

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



СЗ44.12

Д-445

12/10-76

P13 - 9458

1317/2-76

А.Ю.Дидык, Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков

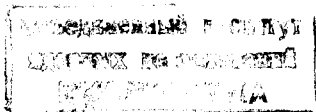
ВЫНУЖДЕННЫЕ И СОБСТВЕННЫЕ ПУЛЬСАЦИИ  
ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОМ ВОДОРОДЕ  
ПОД ДЕЙСТВИЕМ УЛЬТРАЗВУКА

**1976**

P13 - 9458

А.Ю.Дидык, Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков

ВЫНУЖДЕННЫЕ И СОБСТВЕННЫЕ ПУЛЬСАЦИИ  
ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОМ ВОДОРОДЕ  
ПОД ДЕЙСТВИЕМ УЛЬТРАЗВУКА



## S U M M A R Y

The theoretical considerations of vapour bubble dynamics in a hydrogen bubble chamber are given. This system of equations takes into account heat and mass exchange between a bubble and liquid. The vapour in the bubble is described with the real gas equation of state. The effect of resonant and self-frequency pulsations of the bubble is investigated. A set of temperature distributions in the surrounding liquid during the bubble chamber cycle having the self-temperature waves is presented. As far as our knowledge goes, self-temperature waves in liquid are generated by temperature changes on the bubble surface with bubble auto-oscillations. The effect of static pressure in liquid on the self-frequency pulsations is considered and the increasing of the static pressure causes the amplitude decrease of the self-frequency pulsation, because the full pulsation amplitude is decreased. The pulsation amplitude is caused by the bubble auto-oscillations. From the solution of the system of equations by numerical methods the possibility of taking into account the temperature waves depends upon the dimensionless space step in the equation of heat conductivity. Comparison of the numerical solution of the equation of heat conductivity with the different values of the dimensionless space steps is given.

The consideration of the operation of the ultrasonic bubble chamber in conditions when the bubble grows to visible dimensions and collapses during the first cycle of ultrasound in the constriction phase is given. The results of numerical calculations have shown that the effect of thermodynamic parameters is small in comparison with the frequency and amplitude of ultrasound on the bubble growth phase. But the question whether a bubble collapses in the constriction phase or oscillated at the self-frequency, can be solved only in the framework of irreversible thermodynamics.

В данной работе исследуется роль вынужденных и собственных пульсаций в динамике парового пузырька в жидком водороде, находящемся в ультразвуковом поле. В частности, рассматриваются температурные волны в жидкости, обусловленные автоколебаниями пузырька. Собственные пульсации существенны для достаточно больших пузырьков  $R \gg 10^{-6}$  см, которые будут далее рассматриваться. Это позволяет пренебречь силами поверхностного натяжения. Поведение такого пузырька описывается следующей системой уравнений:

$$R\dot{U}_R + 2\dot{R}U_R - U_R^2/2 = [P(t) - P_0 + P_1 \sin(2\pi f t)]/\rho, \quad (1)$$

$$\dot{R} = (U_R \rho + R \dot{\rho}/3)/(\rho - \rho'), \quad (2)$$

$$\frac{dP'}{dt} = \frac{3}{R} \cdot \frac{\kappa \cdot \partial T / \partial R - \rho' L \cdot \dot{R}}{L \cdot d\rho'/dP' + C_s \rho' dT'/dP'}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{R^2 U_R}{r^2} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{D}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot (r^2 \frac{\partial T}{\partial r}). \quad (4)$$

Здесь  $R(t)$  - радиус пузырька,  $U_R$  - радиальная скорость движения жидкости на поверхности пузырька,  $P'$  - давление пара,  $P_0$  - статическое давление в жидкости,  $P_1$  - амплитуда,  $f$  - частота

та ультразвукового поля,  $t$  - время,  $\rho$  и  $\rho'$  - плотности жидкости и пара,  $K$  и  $D$  - коэффициенты тепло- и температуропроводности жидкости,  $\lambda$  - теплота парообразования,  $C_s$  - теплоемкость насыщенного пара вдоль кривой фазового равновесия,  $\partial T / \partial R$  - градиент температуры в жидкости на поверхности пузырька.

Пренебрежение инерцией жидкости и, следовательно, собственными пульсациями, приводит к соотношению

$$P'(t) = P_0 - P_1 \sin(2\pi f t). \quad (5)$$

Левая часть уравнения (3) при этом становится известной функцией времени, а система уравнений (2)-(5) оказывается замкнутой. Вследствие ковариантности уравнений (2)-(5) относительно преобразования независимых переменных<sup>/1/</sup>, зависимости среднего радиуса пузырька от времени  $\bar{R}(t)$  для различных частот ультразвука, полученные в результате численного решения этих уравнений, могут быть представлены в виде универсальной для всех частот зависимости  $\bar{R}^2 f$ . Эта зависимость показана на рис.1 сплошной кривой, состоящей из участка роста, асимптотически переходящего в плато, на котором средний радиус пузырька остается неизменным, так как устанавливается динамическое равновесие между выпрямленной и статической тепловыми диффузиями, так что имеет место соотношение

$$\bar{R}_\infty = \text{const} / \sqrt{f}. \quad (6)$$

Это соотношение впервые было получено в работе<sup>/2/</sup>, однако только сейчас ясен его физический смысл, как следствие ковариантности уравнений (2)-(5).

Система уравнений (2)-(4), учитывающая инерцию жидкости, неинвариантна, и её решения, показанные на рис.1 пунктиром, не обладают свойством универсальности. Однако видно, что в течение некоторого времени, определяемого частотой ультразвукового поля, решения обеих систем совпадают. По мере роста пузырька и приближения его резонансной частоты к частоте ультразвука кривые расходятся, так как существенную роль начинают играть пульсации пузырька на собственной частоте. Исследуем характеристики собственных пульсаций в окрестности асимптотического радиуса более подробно.

На рис.2, 3 показаны зависимости  $R(t)$  при различных амплитудах ультразвука и значениях статического давления в жидкости.

Видно, что амплитуды собственных и вынужденных пульсаций сравнимы  $\Delta R_{\text{рез}} / \Delta R = 0,21$ , хотя отношение частот  $f_{\text{рез}} / f \sim 10$ . Таким образом, при учете инерции жидкости асимптотическое равновесие между выпрямленной и статической диффузиями устанавливается в соответствии с эффективными частотами и амплитудами пульсаций пузырька. Вследствие того, что эффективная частота пульсаций оказывается выше вынужденной частоты, значение асимптотического радиуса пузырька оказывается меньше, чем оно получается в безынерционном случае, в согласии с соотношением (6).

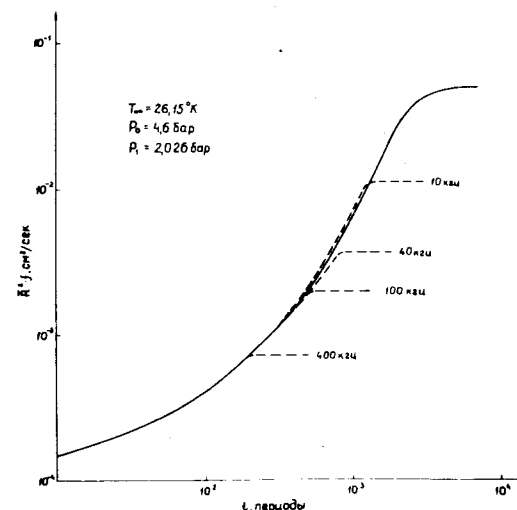


Рис. 1.

Инерция жидкости существенна для высоких частот, поэтому с увеличением частоты отклонения от универсальной зависимости  $\bar{R}^2 f$  наступают раньше. Сплошная кривая на рис.1 представляет собой предельный случай пунктирных кривых при  $f \rightarrow 0$ .

Из рис.2 видно, что увеличение амплитуды ультразвука до  $P_1 = 3,039$  бар приводит к усилению собственных пульсаций  $\Delta R_{\text{рез}} / \Delta R = 0,27$ , которые начинают возбуждаться при меньших размерах пузырька и большем отношении  $f_{\text{рез}} / f$ , что приводит к установлению асимптотического равновесия при меньших значениях радиуса пузырька<sup>/3/</sup>.

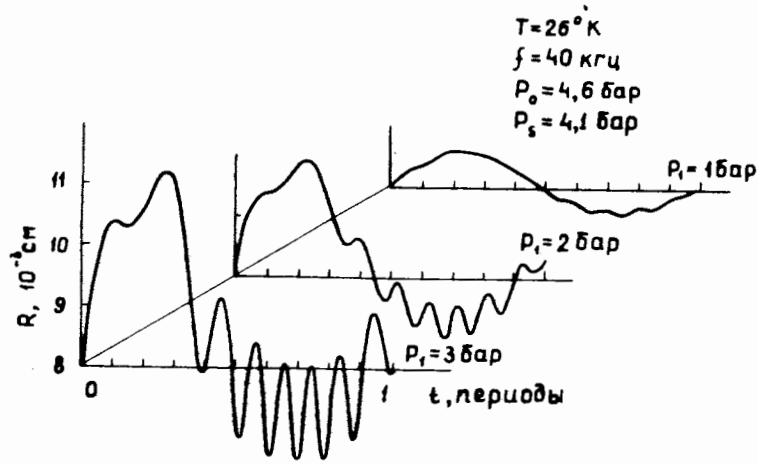


Рис. 2.

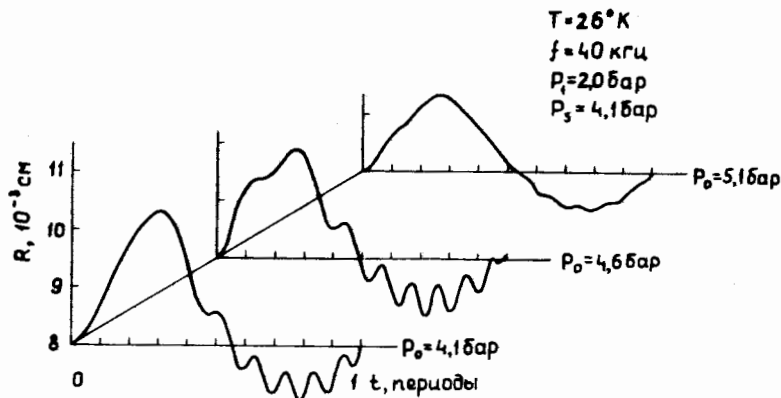


Рис. 3.

Из рис.3 видно, что увеличение статического давления до  $P_0 = 5,1 \text{ бар}$  по сравнению с  $4,6 \text{ бар}$  сильно подавляет собственные пульсации, так как уменьшается полная амплитуда пульсаций, возбуждающая автоколебания пузырька, и кроме того, система выводится из резонанса. При понижении давления оба эффекта действуют в

противоположные стороны, поэтому амплитуда автоколебаний меняется мало. Указанные эффекты также находят свое отражение в зависимости асимптотического радиуса от величины статического давления /2/. Подробные характеристики собственных пульсаций парового пузырька в жидком водороде при  $T = 26^\circ \text{K}$ ,  $P_0 = 4,6 \text{ бар}$ ,  $P_1 = 2,026 \text{ бар}$  приведены в таблице.

Т а б л и ц а

$f$ , кгц	400	100	40	10
$R_{\infty}$ , см	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$4,43 \cdot 10^{-2}$	$9,52 \cdot 10^{-3}$	$3,39 \cdot 10^{-2}$
$f_{res} / f$	6	8	9	11
$\Delta R_{res} / \Delta R$	0,33	0,18	0,21	0,17
$R_{\infty} \cdot f_{res}$	3,2	3,4	3,5	3,7

Представляет интерес сравнение резонансных частот пузырьков, полученных по формуле  $f = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{P_0}{\rho}}$ , следующей из линеаризованного уравнения Релея (1), с резонансной частотой, полученной из численного решения системы (1)-(4). Для рассмотренного случая величина  $R_{\infty} \cdot f_{res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{P_0}{\rho}} = 2,4 \text{ см/мсек}$ , что находится в соответствии со значениями, приведенными в последней строке таблицы.

Выше при рассмотрении автоколебаний пузырька обращалось внимание на механическую сторону процесса: учет инерции жидкости с помощью уравнения Релея. Вместе с тем известно, что динамика пузырька существенным образом определяется тепловыми процессами в окружающей его жидкости /1/-/4/. Ниже исследуется влияние температурных волн в жидкости, обусловленных изменениями температуры на поверхности пузырька при его автоколебаниях. При решении задачи численными методами возможность учета тепловых волн определяется величиной пространственного шага в уравнении теплопроводности (4).

В качестве пространственной переменной используется величина  $\nu = R(t)/r$ . В переменных  $\nu$ ,  $t$  уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nu \frac{\dot{R} - U_R \nu^3}{R} \cdot \frac{\partial T}{\partial \nu} = \frac{D}{R^2} \cdot \nu^4 \frac{\partial^2 T}{\partial \nu^2}, \quad (7)$$

-таким образом, длина температурной волны, соответствующая пульсациям асимптотического пузырька на собственной частоте, опреде-

ляется выражением

$$v_{рез} = (D/\rho_{рез} \cdot \bar{R}_0^2)^{1/2} \quad (8)$$

В некоторых случаях  $v_{рез}$  оказывается сравнимой с пространственным шагом  $\Delta V$ , который обычно выбирался в пределах  $5 \cdot 10^{-3} \div 1 \cdot 10^{-2}$ , что много меньше длины тепловой волны в жидкости, обусловленной пульсациями на частоте ультразвука.

Из рис. 4, 5 можно видеть вариации функций  $R(t)$

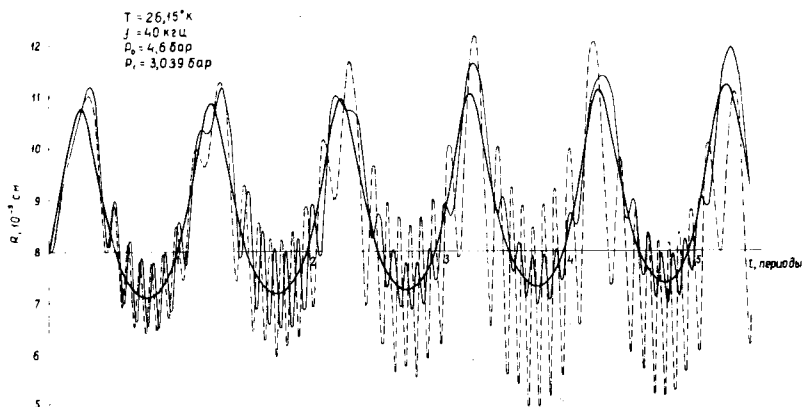


Рис. 4

при изменении  $\Delta V$  в интервале  $4 \cdot 10^{-2} \div 2,5 \cdot 10^{-4}$ . На рис. 4 приведены зависимости  $R(t)$  для  $\Delta V = 4 \cdot 10^{-2}$  - штрихпунктирная кривая и  $\Delta V = 1 \cdot 10^{-2}$  - сплошная тонкая кривая. В первом случае  $\Delta V \sim v_{рез}$ , так что «собственными» температурными волнами фактически пренебрегается, во втором случае  $\Delta V \sim v_{рез} / 4$ , т.е. имеется их грубая оценка. Видно, что поведение кривых заметно различается: в первом случае автоколебания пузырька имеют большую амплитуду, чем во втором, вследствие того, что более точный учет теплообмена между пузырьком и жидкостью всегда уменьшает (демпфирует) пульсации пузырька. Отличается также и поведение среднего радиуса пузырька: в первом случае  $\bar{R}(t)$  падает, во втором - растет.

Сплошная жирная кривая на рис. 4 соответствует зависимости  $R(t)$ , когда  $\Delta V = 1 \cdot 10^{-2}$  и не учитывается инерция жидкости, т.е. является решением уравнений (2)-(5). Видно, что в этом случае собственные пульсации, как и следовало ожидать, отсутствуют. Кроме того, видно, что влияние инерции жидкости на амплитуду вы-

нужденных пульсаций несущественно. Это согласуется с интерпретацией результатов, представленных на рис. 1, относительно того, что возбуждение автоколебаний пузырька приводит к возрастанию эффективной частоты пульсаций пузырька и, следовательно, к понижению его асимптотического радиуса.

На рис. 5 приведены аналогичные зависимости  $R(t)$  для  $\Delta V = 1 \cdot 10^{-2}$  - сплошная тонкая кривая и  $\Delta V = 2,5 \cdot 10^{-4}$  - пунктирная кривая. В этом случае сравнивается грубый и точный учет «собственных» температурных волн. Видно, что амплитуды вынужденных и собственных пульсаций пузырька различаются незначительно.

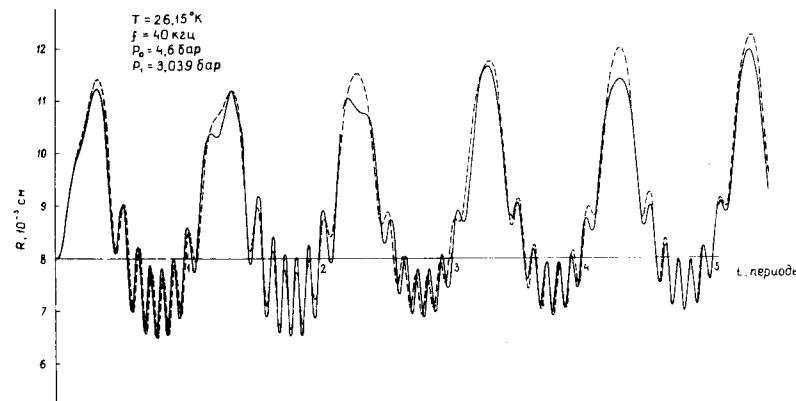


Рис. 5

Вариация функции  $\bar{R}(t)$  на протяжении 15 периодов ультразвукового поля меньше 5%, хотя пространственные шаги  $\Delta V$  различаются в 40 раз.

Чтобы ответить на вопрос, почему даже весьма грубый учет температурных волн, обусловленных собственными пульсациями, позволяет достаточно точно вычислить зависимости радиуса пузырька от времени, необходимо вернуться к соотношениям (7) и (8). Дело в том, что выражение (8) для длины собственной температурной волны в жидкости учитывает только диффузионный поток тепла и не учитывает конвективного, описываемого вторым членом в левой части уравнения (7). Решение этого уравнения численным методом позволяет сравнить вклады диффузионного и конвективного потоков тепла. Вблизи поверхности пузырька они оказываются одного порядка и кроме того направлены в одну сторону, поэтому фактически длина

собственной температурной волны существенно больше, чем следует из равенства (8). Ввиду этого определение зависимости  $R(t)$  с величиной пространственного шага  $\Delta V \sim 10^{-2}$  достаточно для корректного учета не только температурных волн, обусловленных вынужденными пульсациями пузырька, но и для собственных температурных волн.

На рис.6 представлены температурные распределения в жидкости  $T(t_n, V)$  вокруг пузырька в течение одного цикла ультразвукового поля:  $t_n = t_0 + n/10f$ , где  $t = 4/f$ ,  $n = 1 + 10$ , соответствующие пульсациям пузырька, приведенным на рис.5.

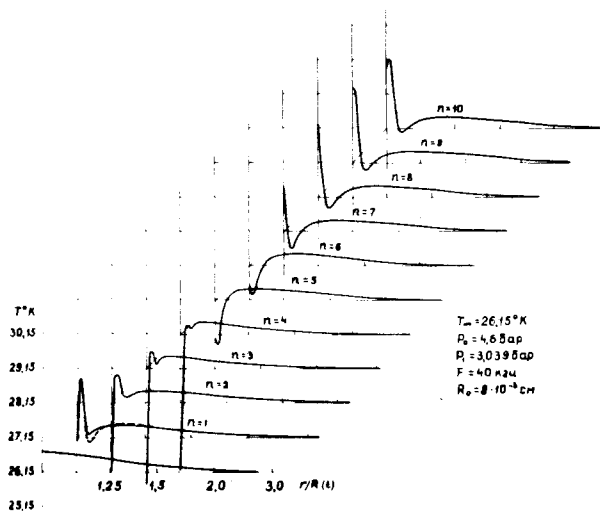


Рис. 6

Первая (ближняя) кривая соответствует начальному температурному распределению  $T_0(V)$ . Рассматриваемый случай характеризуется сильными пульсациями пузырька на собственной частоте. Сплошные кривые получены в результате численного решения уравнений (1)-(3) и (7) при  $\Delta V = 10^{-2}$ . Для сравнения точного и грубого решений приведено в виде пунктирной кривой характерное температурное распределение, полученное с  $\Delta V = 2,5 \cdot 10^{-4}$  при  $n = 1$ . Видно, что различие обоих решений незначительно, причем наибольшей величиной оно достигает в области минимума температурного распределения.

Собственные температурные волны видны в виде небольших пиков на температурных распределениях с  $n = 1+4$ . В то время как из приближенной формулы (8) для длины собственной температурной волны получаем  $\lambda_{рез} \sim 5 \cdot 10^{-3}$ , из распределений, приведенных на рис.6, следует  $\lambda_{рез} \sim 4 \cdot 10^{-2}$ . Таким образом, конвективные потоки тепла в жидкости действительно играют существенную роль, увеличивая длину тепловых волн, и, кроме того, влияние собственных температурных волн учитывается достаточно точно, если пространственный шаг при решении уравнения теплопроводности (7) выбирается равным  $\Delta V \sim 1 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3}$ , что обычно и принималось в численных расчетах.

Исследование динамики пузырьков в жидком водороде под действием ультразвукового поля предпринято в связи с экспериментами

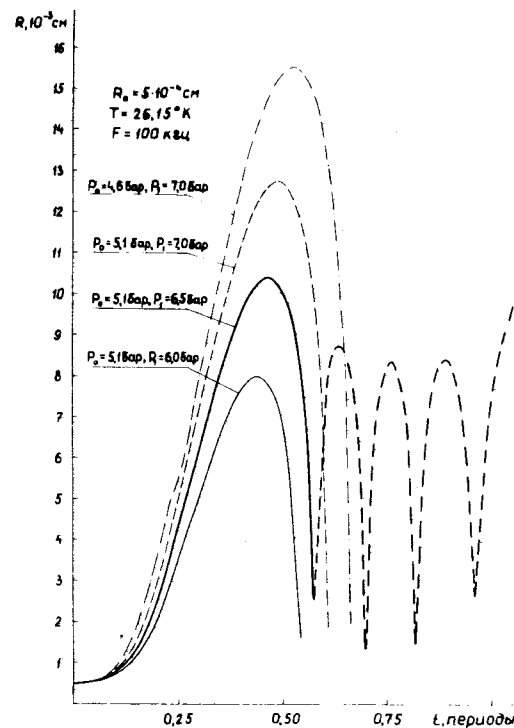


Рис. 7

по созданию ультразвуковых пузырьковых камер<sup>5,6/</sup>. В большинстве теоретических работ, посвященных этим вопросам, рассматривается рост паровых пузырьков вследствие эффекта выпрямленной или направленной тепловой диффузии<sup>2-4/</sup>.

Однако представляет интерес также такой режим работы ультразвуковой пузырьковой камеры, когда пузырьки достигают видимого размера, а затем захлопываются в течение одного периода ультразвукового поля, так как именно в таком режиме может быть достигнуто максимальное быстродействие ультразвуковой пузырьковой камеры. Для того чтобы иметь представление о том, какими параметрами должна обладать излучающая ультразвуковая система для обеспечения рассматриваемого идеального в некотором смысле режима работы, на рис.7 и 8 приведены полученные в результате решения уравнений (I)-(4) характерные зависимости  $R(t)$  в течение одного периода, причем в качестве видимого принят размер пузырька порядка  $1 \cdot 2 \cdot 10^{-2}$  см.

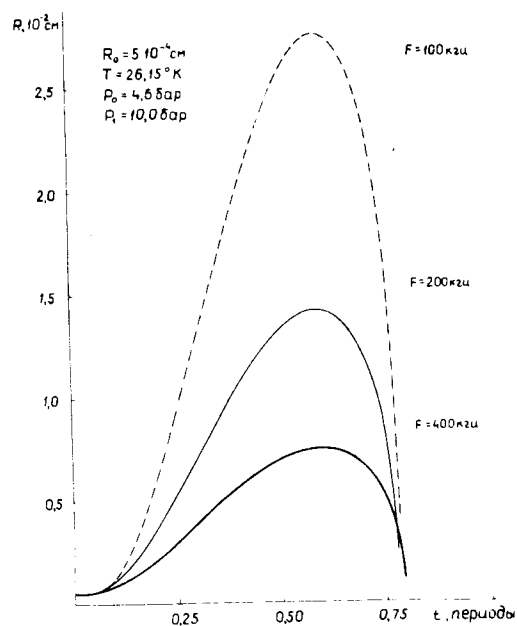


Рис. 8

Видно, что при частотах  $f = 100 \div 200$  кГц и пережатиях порядка 0,5 - 1 бар для реализации "идеального" режима работы необходима амплитуда ультразвукового поля порядка 7-10 бар. Максимальный радиус пузырька сильнее всего зависит от частоты ультразвука, затем от его амплитуды, слабее - от термодинамических параметров.

Вопрос о том, захлопнется ли пузырек в фазе сжатия или будет пульсировать на собственной частоте, как показано для одной из кривых на рис.7 пунктиром, остается, вообще говоря, открытым. Для его однозначного решения требуется анализ поведения парового пузырька при больших скоростях захлопывания, т.е. в окрестности первого минимума зависимости  $R(t)$ , в терминах неравновесной термодинамики с учетом сжимаемости жидкости, что находится за пределами применимости уравнений, использованных в данной работе для исследования динамики пузырька в ультразвуковом поле.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков. International J. Heat and Mass. Transfer 8, 685 (1975)
2. Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков. Акустический журнал 18,433 (1972).
3. Л.Г.Ткачев, В.Д.Шестаков. Акустический журнал 19,273 (1974).
4. В.А.Акуличев, В.Н.Алексеев, В.П.Юшин. Тезисы XI Международного симпозиума по нелинейной акустике, М., МГУ, 1975.
5. В.А.Акуличев, В.Н.Алексеев, В.А.Жуков и др. Международная конференция по аппаратуре в физике высоких энергий, Фраскати, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел

15 января 1976 года