которого оказывает сравнимое влияние большое количество факторов, в решающей степени зависит от возможности физической декомпозиции полученных данных. Под этой процедурой можно понимать разложение измеренных распределений, спектров на компоненты, происхождение каждой из которых связывается с определенным физическим фактором. Конечный успех, содержательность анализа, обуславливается тем, насколько значимыми оказались выбранные факторы. Ситуация по смыслу аналогична выбору удачного базиса при разложении в ряд некоторой функции или системы координат, наилучшим образом согласующейся с симметрией задачи. Адекватность декомпозиции данных часто связана с их структурой. Например, в гамма-спектроскопии отдельные пики в энергетическом спектре соотносятся с гамма-переходами между уровнями ядра. Неопределенность интерпретации увеличивается по мере "замывания" структуры, связанного с физическими и методическими причинами.

Одним из примеров области, для которой справедливы приведенные замечания, являются эксперименты по поиску проявлений мультимодальности в низкоэнергетическом делении актини-

дов. По современным представлениям траектория делящейся системы в многомерном пространстве деформаций при ее эволюции от основного состояния до разрыва происходит вблизи дна долины – непрерывной последовательности минимумов потенциальной энергии системы в деформационном пространстве в зависимости от одного выбранного параметра при минимизации по остальным. Расчеты, выполненные для ряда тяжелых ядер [1, 2], свидетельствуют о наличии целой системы таких долин. Спуск делящейся системы вдоль долины, по предположению [3], "сканируется" разрывами с образованием наблюдаемых в эксперименте осколков деления. Можно сказать, что потенциальная долина порождает таким образом в пространстве наблюдаемых переменных некоторое множество генетически связанных точек, в дальнейшем называемое делительной модой. В эксперименте наблюдается суперпозиция делительных мод, реализующихся с разными статистическими весами.

В настоящей работе обсуждается методика и результаты анализа массово-энергетических распределений продуктов деления (ПД) ядер ^{252}Cf и $^{234}\text{U}^*$ на предмет выявления делительных мод. Современная теория деления не дает обоснованных указаний относительно образа моды в пространстве наблюдаемых переменных, например в виде функционального (параметрического) множества. Отсутствуют предсказания по заселенности отдельных мод. В силу этого поставленная задача не может быть сведена к фитированию и должна решаться в самой общей постановке, т.е. включать и поиск априори не заданного образа делительной моды. Задача имеет решение, если существует значимое различие в характерных размерах собственно образа моды и анализируемого полного M - E - распределения, с одной стороны, а также случайных структур, продуцируемых шумом (статистикой отсчетов числа событий в каналах распределения) – с другой. Таким образом, характерный размер или обратная ему величина – обобщенная частота – служат признаком для выделения искомого объекта. На привычном для анализа случайных процессов языке речь идет о выделении некоторого объекта полосовой фильтрацией. Априори трудно вы-

брать среди большого количества альтернативных возможностей реализации такого фильтра оптимальный алгоритм.

Опробован ряд алгоритмов выделения структурных особенностей разного масштаба: gross- и тонкой структуры двумерных распределений. Представляется, что опыт их применения может быть полезным для анализа структуры двумерных распределений различных физических величин, необязательно связанных с делением.

Более конкретная цель настоящей статьи состоит в опубликовании впервые выделенной тонкой структуры M - E - распределения ^{234}U с доказательствами объективности ее существования для последующей физической интерпретации обнаруженных структур.

2 Результаты анализа распределений масса – энергия осколков деления актинидов

2.1 Гросс-структура распределения масса – энергия осколков деления ^{252}Cf

Одним из продуктивных подходов оказалась техника, близкая к регрессионному анализу. По определению [4], регрессией величины x_2 на x_1 называется функция $g(x_1)$, приближенно представляющая статистическую зависимость x_2 от x_1 . Известна, например, среднеквадратичная регрессия, определяемая функцией $x_2 = M(x_2|x_1)$, где $M(x_2|x_1)$ – условное математическое ожидание x_2 при фиксированном x_1 . Более физической представляется регрессионная зависимость вида $x_2 = \max P(x_2|x_1)$. Линия регрессии в этом случае проходит через точки, соответствующие модам¹ (максимумам) условных распределений $P(x_2|x_1)$, т.е. указывает наиболее вероятные значения x_2 при фиксированном x_1 . Если эти распределения многомодальны, для выявления структуры распределения $P(x_1, x_2)$ эффективно использование карты линий уровня, являющихся ли-

¹Принятый в теории вероятностей [4] термин "мода" никак не связан с ранее упоминавшимся термином "делительная мода".

ниями "равной вероятности" двумерного условного распределения $P(x_2|x_1)$. Именно в таком представлении была выявлена структура массово-энергетического распределения ПД ^{252}Cf , показанная на рис. 1а [3]. Карта на рис. 1а получена следующим образом. Измеренное в эксперименте распределение (масса – полная кинетическая энергия) $P(M, E_k)$ ПД трансформировалось в условное распределение $P(M|E^*)$, где энергия возбуждения делящейся системы в точке разрыва E^* определяется по формуле $E^* = Q - E_k$, где Q – энергия реакции деления с образованием заданной пары осколков, вычисляемая по таблице масс изотопов [5]. Таким образом, в E^* автоматически учитывается априорная информация, содержащаяся в Q . Преобразование $P(M, E^*)$ к $P(M|E^*)$ сводится к нормировке на единицу (100%) каждого сечения распределения $P(M, E^*)$ при фиксированном значении E^* . Действительно, по определению [4],

$$P(M|E^*) = P(M, E^*)/P(E^*) \text{ и } P(E^*) = \sum_M P(M, E^*).$$

Как следует из рис. 1b, на котором представлено сечение распределения $P(E^*, M)$ для значения $E^* = 60$ МэВ, характерный размер превалирующих спектральных компонент А и В сопоставим с полной шириной спектра $P(M|E^*)$, в котором они наблюдаются. Будем называть структуру двумерного распределения, обусловленную компонентами такого масштаба, gross-структурой. Структура будет называться тонкой, если она обусловлена наличием пиков в одномерных сечениях по одной или другой переменной, ширина которых много меньше полной ширины соответствующего сечения. Наблюдаемые на рис. 1а структуры в виде широких хребтов хорошо согласуются со сценарием деления в рамках двух теоретически предсказанных делительных мод [3]. На вставках рис. 1а показаны формы делящейся системы для финальной стадии эволюции ядра в каждой из мод. Применение описанного подхода обеспечивает более выпуклую "прорисовку" структурных особенностей массово-энергетического распределения ПД ^{252}Cf по сравнению с традиционным представлением, как это можно заключить из сравнения рис. 1а и 2. Следует отметить, что выбор для анализа именно распределений $P(M|E^*)$, а не $P(E^*|M)$ определяется желанием сравнить экспериментальные данные с ре-

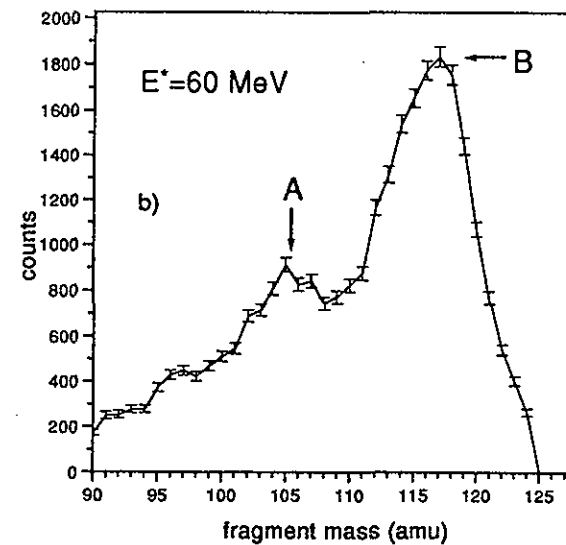
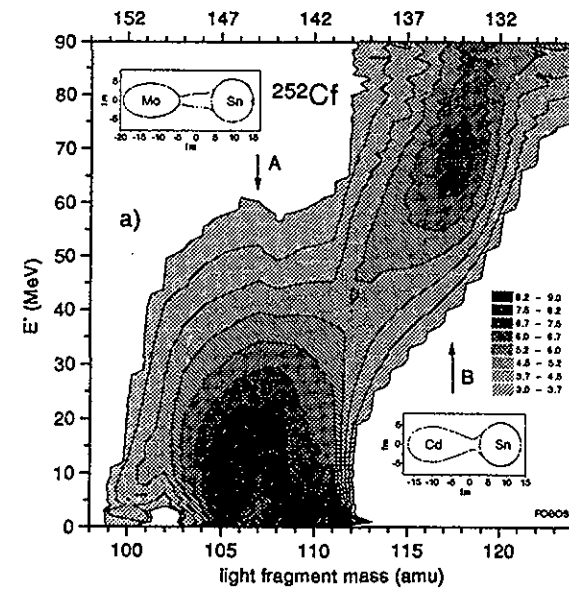


Рис. 1. а) Контурная карта условного распределения $P(M|E^*)$ осколков деления ^{252}Cf . б) Сечение этого распределения для $E^* = 60$ МэВ

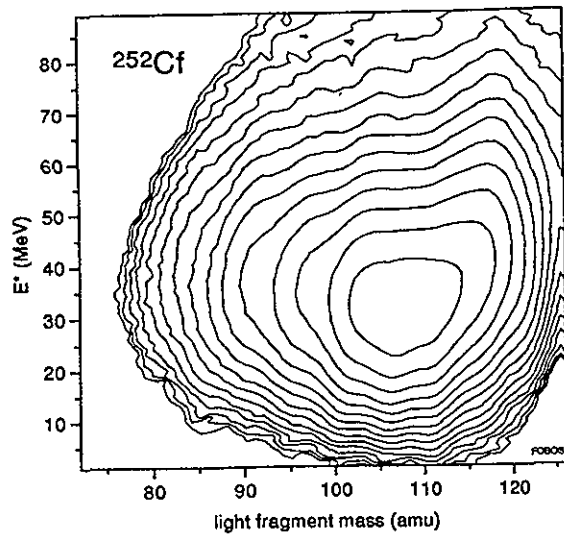


Рис. 2. Контурная карта распределения $P(E^*, M)$. Выход дан в логарифмическом масштабе

результатами расчетов поверхности потенциальной энергии (ППЭ) соответствующего ядра. В расчетах выделенной переменной является удлинение делящегося ядра. Величина E^* приблизительно пропорциональна удлинению. Движение от малых значений E^* к большим совпадает с реальной последовательностью форм ядра при делении – от компактных к вытянутым. Масса осколка является неоднозначной функцией удлинения, и для ее определения недостаточно результатов расчетов ППЭ.

2.2 Тонкая структура распределения масса – энергия осколков деления $^{234}\text{U}^*$

Использование системы координат, включающих E^* , не всегда возможно в рассматриваемой физической области по при-

чинам, обсуждаемым в работе [3]. Отличный от изложенного выше подход был развит на основе аналогии с проявлением в массово-энергетических спектрах ПД известного протонного четно-нечетного эффекта. Этот эффект выражается в том, что выходы осколков с четными зарядами несколько превышают выходы осколков с нечетными зарядами. Массовое распределение ПД $P(M|E_L)$ при фиксированной кинетической энергии легкого осколка $E_L = const$ представляет собой сумму гауссоподобных изотопных распределений $P(M|Z, E_L)$ осколков с определенным ядерным зарядом Z : $P(M|E_L) = \sum_Z P(M|Z, E_L)$.

Области локально повышенных выходов – пики – в распределении $P(M|E_k)$ соответствуют вершинам изотопных распределений для четных зарядов (рис. 3а). Значения выходов для конкретных зарядов взяты из работы [6]. На плоскости E_k - M пики образуют структуру в виде почти вертикальных хребтов, близких по направлению к оси энергий с расстоянием между хребтами около 5 а.е.м. (рис. 3б). В свою очередь, сечения обсуждаемого двумерного распределения для $M = const$ также не являются гладкими (рис. 3с). Естественным представляется вопрос: образуют ли какую-либо упорядоченную структуру пики, проявляющиеся в сечениях $M = const$? Возможно, эти пики также являются лишь "вершинами айсбергов", имя которым – делительные моды.

Таким образом, технически задача сводится к поиску на поверхности гладкого, с точностью до флуктуаций числа отсчетов в каналах, куполообразного распределения $P(M, E_L)$ тонкой структуры, отличной от продуцируемых четно-нечетным эффектом вертикальных хребтов. Поставленная задача близка к проблеме анализа двумерных "зашумленных" изображений [7] и выделения пиков в линейчатых спектрах ядерных излучений [8]. Ее решение начиналось с анализа непосредственно измеряемого в эксперименте распределения $P(M, E_L)$ ПД в реакции $^{233}\text{U}(n_{th}, f)$. Эксперимент проводился на времяпролетном спектрометре незамедленных ПД на исследовательском реакторе Московского инженерно-физического института [9]. При применении к сечениям $M = const$ одного из

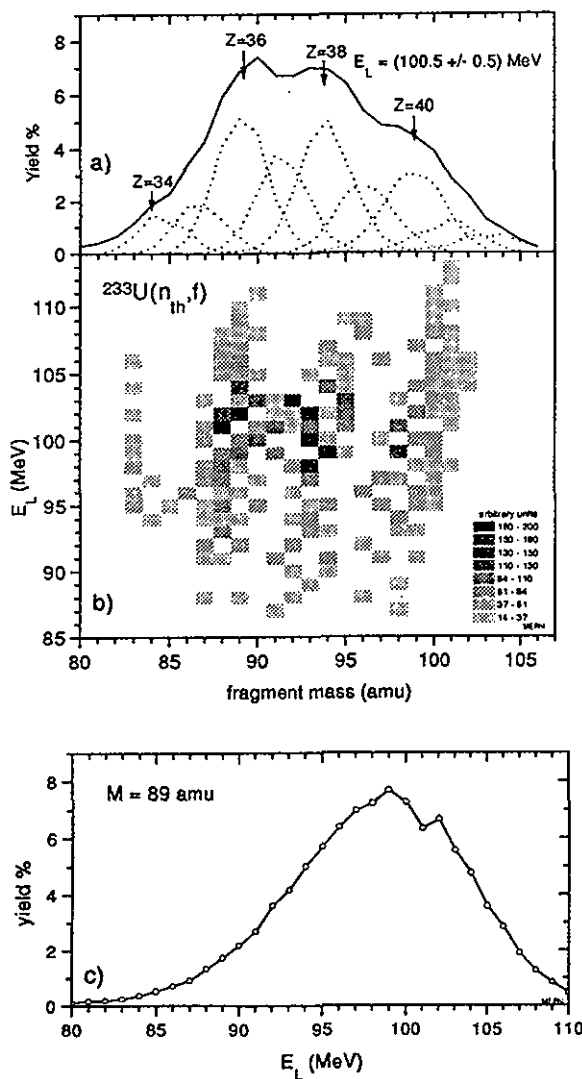


Рис. 3. а) Сечение распределения $P(M, E_L)$ для значения $E_L = 100,5$ МэВ. Пунктиром показаны парциальные выходы осколков с зарядами, указанными стрелками. б) Проявление протонного четно-нечетного эффекта на плоскости E_L - M . в) Сечение распределения $P(M, E_L)$ для $M = 89$ а.е.м.

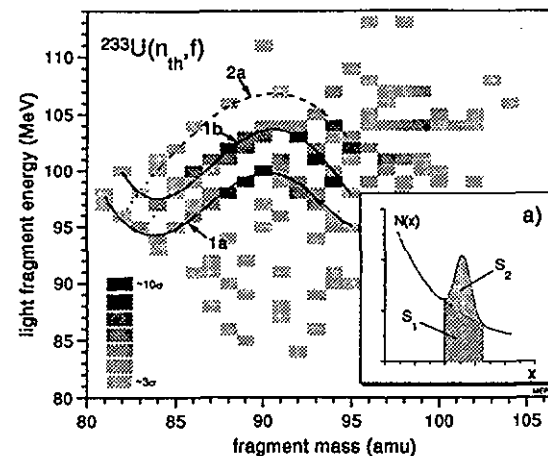


Рис. 4. Тонкая структура распределения $P(M, E_L)$, выделенная методом плавающего отрезка. На вставке а) схема, поясняющая этот алгоритм

самых простых в реализации методов автоматического поиска пиков в линейчатых спектрах – метода "плавающего отрезка" [8] были выделены структуры, представленные на рис. 4. Суть метода поясняет рис. 4а, где изображен участок гладкой функции, на котором имеется особенность, называемая пиком. Отклонение функции от гладкости можно считать статистически значимым, если площадь пика S_2 превышает k среднеквадратичных отклонений от площади S_1 под кривой. В качестве оценки площади S_1 обычно используется площадь трапеции, являющейся основанием пика, – как это показано на рис. 4а. Метод плавающего отрезка нами был реализован таким образом, что исходная матрица заменялась на новую, равного ей размера, в каждую ячейку которой записывалось значение коэффициента k , определяемое по формуле $k = S_2/\sqrt{S_1}$.

Вопрос о том, как соединять отдельные (статистически значимые) точки на рис. 4, не является тривиальным по следующим причинам. Как отмечалось, образ делительной моды в координатах энергия – масса осколка априорно не задан; если этот образ пред-

ставляет некоторую непрерывную совокупность точек, часть из них может оказаться ниже уровня статистической значимости, т.е. "выпадет" из сплошной кривой, образуя на ней пробелы; из-за статистических флуктуаций могут образоваться ложные структуры; структуры ищутся на фоне известных, априори более сильно выраженных (вертикальных хребтов). Так, на рис. 4 не вызывающие сомнений структуры в виде двух приблизительно эквидистантных парабол (1a и 1b) отмечены сплошными линиями. С меньшей определенностью по аналогии с семейством кривых 1 просматривается еще одна парабола (2a), помеченная пунктиром. Наконец, кривыми из точек отмечены структуры, допускающие неоднозначную трактовку. В силу изложенных причин весьма желательно формализовать процедуру картирования структуры, т.е. соединения некоторой сплошной кривой предположительно генетически связанных (порожденных одной физической причиной) совокупности точек. Искомые кривые на координатной плоскости представляют собой графические кластеры: в интуитивном определении – "группы черных точек, окруженных белыми". Пространственная локализация является необходимым признаком в определении кластера, в частности, в моделях квантовой молекулярной динамики (КМД) [10]. Этот современный подход к анализу реакций с тяжелыми ионами появился в результате признания того факта, что исследуемые реакции, например мультифрагментации, слишком сложны, чтобы быть удовлетворительно описанными из первопринципов. Для понимания физики, следующей из мультифрагментации, моделируют ядерную реакцию пособытийно, отслеживая временную эволюцию взаимодействующих нуклонов мишени и снаряда, в частности, зарождение фрагмента как локализуемой по определенным правилам группы нуклонов (кластера). Время вычислений в алгоритмах КМД растет как приблизительно $N!$, где N - число нуклонов в системе [11]. Число каналов, с которыми необходимо оперировать в рамках аналогичных алгоритмов в анализируемых нами распределениях, существенно превышает типичные значения N . Цитируемая оценка временных затрат приводит к пессимистической экстраполяции для нашей задачи. С учетом изложенного,

формализованные алгоритмы не использовались для картирования искоемых структур. В эвристическом же подходе к идентификации учитывались:

- i) "кластерность", как она была определена ранее;
- ii) гладкость и протяженность соответствующего изображения;
- iii) повторяемость, т.е. принадлежность к одному семейству кривых;
- iv) воспроизводимость структур при обработке анализируемого распределения различными фильтрами;
- v) устойчивость выделенных структур к уменьшению статистики анализируемого распределения.

Результаты применения разных процедур выделения тонкой структуры E_k - M -распределения ПД $^{234}\text{U}^*$ представлены в следующих разделах. Переход от E_L к E_k связан с предпочтительностью этой переменной для теоретического анализа [12].

2.2.1 Использование производной

Локальный пик на гладкой гауссоподобной кривой ("подложке") (рис. 3c) представляет собой область с существенно большей кривизной, чем подложка. Как известно, мерой кривизны кривой $f(x)$ может служить ее вторая производная $f''(x)$. В области пика $f''(x)$ проходит через минимум, детектирование которого (рис. 5a) позволяет выделить пик. Необходимо сделать небольшое замечание о различии результатов, даваемых процедурами последовательного двукратного дифференцирования спектра и непосредственного вычисления второй производной. Причину различия легко понять из сравнения формул, по которым вычисляются производные в обоих случаях. Вторая разностная производная от функции

$$f''(x_0) \sim \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}, \quad (1)$$

т.е. производная в точке x_0 вычисляется по трем точкам. Первая разностная производная функции $f(x)$ имеет вид:

$$f'(x_0) \sim \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}. \quad (2)$$

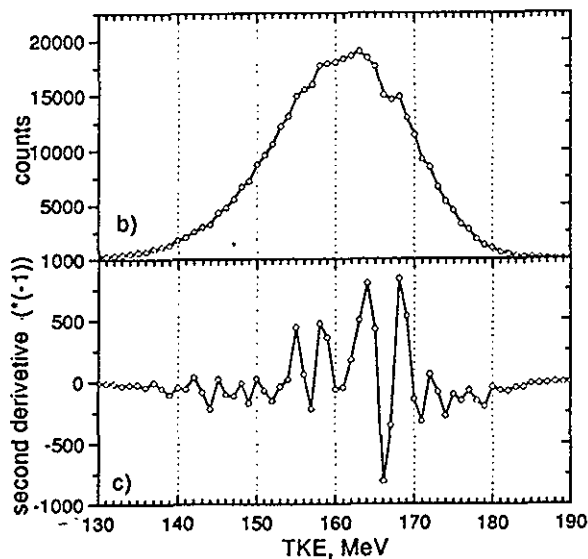
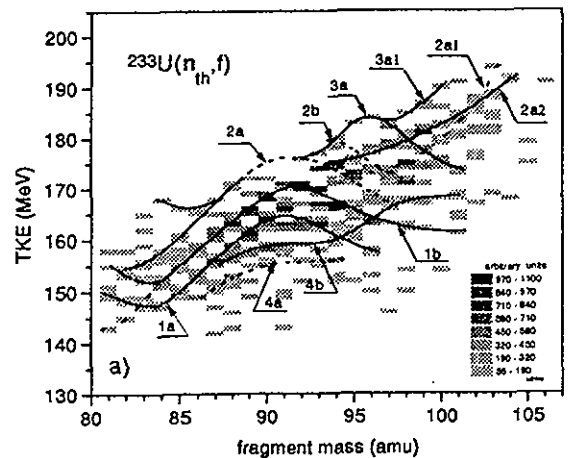


Рис. 5. а) Структуры, выделенные двукратным дифференцированием; б) сечение исходного E_k - M - распределения для $M = 90$ а.е.м. (линия, соединяющая экспериментальные точки, проведена для удобства восприятия); в) вторая производная спектра в этом сечении

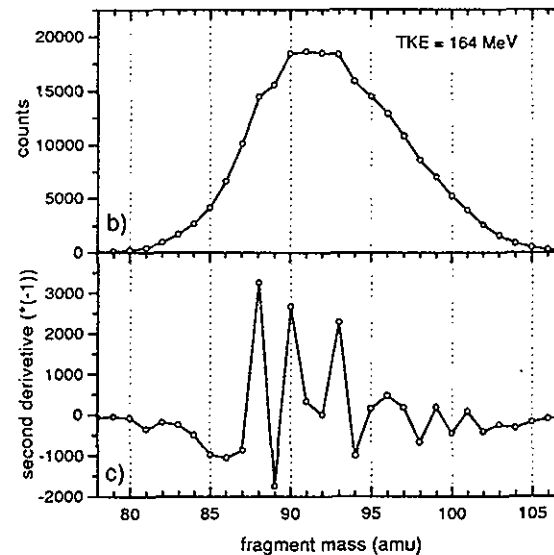
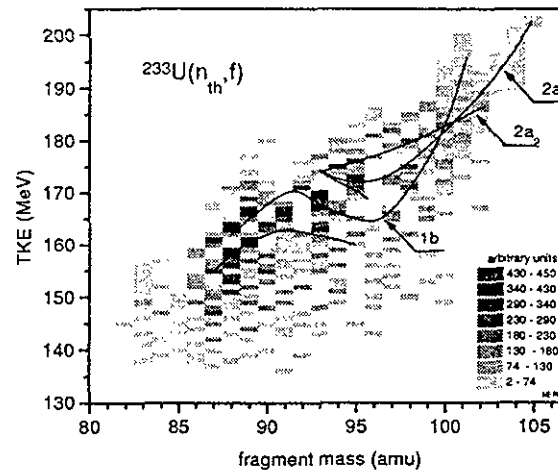


Рис. 6. а) Структуры, выделенные с помощью двукратного дифференцирования E_k - M - распределения по сечениям $E_k = const$; б) сечение E_k - M - распределения для $E_k = 164$ МэВ, сплошная линия, соединяющая экспериментальные точки, проведена для удобства восприятия; в) вторая производная спектра в этом сечении

Дифференцируя (2), получаем:

$$\begin{aligned} f''(x_0) &\sim \frac{f'(x_0 + h) - f'(x_0 - h)}{2h} \\ &\sim \frac{f(x_0 + 2h) - 2f(x_0) + f(x_0 - 2h)}{4h^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, нахождение второй производной путем двукратного вычисления первой разностной производной эффективно происходит на большем интервале изменения аргумента, т.е. выделяются более гладкие фрагменты структур. На рис. 5а изображена тонкая структура распределения $P(E_k, M)$, полученная путем вычисления второй разностной производной по сечениям $M = const$, умножением на (-1) и последующим отбрасыванием отрицательных значений. Техника выделения пиков иллюстрируется рис. 5б,с. Результаты для процедуры двукратного дифференцирования сечений $E_k = const$ E_k - M -распределения представлены на рис. 6. Отчетливо проявившиеся структуры на рисунке будут отмечаться здесь и далее сплошными линиями, фрагменты структур, хорошо выраженных на последующих рисунках, - пунктиром. Буквенно-цифровые обозначения линий одни и те же на всех рисунках.

2.2.2 Низкочастотная фильтрация

На различии в гладкости искомых пиков и подложки основан и следующий метод выделения тонкой структуры. Она может находиться как разность исходного и сглаженного (обработанного низкочастотным фильтром) спектров. В результате выполнения такой процедуры из исходного распределения удаляется низкочастотная составляющая "подложка", на которой расположена интересующая нас структура. Что касается способа сглаживания, то использовались два метода: путем свертки изображения с некоторой весовой функцией и сглаживание методом сплайнов. Низкочастотная фильтрация в теории обработки изображений [7] служит эффективным средством сглаживания шумов изображения. Изображение представляется в виде двумерной матрицы, элементами

которой являются значения яркости соответствующей точки изображения. Сглаженный массив Q размера $M \times M$ выходного изображения формируется путем дискретной свертки исходного изображения Z со сглаживающим массивом H размера $L \times L$ согласно формуле

$$Q(m_1, m_2) = \sum_{n_1=1}^L \sum_{n_2=1}^L Z(n_1, n_2) H(m_1 - n_1 + 1, m_2 - n_2 + 1). \quad (4)$$

Ниже приведены сглаживающие массивы трех разновидностей, часто называемые шумоподавляющими масками:

$$H_1 = \frac{1}{9} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, H_2 = \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, H_3 = \frac{1}{16} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Эти массивы нормированы для получения единичного коэффициента передачи для того, чтобы процедура сглаживания не вызвала смещения среднего у обработанного изображения. Подбором весовой функции $H(p, q)$ в формуле (4) можно регулировать степень сглаживания и выбрать направление преимущественного сглаживания. Помимо выражений (5) в качестве весовых функций использовались двумерные гауссианы с различными дисперсиями и коэффициентами корреляции. С учетом упоминавшегося выше фактора, усложняющего поиск тонких структур в $P(E_k, M)$ -распределении, а именно наличия уже известных структур в виде хребтов, параллельных оси энергии, двумерное сглаживание использовалось главным образом для выделения полностью бесструктурной "подложки" (см. раздел 3).

Весьма чувствительным инструментом в поиске структурных особенностей зарекомендовал себя алгоритм, основанный на сплайнах. Задачу сглаживания экспериментальных данных можно сформулировать следующим образом. По имеющимся экспериментальным данным z_i , определенным на отрезке $[a, b]$, построить функцию, которая, с одной стороны, должна обладать требуемой гладкостью, а с другой - должна проходить как можно ближе к экспериментальным точкам. Математически задача сводится к постро-

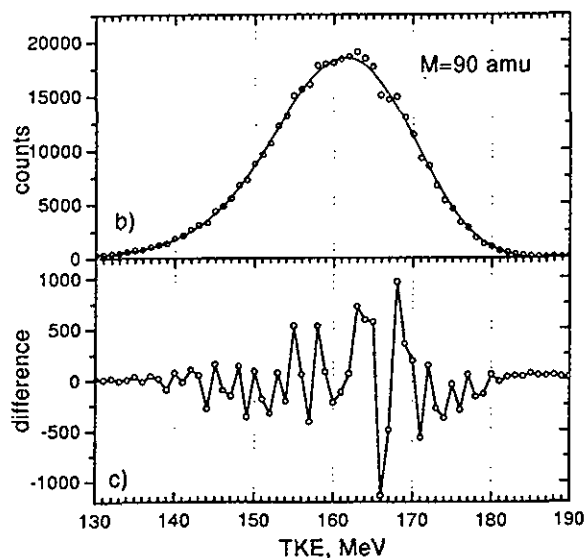
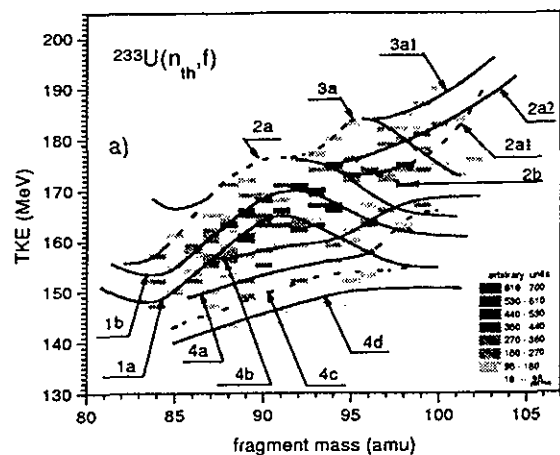


Рис. 7. а) Структуры, выделенные путем вычитания из исходного распределения сглаженных сечений $M = const$; б) сглаженные значения (тонкая линия) рассчитывались по формуле (6) с $\alpha = 0,05$. Демонстрация работы фильтра представлена на рис. 7б и 7с

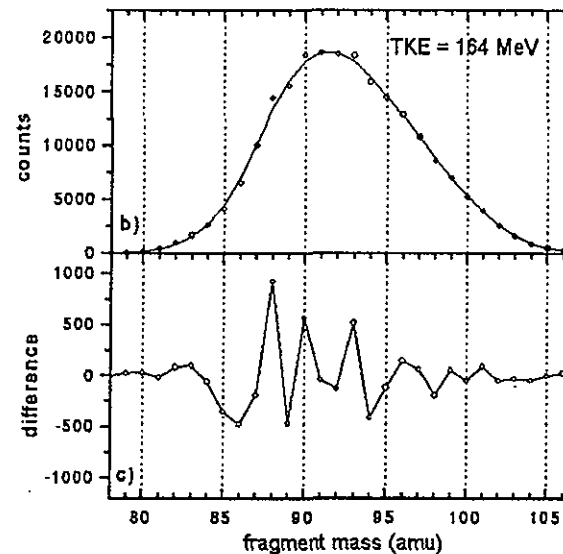
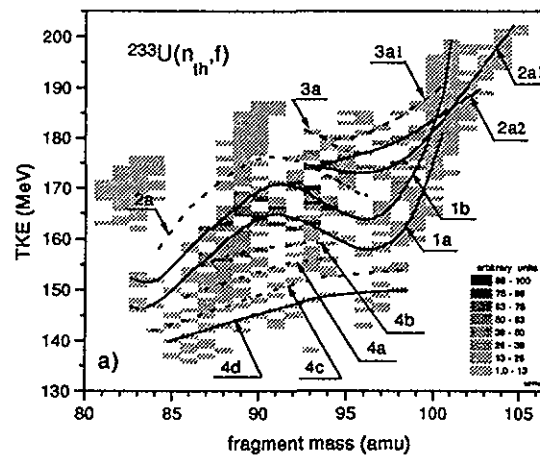


Рис. 8. а) Структуры, полученные наложением двух парциальных изображений, являющихся результатом обработки сечений $M = const$ и $E_k = const$ соответственно; б) сечение $E_k = 164$ МэВ (точки) и оно же после сглаживания (сплошная линия); в) выделенные особенности (пики)

ению функции f , доставляющей, например, минимум функционалу

$$J(f) = \int_a^b [f''(x)]^2 dx + \alpha \sum_{i=0}^N \frac{1}{\rho_i} [f(x_i) - z_i]^2, \quad (6)$$

где ρ_i – статистический вес, обычно равный z_i . Коэффициент α позволяет регулировать степень сглаживания. При его увеличении степень гладкости функции $f(x)$ уменьшается. В качестве класса функций, на которых минимизируется функционал (6), можно выбрать кубические сплайны [13]. Нами использовался алгоритм построения сглаживающего кубического сплайна с учетом условия (6), приведенный в работе [13]. Технически процедура нахождения коэффициентов сплайна сводится к реализации линейного метода наименьших квадратов при наличии условия, связанного с гладкостью решения (первое слагаемое выражения (6)).

На рис. 7а представлены структуры, полученные вычитанием из исходного E_k - M - распределения сглаженных сечений $M = const$. Сглаженные значения находились по формуле (6) с $\alpha = 0,05$. Чувствительность такой процедуры к вертикальным хребтам, очевидно, минимальна, что, в частности, демонстрирует рис. 7а: среди выделенных тонких структур полностью отсутствуют вертикальные хребты. Это означает одновременно, что элементы и искомым структурам, имеющие вид хребтов, идущих под углом, близким к $\pi/2$ по отношению к оси масс, не будут обнаружены. Для преодоления этой трудности был использован следующий алгоритм. Полное изображение структур (рис. 8а) получалось путем наложения двух парциальных изображений – одного, полученного обработкой сечений $M = const$ (как в предыдущем случае), и второго, следующего из обработки сечений $E_k = const$. При этом сглаживание последних сечений проводилось оптимальным образом: функция $f(M)$, полученная в результате сглаживания, следует форме исходного спектра, включая локальные повышения выхода, связанные с протонным четно-нечетным эффектом (рис. 8б). Вместе с тем пики, имеющие меньшую ширину, чем те, которые обусловлены четно-нечетным эффектом, хорошо выделяются (рис. 8с). Описанную процедуру можно образно представить как

снятие шкурок разной толщины с половинки картофелины с последующим размещением этой шкурки на плоскости. В зависимости от толщины срезаемого слоя можно проявить рельеф разного масштаба.

2.2.3 Применение методов высокочастотной фильтрации

Идея метода состоит в усилении имеющихся в спектре особенностей путем обработки спектра высокочастотным фильтром. Процедура выполнения высокочастотной фильтрации спектра технически аналогична процедуре проведения низкочастотной фильтрации, разница заключается лишь в весовой функции. Ниже представлены типичные маски, используемые для выполнения высокочастотной фильтрации:

$$H_4 = \frac{1}{9} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}, H_5 = \frac{1}{10} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix},$$

$$H_6 = \frac{1}{16} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}. \quad (7)$$

При обработке изображений эти маски часто используются для подчеркивания границ изображения. В зависимости от вида маски изменяется степень детальности выявления структур и устойчивость процедуры относительно шумовой компоненты спектра. Применение масок 4 и 5 с последующим вычитанием из исходной матрицы обработанной позволило выделить структуры, показанные на рис. 9а,б. Применение маски 6, создающей наибольший, по сравнению с предыдущими, скачок яркости на границе изображения, приводит на несглаженном спектре к излишним осплываниям, обусловленным статистикой отсчетов в каналах исходного распределения (рис. 10а,б). Предварительное слабое сглаживание (рис. 10с,д) увеличивает устойчивость процедуры к флуктуациям отсчетов и позволяет получить одно из самых контрастных по сравнению с другими методами фильтрации изображение (рис. 10е).

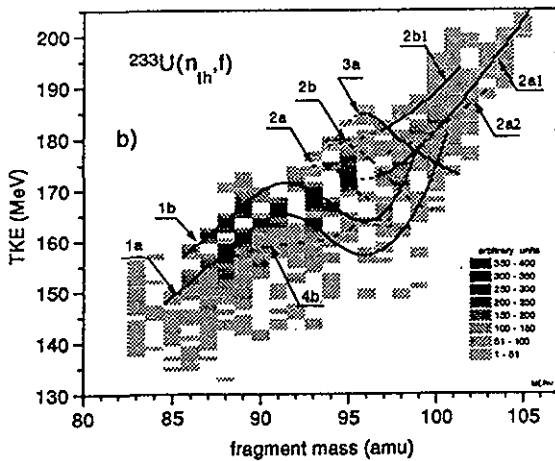
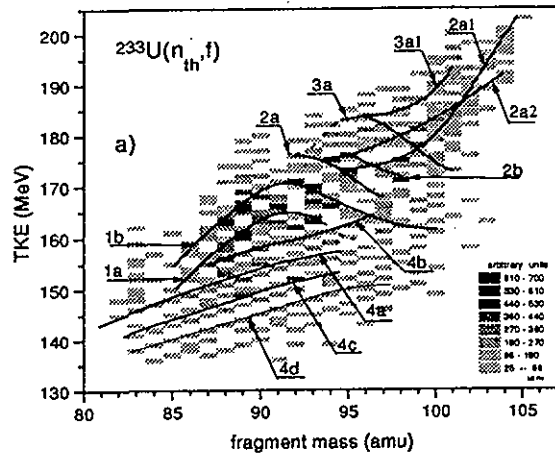


Рис. 9. Структуры, полученные обработкой распределения E_k - M фильтрами, служащими для обострения границ изображения: а) – с помощью маски 4, б) – с помощью маски 5

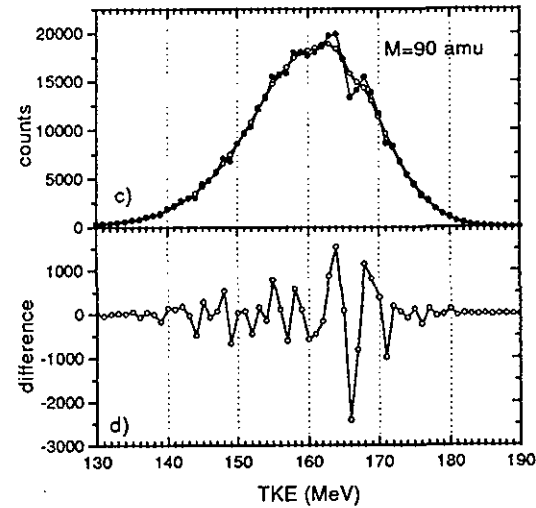
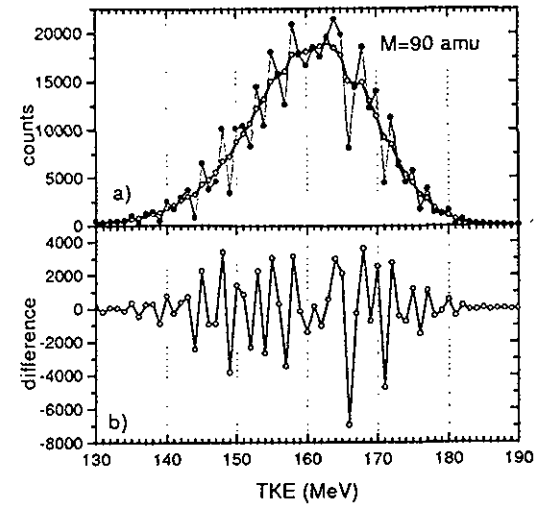


Рис. 10. а) Сечение массово-энергетического распределения для $M = 90$ а.е.м. (сплошная жирная линия, соединяющая белые точки), черные точки – значения, полученные применением фильтра, обостряющего контуры изображения; б) пики, полученные применением фильтра к несглаженному по сечениям $M = const$ спектру; в) черные точки – результат воздействия фильтра на сечение $M = 90$ а.е.м. после слабого сглаживания ($\alpha = 2$ в формуле (6)); д) пики, найденные в сглаженном сечении; е) тонкие структуры, полученные фильтрацией сглаженного распределения

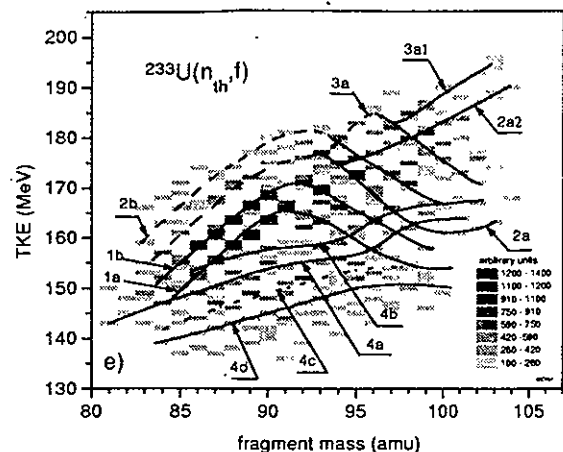


Рис. 10e

2.2.4 Полосовой фильтр

На базе описанных выше фильтров можно синтезировать полосовой фильтр, использование которого оказывается эффективным для выделения особенностей с достаточно узкой частотной характеристикой. Способ реализации такого фильтра удобнее всего продемонстрировать на частотном языке. Предположим, что выделяемая нами особенность находится в области А (рис. 11a) частотного спектра. Тогда для выделения такой особенности можно использовать следующий алгоритм. Проведем двухуровневое сглаживание исходного спектра, т.е. сгладим исходный спектр фильтрами с разными граничными частотами 1 и 2. Спектр, являющийся разностью сглаженных спектров, имеет частотную характеристику $F(\omega)$, изображенную на рис. 11b. Полосовой фильтр позволяет подавить как низкочастотную, так и высокочастотную (шумовую) составляющие спектра. Двумерная матрица, полученная описанным выше способом, приведена на рис. 12. Уровни сглаживания подбирались экспериментально. Рисунки 12a и 12b отличаются только величиной порога, выше которого отсчет в конкретном канале маркируется штриховкой в соответствии с таблицами, при-

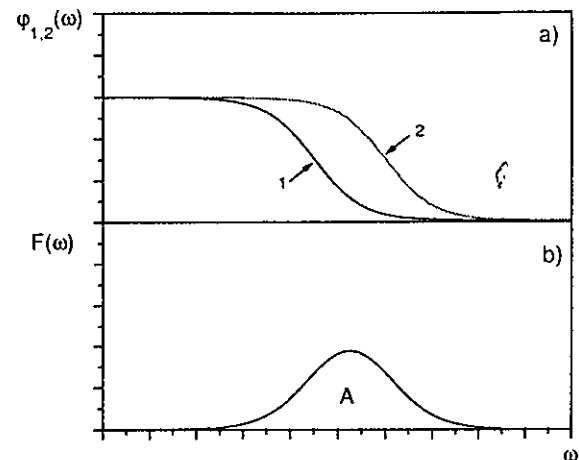


Рис. 11. Схема построения полосового фильтра: $\varphi_{1,2}(\omega)$ - частотные характеристики фильтров с граничными частотами а и b соответственно. $F(\omega)$ - частотная характеристика спектра, полученного вычитанием спектров, сглаженных фильтрами (2) и (1)

веденными на рисунках. На рис. 12b таким образом представлены структуры, проявляющиеся наиболее отчетливо. Этот же рисунок может служить иллюстрацией очевидной зависимости: выше порог, меньше шумовой "засев" изображения, но и меньше проявленных деталей в искомым структурах. К такому же результату - сокращению числа выявленных деталей - приводит и уменьшение полной статистики в анализируемом распределении. На рис. 13 показаны структуры, полученные обработкой распределения со статистикой в 8 раз меньшей, чем в предыдущих случаях. Этот рисунок демонстрирует, таким образом, и уровень статистической обеспеченности обсуждаемых структур.

Результирующая карта тонкой структуры массово-энергетического распределения ПД $^{234}\text{U}^*$, не связанной с проявлением протонного четно-нечетного эффекта, показана на рис. 14. На рисунке соединены воедино все обнаруженные фрагменты, отчетливо проявившиеся хотя бы на одной из карт тонкой структуры, представленных в разделе 2.2. С некоторыми вариан-

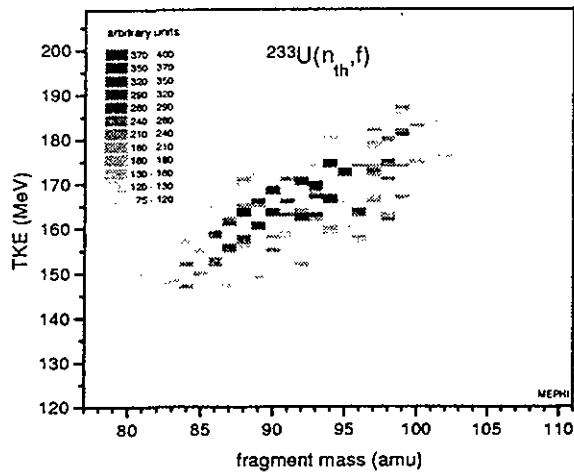
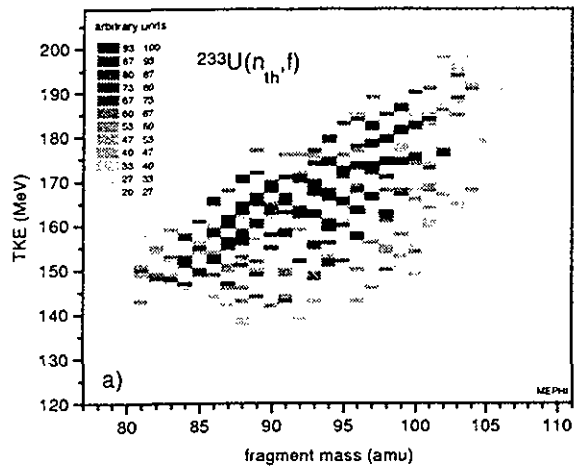


Рис. 12. Структуры, выделенные полосовым фильтром на базе слайда. Рисунки а) и б) отличаются величиной порога, выше которого начинается маркировка штриховкой отсчетов в каналах

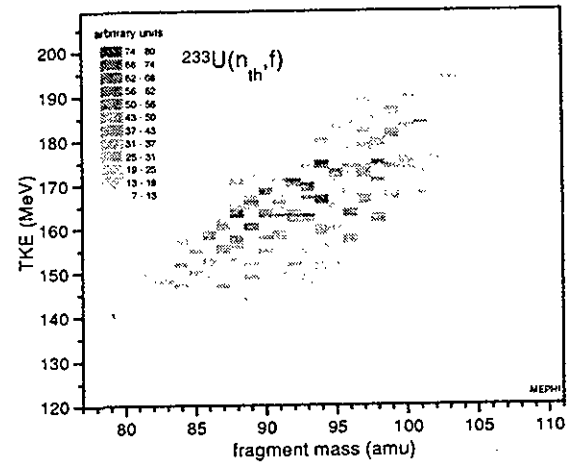


Рис. 13. Структуры, выделенные полосовым фильтром. Полное число отсчетов в исходной матрице уменьшено в восемь раз по сравнению с ранее анализировавшейся матрицей

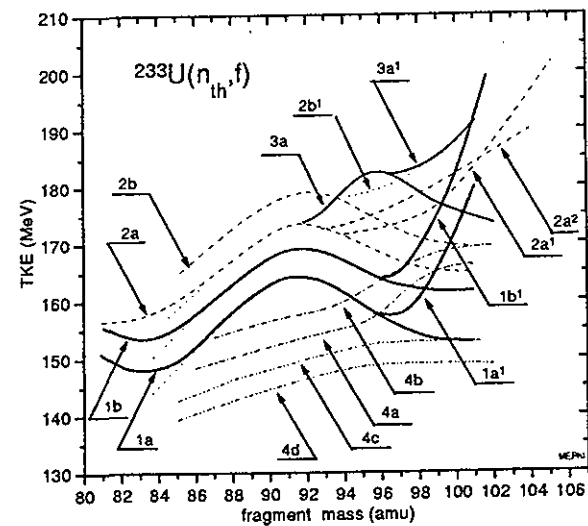


Рис. 14. Результирующая карта тонкой структуры массово-энергетического распределения осколков деления $^{233}\text{U}(n_{th}, f)$, не связанной с проявлением протонного четно-нечетного эффекта

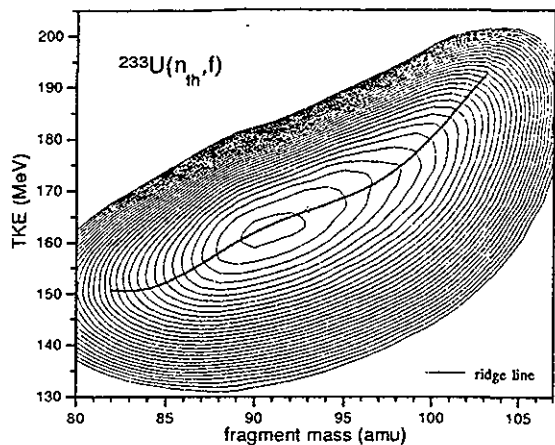


Рис. 15. Контурная карта экспериментального массово-энергетического распределения ПД для реакции $^{233}\text{U}(n_{th}, f)$

циями наблюдаются два существенно различных типа структур: семейства, помеченные цифрами 1, 2, 3 и семейство 4. Наиболее контрастные линии семейства 1 хорошо коррелируют с глобальной структурой E_k - M -распределения ПД $^{234}\text{U}^*$ в виде изогнутого хребта, как это следует из рис. 15.

Результаты расчетов, представленных в работе [12], позволили связать структуры семейства 4 с делением ядра из полностью кластеризованного состояния.

3 Тестирование алгоритмов выделения тонкой структуры

3.1 Получение тестовых спектров

Ранее описанные алгоритмы выделения тонкой структуры были оттестированы на специально смоделированных распределениях для выявления возможных методических погрешностей при их применении и выбора оптимальных параметров фильтров. Были смоделированы тестовые распределения. В качестве основы было

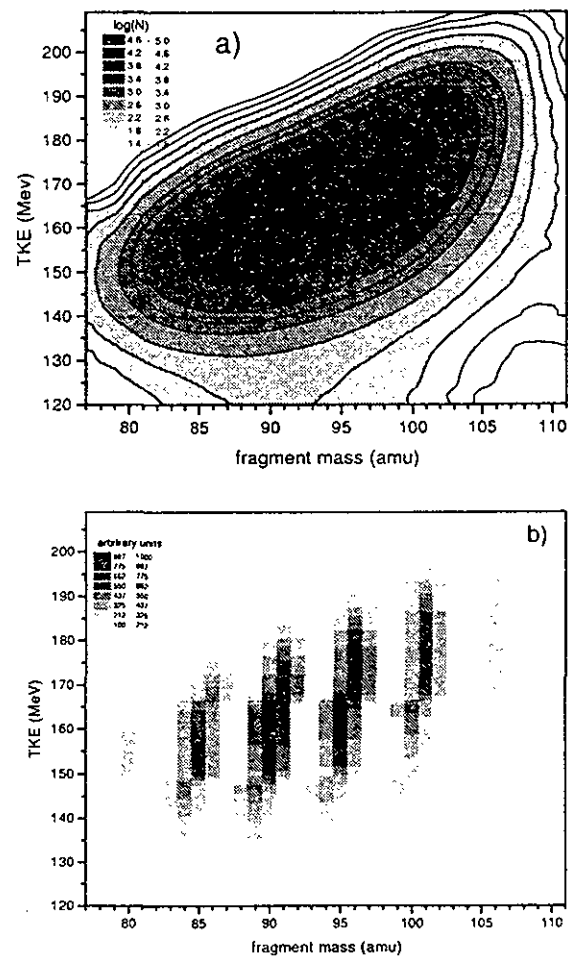


Рис. 16. а) Гладкое распределение-подложка, полученное сглаживанием экспериментального E_k - M -распределения ПД $^{234}\text{U}^*$; б) смоделированные вертикальные хребты, обусловленные протонным четно-нечетным эффектом; в) модель W-образных хребтов

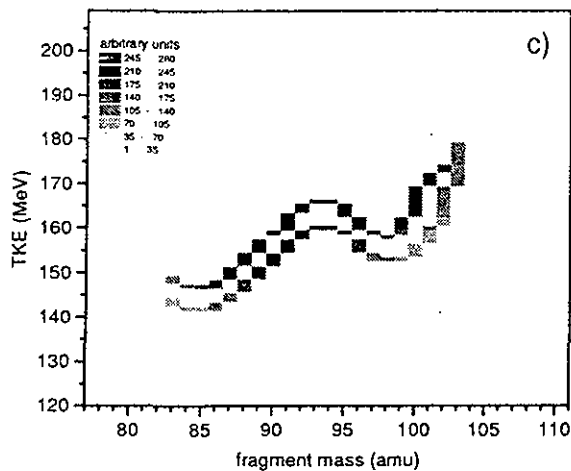


Рис.16с

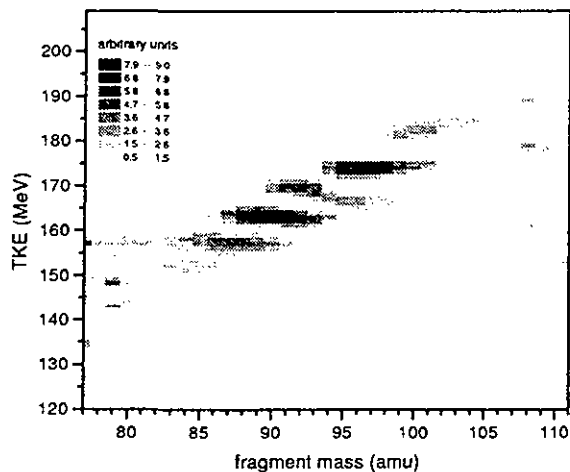


Рис. 17. Структуры, обусловленные погрешностью метода полосовой фильтрации

взято реальное массово-энергетическое распределение ПД $^{234}\text{U}^*$, сильно сглаженное двумерными фильтрами (рис. 16а) так, чтобы на нем заведомо не осталось никаких тонких структур. На полученную таким образом гладкую подложку накладывались отдельно смоделированные структуры:

- i) набор почти перпендикулярных оси масс хребтов, в дальнейшем называемых вертикальными, – рис. 16b (модель структуры, обусловленной протонным четно-нечетным эффектом);
- ii) два W-образных хребта, предположительно связанных с проявлением некоторой делительной моды, – рис. 16с.

К отсчету в каждом канале полученного распределения добавлялась случайная величина, распределенная по закону Пуассона. Далее те же математические процедуры, которые до этого применялись для обработки реальных спектров, применялись к тестовому спектру. При этом, с учетом истинного вида тонких структур, контролировалось качество их отображения (выделения) и возникновение методических погрешностей.

3.2 Результаты тестирования

Как уже отмечалось в разделе 2, выделение W-образных хребтов с максимальным подавлением вертикальных реализуется, если полосовой фильтр применяется к сечениям $M = \text{const}$ анализируемого массово-энергетического распределения. Наибольшая контрастность изображения получалась при этом для двухуровневого сглаживания с параметром α в формуле (6), близким к значениям 3 и 0,2 соответственно. Ниже приводятся результаты тестирования такого полосового фильтра. Результат обработки фильтром распределения-подложки представлен на рис. 17. В результирующем спектре обнаружилось периодические структуры, которые надо трактовать как ошибку метода, ибо исходное распределение гладкое. Причина возникновения ложных структур заключается в наличии осцилляций сглаженного спектра относительно исходного. Осцилляции спектра после фильтрации относительно исходной гладкой подложки обусловлены степенью гладкости интерпо-

лирующего многочлена (сплайна), использованного для построения фильтра. Гладкость сплайна задается параметром α и всегда меньше гладкости спектра-подложки. Отмеченных осцилляций не будет, если в качестве весовой функции фильтра выбрать, например, гауссиан. В этом случае, однако, существенно ухудшаются возможности выделения пиков, формирующих тонкую структуру на склонах гауссоподобной подложки, где сглаженный спектр идет систематически выше исходного (рис. 18). Амплитуда ложного пика, возникающего при однократном воздействии на подложку фильтра, основанного на выражении (6), составляет в области максимума распределения 50 отсчетов (т. е. относительная методическая погрешность $\delta \approx 0,3\%$). Для полосового фильтра максимальная погрешность уменьшается до 7 отсчетов ($\delta \approx 0,05\%$) и мало меняется при изменении α в ранее выбранном диапазоне. Таким образом, можно констатировать, что методическая погрешность, возникающая при выделении структурных особенностей полосовым фильтром, построенным на базе кубического сплайна, оказывается по крайней мере на порядок меньше величины искомого эффекта.

Результаты выявления искомых W-образных хребтов по мере включения очередного фактора сложности задачи: вертикальных хребтов, куполообразной подложки, статистических флуктуаций в числе отсчетов в каналах распределения (пуассоновского шума) — представлены на рис. 19. На рис. 19а показана структура, полученная обработкой распределения, являющегося суммой модели W-образных хребтов и постоянного фона. Результат обработки тестового распределения, являющегося суммой наклонных, W-образных хребтов и постоянного фона, представлен на рис. 19б. Если постоянный фон заменяется куполообразной подложкой, то выявленная структура выглядит, как на рис. 19с. Наконец, наложение пуассоновского шума максимально приближает тестовый спектр к реальному. Результаты обработки для этого случая представлены на рис. 19д.

Результаты тестирования можно прокомментировать следующим образом. Применение полосового фильтра к сечениям $M =$

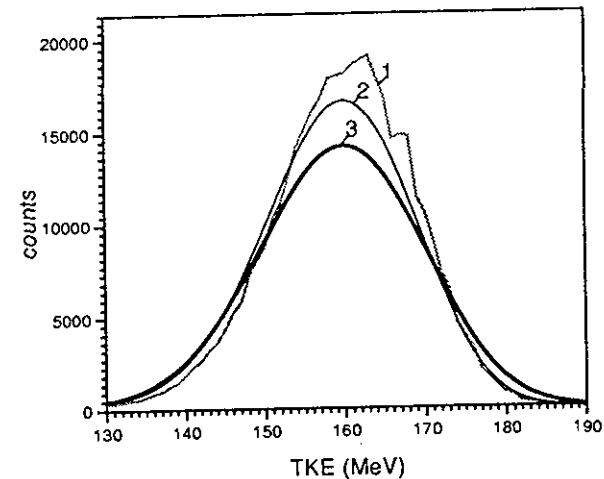


Рис. 18. Сглаживание сечения $M = 90$ а.е.м. E_k-M -распределения гауссовскими фильтрами разной ширины: 1 - несглаженное сечение; 2,3 - результаты сглаживания гауссовскими фильтрами разной ширины

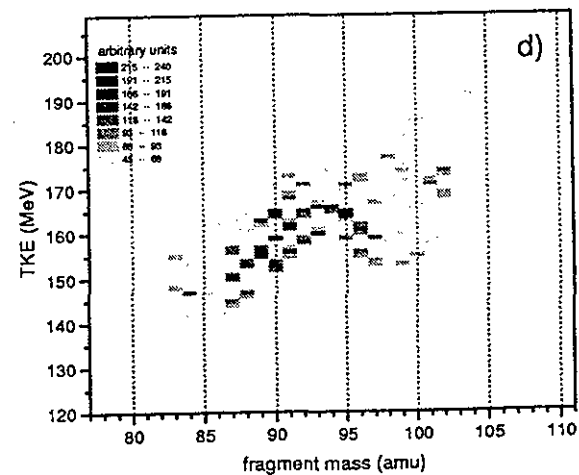
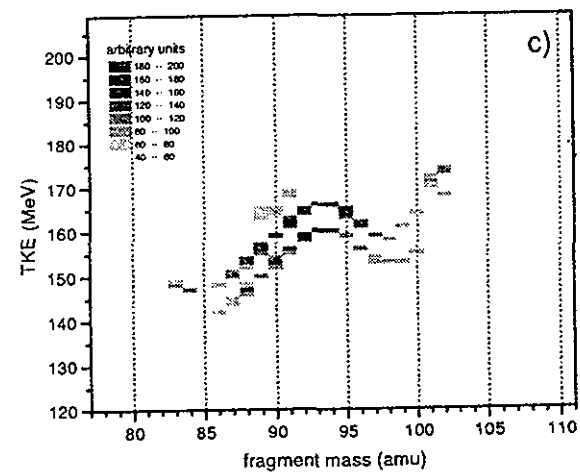
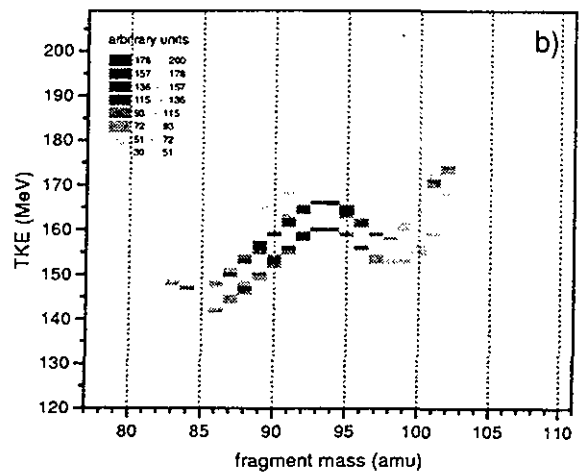
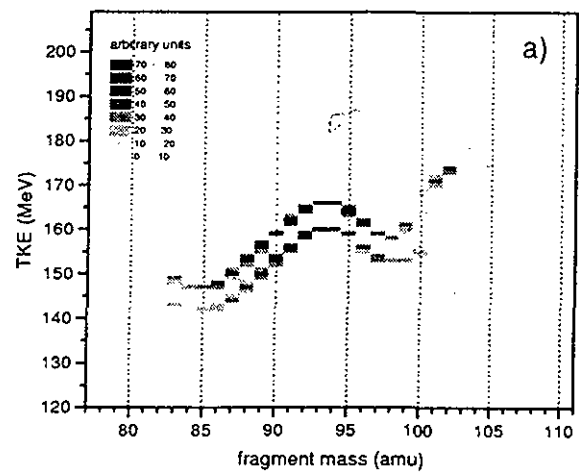


Рис. 19. Выявление с помощью полосового фильтра: а) W -образных хребтов на постоянном фоне; б) суперпозиции наклонных и W -образных хребтов на постоянном фоне; в) суперпозиции наклонных и W -образных хребтов на куполообразной подложке; д) то же, что в предыдущем случае, но с наложением пуассоновского шума

Рис.19с,д

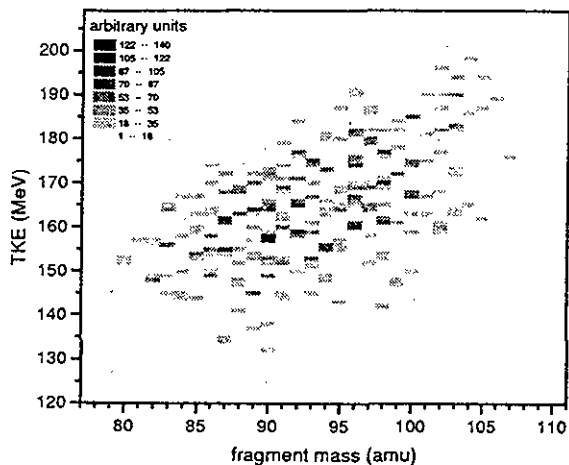


Рис. 20. Результат применения полосового фильтра к распределению, состоящему из пуассоновского шума, порожденного флуктуациями числа отсчетов в каналах распределения-подложки

$const$ позволяет эффективно подавить структуру из наклонных хребтов, за исключением областей, где хребты сдвигаются по горизонтали - т.е. имеется резкий перепад выхода в соответствующем сечении $M = const$. В результате в окрестностях точек (90 а.е.м., 162 МэВ) и (96 а.е.м., 162 МэВ) на рис. 19b и рис. 19c видны проявления структур, связанных с четно-нечетным эффектом. В то же время близкие к вертикальным элементы W-образных хребтов выявляются значительно менее отчетливо, чем горизонтальные (см. рис. 16c и рис. 19). При заданной величине эффекта легко оценить объем статистики, необходимый для статистически достоверного выделения эффекта. Так, если величина эффекта составляет 4% от фона (подложки), число отсчетов в каналах, где ищется пик, должно быть $\approx 2 \cdot 10^3$. Из рис. 16a видно, что при 4%-ной величине эффекта искомые W-образные хребты целиком лежат в области статистической обеспеченности. Выявление эффекта такой величины и демонстрирует рис. 19d.

В порядке качественной иллюстрации действенности критериев выявления заранее не известной структуры, перечисленных в разделе 2, на рис. 20 приводится результат обработки полосовым фильтром пуассоновского шума, порожденного флуктуациями числа отсчетов в каналах гладкой куполообразной подложки. Случайное формирование структур, показанных на рис. 14, представляется пренебрежимо маловероятным.

4 Заключение

В работе обсуждаются методы выявления структурных особенностей разного масштаба в двумерных распределениях наблюдаемых переменных на примере массово-энергетического распределения осколков деления ^{252}Cf и $^{234}\text{U}^*$. Показано, что для выявления gross-структуры двумерного распределения, т.е. распределения с характерными ширинами спектральных компонент, сопоставимых с полной шириной сечений анализируемого распределения, эффективно использование карты линий уровня условного двумерного распределения. Такое представление позволяет проследить ли-

нии регрессионной зависимости между переменными x_1 и x_2 вида $x_2 = \max(P(x_1|x_2))$, где оператор \max выделяет локальные максимумы распределения $P(x_1|x_2)$.

Рассмотрена задача выделения тонкой структуры двумерного распределения в конкретной постановке поиска образа делительной моды в пространстве переменных масса - энергия осколков деления. Из физических соображений можно ожидать, что искомым образом должен представлять собой разновысокий хребет повышенных выходов осколков на куполообразной гладкой подложке. Форма хребта или, точнее, хребтов, с учетом мультимодальности процесса деления, априорно не задана. Поставленная задача разделяется на две:

- i) выделение статистически значимых точек локально повышенного выхода, не связанных с известной структурой, продуцируемой протонным четно-нечетным эффектом, в виде последовательности хребтов, почти параллельных оси энергий;
- ii) объединение таких точек собственно в структуру, т.е. соединение их некоторой непрерывной линией.

Первая часть задачи решалась известными методами поиска пиков в линейчатых спектрах и методами повышения контрастности зашумленных изображений. Тестирование алгоритмов на специально смоделированных тестовых распределениях, близких к реальным, позволило подобрать оптимальные параметры фильтров для выделения искомым структур и установить границы методической погрешности их применения. Сложная топография поверхности, на которой отыскиваются хребты, не связанные с проявлением четно-нечетного эффекта, обуславливает неодинаковую контрастность выделения разных фрагментов искомым структур разными фильтрами. Полная картина реконструировалась поэтому в виде суперпозиции фрагментов, надежно выделенных несколькими фильтрами, с визуальным контролем наличия особенности (локального пика) в выделенных фильтром каналах исходной матрицы. Необходимая статистическая обеспеченность найденных структур контролировалась фактом их воспроизведения при пошаговом уменьшении полного числа событий в исходной матрице вплоть до 0,1 от начального.

Вторая часть задачи - конструирование структуры из выделенных точек повышенного выхода - решалась эвристически в рамках сформулированных в работе критериев (раздел 2.2), основанных на общих качественных представлениях о неслучайном характере искомой структуры и ее физической природе. Резюмирующая настоящее исследование карта тонкой структуры E_k - M - распределения осколков деления в реакции $^{233}\text{U}(n_{th}, f)$, не связанной с проявлением протонного четно-нечетного эффекта, представлена на рис. 14.

Благодарности

Авторы выражают признательность Ю.П. Гангрскому за полезные замечания к рукописи и Ю.Э. Пенюшкевичу за поддержку настоящей работы.

Список литературы

- [1] V.V. Pashkevich - Nucl. Phys. A 169 (1971) 275.
- [2] U. Brosa, S. Grossnan and A. Müller - Phys. Reports, v. 197 (1990) 167.
- [3] Yu.V. Pyatkov, V.V. Pashkevich, Yu.E. Penionzhkevich, V.G. Tishchenko, A.V. Unzhakova, H.-G. Orllepp, P. Gippner, C.-M. Herbach, W. Wagner - Nucl. Phys. A624 (1997) 140.
- [4] G.A. Korn and T.M. Korn - Mathematical Handbook for Scientists and Engineers (New York, Toronto, London, 1961).
- [5] P. Müller and R.J. Nix - Atomic Data and Nuclear Data Tables 26 (1981) 165.
- [6] U. Quade, K. Rudolph, S. Skorka, P. Armbruster, H.-G. Clerc, W. Lang, M. Mütterer, C. Schmitt, J.P. Theobald, F. Gönnenwein, J. Pannicke, H. Schrader, G. Siegert and D. Engelhardt - Preprint Institut für Kernphysik IKDA 88/4.
- [7] У. Прэтт. Цифровая обработка изображений. В 2-х книгах. М.: Мир, 1992.
- [8] Н.Г. Волков, В.А. Христофоров, Н.П. Ушакова. Методы ядерной спектроскопии. М.: Энергоатомиздат, 1990.

- [9] A.A. Alexandrov; I.A. Alexandrova, A.V. Ermolenko, Yu.K. Korjuk, D.S. Nikulin, Yu.F. Pevchev, S.L. Podshibyakin, Yu.V. Pyatkov, S.I. Sitnikov, A.I. Slyusarenko A.N. Shemetov and R.A. Shekhnametiev - NIM A 303 (1991) 323.
- [10] J. Aichelin – Phys. Rep. 202 (1991) 233.
- [11] C. Dorso and P.E. Balonga – Phys. Rev. C 50 (1994) 991.
- [12] Yu.V. Pyatkov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, V.G. Tishchenko - Nucl. Phys. A 611 (1996) 355.
- [13] Ю.С. Завьялов. Методы сплайн-функций. М.: Мир, 1982.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 марта 1998 года.