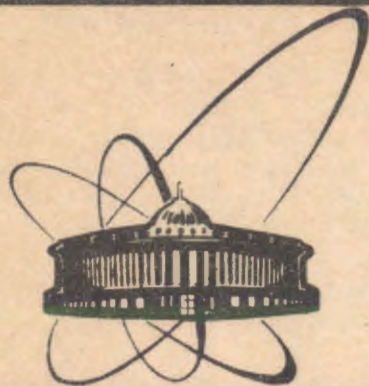


91-515



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P13-91-515

А.Д.Коваленко, И.М.Карпова*, В.В.Титков*

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ
И РЕСУРСА ИМПУЛЬСНОГО СОЛЕНоиДА
УСТАНОВКИ "СЛОН"

*Государственный технический университет,
Санкт-Петербург

1991

Высокие требования к величине ($B_m = 50-60$ Тл) и равномерности распределения поля ($\Delta B/B \leq 2\%$) в рабочем объеме импульсной одновитковой катушки эмульсионного детектора, продиктованные спецификой экспериментов на установке "Слон"^{1,2/}, ставят перед необходимостью проведения подробного анализа термомеханических процессов деформации катушки в результате действия импульсного электромагнитного поля. При этом наибольший интерес представляют данные об остаточных деформациях катушки, возникающих в результате действия импульса сильного магнитного поля. На основании количественных данных об остаточных деформациях может быть выбран безопасный уровень индукции и установлено допустимое количество импульсов, генерируемых катушкой (ресурс), по условию предельно допустимых отклонений геометрии катушки от первоначальной или исходя из предельного уровня локальной пластической (остаточной) деформации. Действие импульсного магнитного поля на проводник имеет комбинированный характер: наряду с электромагнитными силами значительные механические напряжения в объеме катушки вызывает неравномерный, вследствие скин-эффекта, нагрев проводника импульсным током^{3/}. Поэтому расчет процессов пластической деформации соленоида под действием импульса поля, а также остаточных напряжений и деформаций, возможен с помощью весьма сложной математической модели, которая должна описывать следующие электромагнитные и термомеханические явления:

- а) диффузию импульсного электромагнитного поля в стенку соленоида;
- б) джоулев нагрев и теплоперенос в объеме соленоида;
- в) термоупругие напряжения;
- г) пластическое течение, остаточные напряжения и деформации;
- д) циклическое воздействие электромагнитного поля (анализ процессов повторного нагружения).

Учитывая большую сложность математической модели, описание которой дается ниже, целесообразно ограничиться рассмотрением задачи в одномерной постановке, что не приведет к большой ошибке при расчете деформаций вблизи оси симметрии (рис.1). Это, однако, не снимает вопроса об изучении термомеханических и электромагнитных процессов вблизи областей с неоднородными полями сложной геометрии, что предполагается выполнить в дальнейшем.

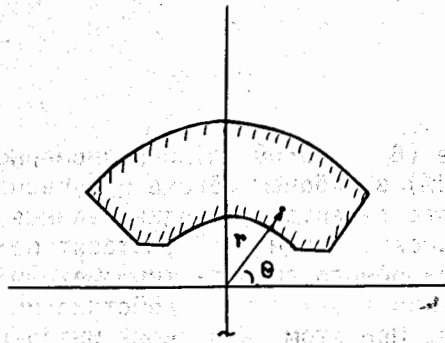


Рис.1. Конфигурация поперечного сечения полюса магнита.

Прежде чем перейти к описанию полной системы уравнений, позволяющей получить решение данной задачи, следует обратить внимание на некоторые особенности упругопластического течения, имеющие первостепенное значение в последующих рассуждениях.

Характеризуя пластичность как способность материала непрерывно и постоянно деформироваться без разрушения при возникновении напряжений, превышающих предел упругости материала, а также учитывая возможность появления остаточных деформаций при снятии нагрузки, приходим к выводу [4], что результирующее значение деформации зависит не только от окончательных значений напряжений, но также и от всей истории изменения напряжений от момента возникновения пластических деформаций.

Поэтому описание задачи упругопластичности, включающее в себя наряду с уравнениями движения и совместности деформаций, являющимися неизменными при работе и в упругой и в пластичной зонах, уравнения, связывающие напряжения и деформации, которые в пластичной зоне становятся нелинейными, возможно при использовании упрощающих процесс решения моделей.

Одна из них - теория течения - устанавливает связь приращения деформации с приращением напряжения для данного напряженного состояния (закон Гука для приращений). Другая - модель упругопластичной среды - позволяет конкретизировать закон изменения напряжений от деформаций. В этом случае в области нагрузок, меньших предела текучести (σ_T), деформирование происходит по закону Гука, устанавливающему пропорциональную зависимость между напряжением и деформацией, при превышении напряжением величины σ_T материал переходит в пластическую область. При этом напряжение становится равным пределу текучести, а процесс нагружения сопровождается ростом пластической деформации.

Таким образом, сформулировав основную цель работы как определение остаточной деформации с целью оценки ресурса системы и изучение влияния на ее величину амплитуды и длительности импульса магнитного поля, можно представить полную математическую модель задачи.

Уравнения, описывающие одномерные осесимметричные деформации упругопластичной среды, возникающие под действием импульс-

ного магнитного поля, в лагранжевой системе координат имеют вид:

уравнение диффузии поля:

$$\frac{dB}{dt} + B \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB) \right); \quad (1)$$

уравнение джоулева нагрева:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\rho(r)}{\mu_0^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB) \right)^2; \quad (2)$$

уравнение движения:

$$\gamma \frac{dV}{dt} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + f_r, \quad (3)$$

$$V = \frac{du}{dt}.$$

С учетом того, что в одномерной постановке имеет место лишь азимутальная составляющая магнитного поля B , а соответствующая ей аксиальная составляющая плотности тока есть

$$j_z = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB) \text{ и } j_\theta = j_r = 0,$$

выражение для электромагнитной силы в радиальном направлении принимает вид

$$f_r = - \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB);$$

уравнение совместности для деформации:

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \delta \epsilon_r = \frac{\partial}{\partial r} (\delta u), \quad (4)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad \delta \epsilon_\theta = \frac{\delta u}{r};$$

закон Гука для приращений деформаций и перемещений:

$$\delta \epsilon_r - (1 + \nu) \beta_t \delta Q = \frac{1 - \nu^2}{E} \left(\delta \sigma_r - \frac{\nu}{1 - \nu} \delta \sigma_\theta \right),$$

$$\delta \epsilon_\theta - (1 + \nu) \beta_t \delta Q = \frac{1 - \nu^2}{E} \left(\delta \sigma_\theta - \frac{\nu}{1 - \nu} \delta \sigma_r \right), \quad (5)$$

$$\delta \sigma_z = \nu (\delta \sigma_r + \delta \sigma_\theta) - \beta_t E \delta Q.$$

Граничные условия:

$$r = r_{in} - B = B_{in}(t), \quad \sigma_r = 0; \quad (6)$$

$r = r_{ex}$ - граница с идеально упругой средой (бандаж), $B = 0$;
начальные условия:

$$t = 0, \quad B = 0, \quad Q = 0, \quad u = 0, \quad V = 0. \quad (7)$$

Здесь используются обозначения: B - азимутальная составляющая магнитного поля, Q - удельный нагрев, ρ - удельное сопротивление, γ - плотность, u - радиальное перемещение, V - скорость, $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ - радиальное, азимутальное и аксиальное напряжения, $\epsilon_r, \epsilon_\theta$ - радиальная и азимутальная деформации.

Использование указанных величин со значком δ означает их приращение.

Применение упругопластической модели среды накладывает ограничение на величину возникающих в теле соленоида механических напряжений: они не должны превышать предела текучести материала σ_T , т.е. в соответствии с условием текучести Мизеса необходимо иметь

$$\sqrt{S_r^2 + S_\theta^2 + S_z^2} \leq \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_T, \quad (8)$$

где S_r, S_θ, S_z - компоненты девиатора механических напряжений, вычисляемые по формуле

$$S \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix} = \sigma \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix} - I_1, \quad (9)$$

где $I_1 = \frac{1}{3} [\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z]$ - первый инвариант тензора напряжений. При избыточном изменении напряжений в некотором элементе, приводящем к нарушению условия Мизеса, компоненты девиатора тензора напряжений должны быть скорректированы таким образом, чтобы обеспечить выполнение этого неравенства. Для этого, в соответствии с методом Уилкинса, каждая компонента девиатора напряжений $S \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix}$ умножается на коэффициент пластичности

$$k = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_T}{\sqrt{S_r^2 + S_\theta^2 + S_z^2}}. \quad (10a)$$

В результате выполнения этой операции получают скорректированные значения девиаторной части напряжений

$$S' \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix} = k S \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix} \quad (10b)$$

и соответствующие ей новые значения напряжений, удовлетворяющие условию текучести

$$\sigma' \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix} = I_1 + S' \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix}. \quad (10b)$$

В связи с тем, что одной из задач работы является определение критического значения индукции магнитного поля, т.е. рассматривается область сильных магнитных полей, необходимо учитывать зависимость удельного сопротивления от температуры, а также температурные зависимости механических свойств материала (уменьшение модуля Юнга и предела текучести и увеличение коэффициента линейного расширения с ростом температуры), в результате чего происходит дополнительное снижение прочности.

Система уравнений (1)-(5) совместно с граничными условиями (6) нелинейна. Ее решение находим, используя сеточные методы.

Уравнения рассматриваемой задачи на каждом временном шаге считаем локально линейными (коэффициенты задачи известны из расчета предыдущего временного шага). Они дискретизируются на подвижной координатной сетке, связанной с соленоидом.

Замена дифференциальных уравнений сеточными производится по неявной схеме, что обеспечивает сильную устойчивость алгоритма. Конечно-разностные уравнения на каждом шаге по времени решаются методом прогонки.

Отдельного рассмотрения требует аппроксимация уравнения движения, служащего для определения приращения перемещений. Представив напряжения на $(n+1)$ -м временном шаге в соответствии с теорией течения как

$$\sigma \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix}^{(n+1)} = \sigma \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix}^{(n)} + \delta \sigma \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $\sigma \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ z \end{pmatrix}^{(n)}$ вычислены на предыдущем шаге, получим

$$\gamma \frac{V^{(n+1)} - V^{(n)}}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial r} (\delta \sigma_r) + \frac{\delta \sigma_r - \delta \sigma_\theta}{r} + f_r^{(n+1)} + \frac{\partial \sigma_r^{(n)}}{\partial r} + \frac{\sigma_r^{(n)} - \sigma_\theta^{(n)}}{r} \quad (12)$$

Дальнейшая аппроксимация уравнения (12) с использованием (4) и (5) при разбиении соленоида на ячейки, положение узлов которых характеризуется радиусом r_i , $i = 1, 2, \dots, N+1$; $r_1 = r_{in}$, $r_{N+1} = r_{ex}$, производится в соответствии с методом конечных разностей. Основная трудность при решении задач упругопластичности заключается в определении перемещений в узловых точках, которые, с одной стороны, должны удовлетворять уравнению движения (3), а с другой - связанные с ними окончательные значения напряжений должны в соответствии с выбранной моделью среды обеспечивать выполнение условия (8). Решение в этом случае можно получить, используя итерационный процесс, построенный на основе метода дополнительных деформаций^[5] с учетом описанной ранее процедуры коррекции напряжений (10а)-(10в).

Итак, представленная здесь математическая модель полностью отражает процессы, имеющие место в соленоиде при действии на него импульсного магнитного поля, и служит основой для проведения численного эксперимента, связанного с многократным нагружением системы.

Решение задачи предполагает анализ напряженного состояния соленоида и на основании полученных результатов проведение оценки долговечности конструкции, т.е. предельного числа импульсов поля, не приводящих к разрушению.

Характер изменения напряженного состояния соленоида и величины пластических деформаций можно проследить, исходя из анализа роли воздействующих факторов на протяжении всего цикла "нагружение - разгрузка", включающего в себя собственно импульс магнитного поля и интервал времени между последовательными импульсами. При этом можно выделить четыре основные стадии процесса.

Первая связана с возрастанием магнитного поля до максимального значения, сопровождающегося также интенсивным ростом температуры внутренней стенки соленоида, в пределах скин-слоя имеют место большие градиенты температуры и индукции поля, а следовательно, и определяющего механические напряжения магнитного давления.

Вторая стадия характеризуется снижением роли магнитного давления (ниспадающая ветвь синусоиды импульса поля), дальнейшим ростом температуры и ее преобладающим влиянием на механические напряжения.

В третьей стадии заканчивается влияние электромагнитных сил на величину напряжений - постепенное затухание продиффундированного магнитного поля, сопровождающееся незначительным ростом температуры до максимальных значений, т.е. имеют место процессы, аналогичные предыдущей стадии, но существенно меньшей интенсивности. Заканчивается стадия остановкой внутренней стенки соленоида.

Процессы, определяющие изменение напряженного состояния в течение второй и третьей стадий, соответствуют частичной разгрузке.

Последняя, четвертая стадия связана с остыванием соленоида по закону теплопроводности за счет излучения потока тепла с внутренней и внешней границы (полная разгрузка). Этот процесс описывается уравнением:

$$\gamma c_V \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\kappa r \frac{\partial T}{\partial r} \right], \quad (13)$$

где c_V - удельная теплоемкость, T - температура, $q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r}$ - плотность потока тепла.

В качестве граничных условий принимаем:

$$r = r_{in} \quad q_{in} = -h(T_{in} - T_0),$$

$$r = r_{ex} \quad q_{ex} = -h(T_{ex} - T_0),$$

где T_0 , T_{in} , T_{ex} - температуры окружающей среды, внутренней и внешней границы соответственно, h - коэффициент теплоотдачи.

Изменение температуры сопровождается изменением механических, в данном случае температурных, напряжений. Эта стадия завершает цикл "нагружение - разгрузка", связанный с генерированием одного импульса поля. При работе в области сильных магнитных полей он приводит к возникновению остаточных напряжений и деформаций.

В результате, если пренебречь процессами релаксации напряжений, которые при нормальных условиях проходят в течение довольно длительного времени, то генерация следующих импульсов индукции будет происходить в предварительно нагруженном соленоиде.

Динамика изменения величины пластических деформаций при прохождении двух полных циклов "нагружение - разгрузка" показана на рис.2. Следует обратить внимание на то, что величина пластической деформации существенно зависит от амплитуды генерируемого поля, что находит отражение и в характере изменения деформаций на начальных стадиях.

Для сравнения на рис.2 нанесены кривые для двух значений амплитуд - 65 и 45 Тл. Анализ результатов (рис.2) позволяет от

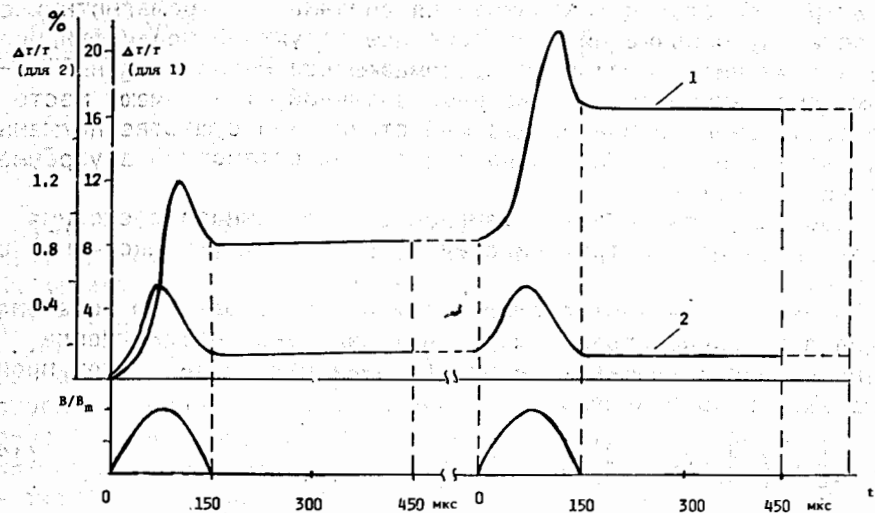


Рис.2. Характер изменения величины внутреннего радиуса соленоида на протяжении двух последовательных циклов "нагрузка - разгрузка": 1 - $B_m = 65$ Тл; 2 - $B_m = 45$ Тл.

метить и тот факт, что при не слишком больших амплитудах поля (≤ 50 Тл) приращение пластических деформаций за второй цикл нагружения незначительно и существенно меньше, чем остаточные деформации, возникшие в результате действия первого цикла нагружения, что можно объяснить различием начального состояния соленоида.

На рис.3 показаны остаточные напряжения (σ_a) и их интенсивность (σ_b) после первого и второго цикла "нагрузка - разгрузка" для поля с амплитудой 65 Тл.

Сравнение результатов позволяет сделать вывод о том, что условия нагружения, соответствующие третьему и последующим импульсам поля, с некоторой точностью можно охарактеризовать начальным напряженным состоянием для второго импульса. Об этом свидетельствует незначительное различие остаточных напряжений после первого и второго циклов нагружения. Относительное смещение кривых определяется приращением пластических деформаций за цикл.

Вследствие этого можно предположить, что все циклы нагружения, связанные с генерацией второго и последующих импульсов поля, будут сопровождаться одинаковым приращением остаточных деформаций $\Delta \epsilon_2$.

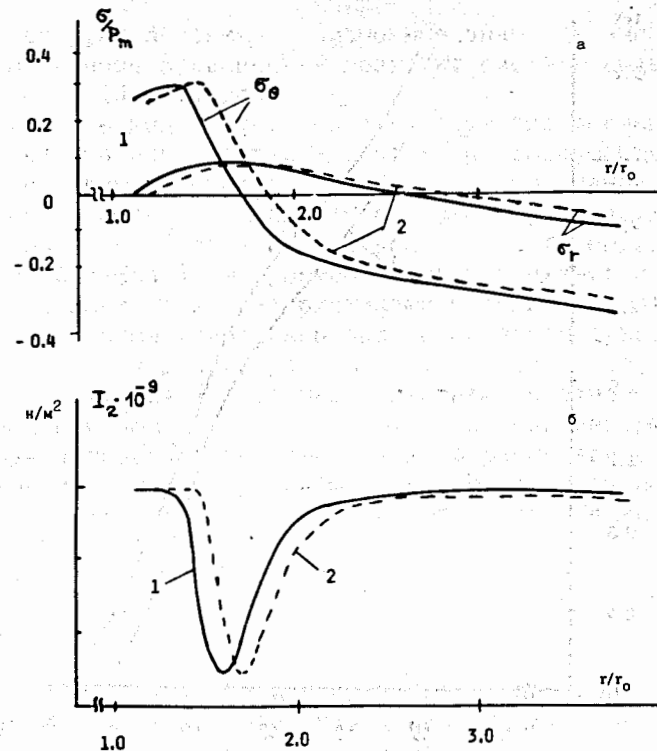


Рис.3. Распределение остаточных напряжений (а) и их интенсивности (второго инварианта) по толщине соленоида: 1 - после завершения первого цикла нагружения; 2 - после второго цикла.

Простейшую оценку долговечности соленоида можно получить в предположении, что трещины, а следовательно и разрушение, возникают в пластической зоне при превышении максимальными остаточными деформациями некоторого предельного значения $\Delta \epsilon_0$, определяемого свойствами материала. С учетом того, что максимальные пластические деформации возникают у внутренней поверхности соленоида, которая подвергается действию растягивающих азимутальных напряжений, в качестве такого критерия долговечности можно принять допустимое относительное удлинение, которое для стали Ст45 (используемой в расчетах в качестве материала соленоида) заключено в пределах $10 \div 20\%$. На основании этих значений можно определить долговечность материала.

Число циклов нагружения N , равное количеству генерируемых импульсов, должно быть таким, чтобы суммарная остаточная дефор-

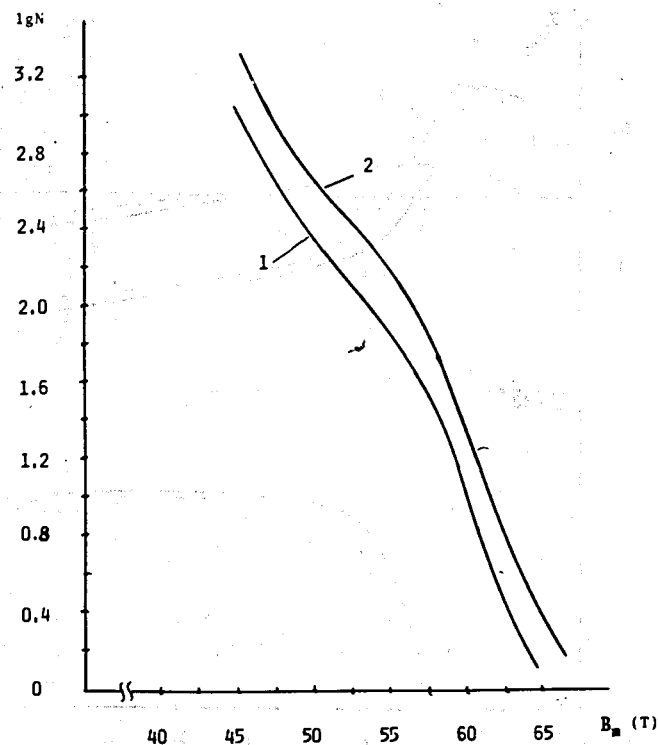


Рис.4. Кривые долговечности полюса в зависимости от амплитуды импульса поля для предельных значений допустимого относительного удлинения: 1 - 10%, 2 - 20%.

мация, возникающая в результате их действия; не превышала $\Delta\epsilon_0$, т.е.

$$\Delta\epsilon_0 \geq \Delta\epsilon_1 + \Delta\epsilon_2 (N - 1), \text{ или, окончательно,}$$

$$N \leq \frac{\Delta\epsilon_0 - \Delta\epsilon_1 + \Delta\epsilon_2}{\Delta\epsilon_2} \quad (14)$$

Рассматривая в качестве $\Delta\epsilon_0$ предельные значения 10 и 20%, можно построить кривые долговечности в зависимости от амплитуды индукции магнитного поля. На рис.4 изображены указанные зависимости в виде $\lg N = f(B_m)$. На основании этих данных можно определить предельную индукцию магнитного поля, которую выдерживает система. Для стали 45 эта величина составляет ~65 Тл, однако, учитывая необходимость работы в условиях многократного

нагружения, следует ограничить возможные значения амплитуд импульса 60 Тл. Данное ограничение позволит системе выдержать без разрушения ≥ 10 импульсов.

Следует иметь в виду, что приведенный анализ оценки ресурса системы основан на использовании в качестве разрушающего фактора предельной величины пластических деформаций, однако на практике встречается и другой механизм разрушения, связанный с циклической усталостью. В этом случае долговечность определяется размахом полной деформации, формой цикла нагружения и рядом постоянных, являющихся характеристиками материала, которые следует определять экспериментально при циклическом деформировании. Рассмотренные в работе режимы соответствуют условиям, при которых напряжения и деформации изменяются относительно прогрессирующей и монотонно нарастающей средней деформации. В этом случае долговечность конструкции ограничивается чрезмерной деформацией, а не разрушением от усталости, чем и обосновывается использование описанного критерия для оценки ресурса системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коваленко А.Д., Титков В.В.- ОИЯИ, Р1-91-88, Дубна, 1991.
2. Аверичев С.А. и др. - ОИЯИ, Р1-89-649, Дубна, 1989.
3. Титков В.В. - ЖТФ, 1989, вып.9, с.71.
4. Илюшин А.А. - Механика сплошной среды. М.: МГУ, 1979.
5. Биргер И.А. - В кн.: Успехи механики деформируемых сред. М.: Наука, 1975, с.51.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 ноября 1991 года.