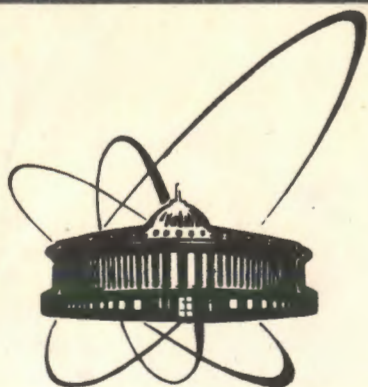


90-250



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

3-893

P13-90-250

В. П. Зрелов

ПРЕДЕЛЬНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ПО СКОРОСТЯМ
ЧЕРЕНКОВСКИХ СЧЕТЧИКОВ
ПОЛНОГО ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ

Направлено в журнал "Nuclear Instruments
and Methods in Physics Research"

1990

1. ВВЕДЕНИЕ

Со времени создания первого черенковского счетчика, основанного на явлении полного внутреннего отражения ПВО /1/ /или счетчика Фитча - Мотли/, он использовался неоднократно /см. /2/ / без существенных модификаций.

Так как в счетчиках Фитча - Мотли излучение Вавилова - Черенкова /ИВЧ/ выпускается через грань радиатора, перпендикулярную направлению движения частиц, конус излучения сильно размывается из-за дисперсии, что приводит к низкому разрешению по скорости $\Delta\beta \sim 10^{-2}$.

В черенковском счетчике /3/ с использованием ПВО было предложено регистрировать ИВЧ, выходящее через боковую - фокусирующую грань радиатора в виде диска, а размытие конуса компенсировать дублетом кольцевых призм. Однако, по-видимому, из-за трудностей в изготовлении такого компенсатора счетчик не был реализован.

В работе /4/ предложен и описан черенковский счетчик ПВО с оригинальным компенсатором расходимости ИВЧ /за счет дисперсии/, выпускаемого через грань, перпендикулярную направлению частиц. Собственное разрешение по скоростям этого счетчика составило $\Delta\beta \sim 10^{-4}$.

В /5/ рассмотрен вариант черенковского счетчика ПВО, в котором ИВЧ, так же, как и в /6/, предлагалось выпускать через грань радиатора, параллельную направлению движения частиц. В этом случае разрешающая способность счетчика по скоростям определяется выражением $\frac{\Delta\beta}{\beta} = \text{tg } \phi \Delta\phi$, где $\phi(\lambda) = \text{arc Cos } \frac{1}{\beta n_2(\lambda)}$ - угол между направлением ИВЧ в окружающий радиатор среде с показателем преломления n_2 и выпускной гранью радиатора.

Несмотря на то, что в таком счетчике значительная дисперсия самого радиатора не влияет на разрешение по $\Delta\beta$, тем не менее

оно ограничивается расходимостью $\Delta\phi = - \frac{\Delta n_2}{\text{Sin } \phi \beta n_2^2}$. Ниже будет

показано, как можно практически полностью устранить и этот эффект.

2. УСЛОВИЕ АХРОМАТИЗАЦИИ ИВЧ В СЧЕТЧИКЕ ПВО

Как было замечено во введении, переход от варианта черенковского счетчика ПВО с выпускной гранью, перпендикулярной направлению скорости частицы, к варианту с параллельной выпускной гранью /поворот этой грани на 90° против часовой стрелки/ приводит к устранению влияния дисперсии радиатора на разрешение счетчика по $\Delta\beta$. Незначительный доворот выпускной грани в том же направлении на угол α , как показано на рис.1, приводит к полному устранению влияния дисперсии в широком диапазоне длин волн и широком диапазоне скоростей частиц /при одном угле α /.

На основе закона преломления Снеллиуса имеем

$$n_1 \cos[\theta - \alpha] = n_2 \cos \phi, \quad /1/$$

где n_1 и n_2 - абсолютные показатели преломления, $\theta(\lambda) = \arccos \frac{1}{\beta n_1(\lambda)}$, а $\beta = \frac{v}{c}$ - скорость частицы, испускающей ИВЧ в среде с n_1 .

Используя условие ахроматизации ИВЧ в среде с n_2 в виде $\phi(\lambda_1) = \phi(\lambda_2)$ и /1/, можно получить формулу для угла α

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{n_2(\lambda_1) - n_2(\lambda_2)}{n_2(\lambda_2) \operatorname{tg} \theta(\lambda_1) - n_2(\lambda_1) \operatorname{tg} \theta(\lambda_2)}. \quad /2/$$

Применение формулы /2/ требует осторожности, так как при заданном показателе преломления радиатора n_1 на дисперсию газа Δn_2 , окружающего радиатор, должно быть наложено ограничение, связанное, в свою очередь, с ограничением на угол α .

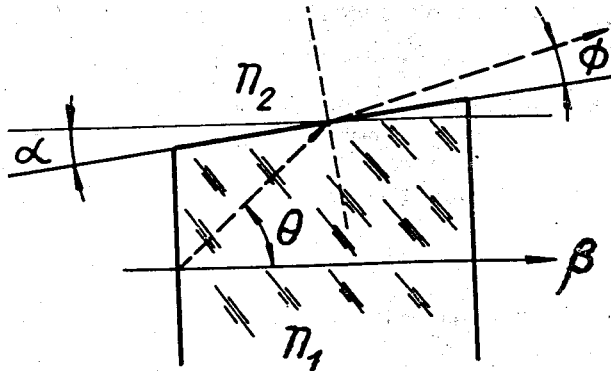


Рис.1. К выводу условия ахроматизации.

При значительном угле α ИВЧ из-за ПВО не будет выходить в среду с n_2 . Чтобы этого не происходило, α не должно превышать величины

$$\alpha < \arccos \frac{1}{\beta n_1^{\text{abc.}}(\lambda_2)} - \arccos \frac{1}{n_1^{\text{отн.}}(\lambda_2)}, \quad /3/$$

где λ_2 - наибольшая из ахроматизируемых длин волн.

Из /2/ и /3/ с учетом малости угла α и $n_2(\lambda) \sim 1$ ограничение на дисперсию газа Δn_2 получается в виде

$$\Delta n_2 < \left\{ \arccos \frac{1}{\beta n_1^{\text{abc.}}(\lambda_2)} - \arccos \frac{1}{n_1^{\text{отн.}}(\lambda_2)} \right\} \{ \operatorname{tg} \theta(\lambda_1) - \operatorname{tg} \theta(\lambda_2) \}. \quad /4/$$

Из /4/ видно, что в качестве n_1 лучше брать с большой дисперсией. Использование формулы /2/ без учета условия /3/ приводит к неправильным результатам. Так, например, если в качестве радиатора взять плавный кварц (SiO_2), а окружающей среды n_2 - воздух, то мы не получим желаемого результата, так как такая пара n_1 и n_2 не удовлетворяет условию /4/.

Расчеты показывают, что при радиаторе из плавного кварца (SiO_2) наиболее подходящим газом является гелий, зависимость показателя преломления которого согласно /7/ имеет вид /при $t = 0^\circ\text{C}$ и $p = 760$ мм Hg/

$$n_{\text{He}}^2 - 1 = 6,927 \left(1 + \frac{2,24 \cdot 10^5}{\lambda^2} + \frac{5,94 \cdot 10^{10}}{\lambda^4} + \frac{1,72 \cdot 10^{18}}{\lambda^6} \right), \quad /5/$$

где λ - в \AA . Для демонстрации эффективности такого простого способа ахроматизации ниже в табл.1 приведены данные по углам ϕ выхода ИВЧ из кварцевого радиатора при различных λ совместно со сведениями по n_{He} , $n_{\text{воздуха}}$ и n_{SiO_2} / n_{SiO_2} - относительные/. Как видно из таблицы, расходимость $\Delta\phi$ не превосходит $\pm 2''$ в широком диапазоне λ от 202,55 до 656,9 нм. Заметим, что при $\alpha = 0^\circ$ $\Delta\phi = 40''$, т.е. наклон грани на угол α позволяет уменьшить $\Delta\phi$ по крайней мере в 10 раз.

Интересно отметить, что при том же угле $\alpha = 0,0007516^\circ$ степень ахроматизации сохраняется и при $\beta = 0,999990$ / $\phi = 0^\circ 14' 42'' \pm 2''$ /.

Для пары LiF-He при 1 атм расходимость ИВЧ в гелии для $\alpha = 0,001708^\circ$ / $2,98 \cdot 10^{-5}$ рад/ в том же диапазоне $\Delta\lambda$ несколько больше - $\Delta\phi = \pm 5''$ /при $\phi = 0^\circ 09' 51''$ /.

Если не использовать ультрафиолетовую часть спектра ИВЧ, то можно подобрать пару радиатор - газ, где в качестве n_2 будет воздух при нормальном давлении. Так, для радиатора из ТФ-5 / $n_D = 1,7550$ / расчет по формуле /2/ при $\lambda_1 = 404,656$ нм и $\lambda_2 =$

Таблица 1

λ , нм	$t = 15^\circ\text{C}$ $p = 760$ ммHg	$n_{\text{воздуха}}^*$ $p=760$ ммHg	$t = 15^\circ\text{C}$ $p=760$ ммHg	$n_{\text{SiO}_2}^*$	$\phi^{**}(\lambda)$
202,55	1,0000346	1,0003222	1,54727	0°21'14,5"	
250,39	1,0000340	1,0003013	1,50745	0°21'17,5"	
303,412	1,0000336	1,0002911	1,48594	0°21'17,2"	
404,656	1,0000333	1,0002825	1,46968	0°21'16,6"	
546,072	1,0000331	1,0002779	1,46013	0°21'16,0"	
656,3	1,0000330	1,0002762	1,45640	0°21'14,5"	

* Взято из справочника: Таблицы физических величин, М.: Атомиздат, 1976, с.634, 636.

**Эти величины $\phi(\lambda)$ получены для угла $\alpha = 0,0007516^\circ$ / $1,31 \cdot 10^{-5}$ рад/, рассчитанного по формуле /2/ для значений n_{SiO_2} , n_{He} , $n_{\text{воздуха}}$, приведенных в табл.1, $\lambda_1(\text{h}) = 202,55$ нм, $\lambda_1(\text{e}) = 546,072$ нм и $\beta = 1$.

= 486,13 нм и $\beta = 1$ дает $\alpha = 0,0047^\circ$, при котором $\bar{\phi} = 1^\circ 01' 16'' \pm 3''$ в диапазоне λ от 365 до 656,3 нм. /При $\alpha = 0$ $\Delta\phi = 76''$./

3. РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СЧЕТЧИКА ПО СКОРОСТЯМ

Из уравнения /1/ можно получить

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{n_2 \beta \sin \phi \Delta\phi}{n_1 \sin \alpha - (\cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{tg} \theta) \beta \sin \theta} \quad /6/$$

При $\alpha \sim 0$ можно с высокой точностью записать /так, для выше-приведенного примера $\text{SiO}_2 - \text{He}$ знаменатель в /6/ равен 1,0000145/:

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} \approx n_2 \beta \sin \phi \Delta\phi = \operatorname{tg} \phi \Delta\phi, \quad /7/$$

так как при $\alpha = 0$ $\cos \phi = \frac{1}{\beta n_2}$.

При $\phi = 0^\circ 21' 15''$ и $\Delta\phi = \pm 2''$ разрешение согласно /7/ составит величину $\Delta\beta/\beta = 6,0 \cdot 10^{-8}$, достаточную, чтобы разделить π - и K -мезоны до импульса $p \leq 1,4$ ТэВ/с. ($\Delta\beta_{\pi, K} = \Delta m_{\pi, K}^2 / 2p^2$).

Разрешение $\Delta\beta$ при $\beta = 0,999990$ / $E_\pi \approx 31$ ГэВ/ $\bar{\phi} = 0^\circ 14' 42'' \pm 2''$ составляет $\Delta\beta = \operatorname{tg} \phi \Delta\phi = 4,1 \cdot 10^{-8}$. Таким образом, один радиатор из SiO_2 с углом $\alpha = 2,98 \cdot 10^{-5}$ рад по условиям ахроматизации в принципе обеспечивает разрешение по $\Delta\beta$, достаточное для разделения π - и K -мезонов приблизительно от 30 ГэВ/с до 1,4 ТэВ/с.

Для варианта счетчика ТФ-5 - воздух при $\alpha = 1^\circ 01' 16'' \pm 3''$ разрешение $\Delta\beta/\beta = 3 \cdot 10^{-7}$, что является также высоким разрешением.

Однако другие эффекты, влияющие на разрешающую способность, о которых будет сказано ниже /см. 6, 7/, не позволяют достичь такого разрешения.

4. ПОРОГОВОЕ УСЛОВИЕ

Если пороговое условие в счетчике ПВО с $\alpha = 0$ имеет вид $\beta_0 \geq 1/n_2$, то при $\alpha \neq 0$ оно несколько изменяется

$$\beta_{\text{пор}} = \frac{\cos \alpha}{n_2 - n_1 \sin \theta \sin \alpha} \approx \frac{1}{n_2 - n_1 \sin \theta \sin \alpha}, \quad /8/$$

т.е. $\beta_{\text{пор}}$ увеличивается на $\Delta\beta \approx n_1 \sin \theta \sin \alpha$. Так, для нашего примера ($\text{SiO}_2 - \text{He}$) $\beta_{\text{пор}} / \lambda = 656,3$ нм/ = 0,9999781 /при $\alpha = 0$ $\beta_0 = 0,9999670/$, а смещение порога $\beta_{\text{пор}} - \beta_0 = 1,1 \cdot 10^{-5}$.

5. ИНТЕНСИВНОСТЬ ИВЧ В АХРОМАТИЧЕСКОМ СЧЕТЧИКЕ ПВО

Так как ИВЧ, испущенное в радиаторе (n_1), имеет 100% поляризацию /электрический вектор излучения лежит в плоскости падения на границу раздела/, то долю ИВЧ, вышедшую в среду с показателем преломления n_2 , можно подсчитать либо по точной формуле Френеля

$$1 - R_{\parallel} = 1 - \frac{\operatorname{tg}^2(\psi - \phi)}{\operatorname{tg}^2(\psi + \phi)}, \quad /9/$$

где $\phi = 90^\circ - (\theta - \alpha)$; $\psi = \operatorname{arcsin} \frac{n_1}{n_2} \cos(\theta - \alpha)$, либо по приближенной формуле Ландау - Лифшица /8/, справедливой для углов падения, близких к углу полного внутреннего отражения $\theta^* = \operatorname{arcsin} \frac{n_2}{n_1}$:

$$1 - R_{\parallel} = I_{\text{пр}} = 4\sqrt{2\Delta\theta} n_1'^2 (n_1'^2 - 1)^{-1/4}, \quad /10/$$

где в нашем случае $\Delta\theta = \theta^* + \theta - (90^\circ + \alpha)$, а $n_1' = n_1/n_2$.

Расчеты показывают, что формулы /9/ и /10/ при $\Delta\theta \cong \cong 1,5 \cdot 10^{-5}$ рад совпадают в пределах 2,5% /формула /10/ дает несколько большее значение/.

Интенсивность ИВЧ /в числе фотонов/ от частицы с $\beta = 1$, вышедшей из радиатора с n_1 и толщиной l в среду с n_2 , будет равна

$$N = I_{np} k \sin^2 \theta l = I_{np} \cdot N_0, \quad /11/$$

где $k = 2\pi a \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2}$; N_0 - число фотонов, испущенных в радиато-

ре; а I_{np} определяется /10/. В диапазоне длин волн от $\lambda_1 = 202,55$ нм до $\lambda_2 = 656,3$ нм, θ для $\lambda = 404,66$ нм, $l = 1$ см $N = 42,6$ фотонов/см, что составляет около 5%* от числа фотонов ИВЧ, испущенных в радиаторе из SiO_2 / $N_0 = 856,6$ фотонов/.

Посмотрим, какой должна быть длина L дифференциального счетчика Черенкова, работающего на гелии при таком же угле $\phi = 0^\circ 21' 16''$, под которым выходит ИВЧ из радиатора SiO_2 .

Используя /10/ и /11/, получим /при $\beta = 1$ /

$$L = \frac{l}{\eta} \sqrt{2\Delta\theta} (n_1'^2 - 1)^{3/4}, \quad /12/$$

где $\eta = n_2 - 1$; $n_1' = \frac{n_1}{n_2}$, а $\Delta\theta = \theta' + \theta - (90^\circ - \alpha)$. Для $l_{\text{SiO}_2} = 5$ см, $\eta_{\text{He}} = 3,33 \cdot 10^{-5}$, $L_{\text{He}} \cong 10$ м.

6. ПРИНЦИПИАЛЬНОЕ ОГРАНИЧЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПО СКОРОСТЯМ АХРОМАТИЧЕСКОГО СЧЕТЧИКА ПВО

При скользящем выходе ИВЧ из радиатора /малые углы ϕ / фотоны сконцентрированы в узком конусе "толщиной" $\sim l \sin \phi_0$, что приводит к его размытию из-за явления дифракции. Исходя из рис.2 с учетом разностей хода лучей в средах n_1 и n_2 , при длине радиатора l можно получить уравнение

* Если увеличивать давление p газа n_2 /гелия/, то доля ИВЧ, выходящего из радиатора, будет увеличиваться $\sim \sqrt{p}$, при ухудшении степени ахроматизации. Так, при $p = 4$ атм $I_{np} = 10,4\%$ / $N = 88$ фотонов/см/, но $\Delta\beta/\beta = \pm 4 \cdot 10^{-7}$.

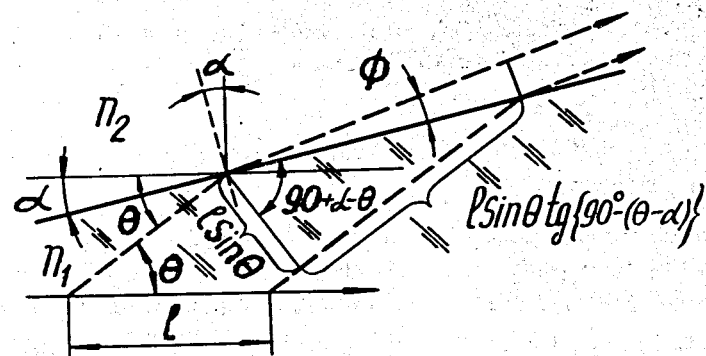


Рис.2. Дифракция ИВЧ на выпускной грани ахроматического черенковского счетчика ПВО.

$$n_1 l \sin \theta \text{Ctg}(\theta - \alpha) - \frac{n_2 l \sin \theta \cos \phi}{\sin(\theta - \alpha)} = m \lambda. \quad /13/$$

С учетом того, что $n_1 \cos(\theta - \alpha) = n_2 \cos \phi_0$, и при условиях: $\alpha \sim 0$, $m = 1$ и $n_2 \sim 1$ можно получить выражение для расходимости ИВЧ в виде $\Delta\phi = \phi - \phi_0$:

$$\Delta\phi \cong \frac{\lambda}{l \sin \phi_0} \cong \frac{\lambda}{l \phi_0}. \quad /14/$$

Согласно /7/ $\frac{\Delta\beta}{\beta} = \text{tg} \phi_0 \Delta\phi \cong \phi_0 \Delta\phi$ и используя /14/, получим

$$\left\{ \frac{\Delta\beta}{\beta} \right\}_{\text{lim}} \cong \frac{\lambda}{l}. \quad /15/$$

Так как спектр фотонов ИВЧ $\sim 1/\lambda^2$, то в формулу /15/ должна входить усредненная по спектру величина $\bar{\lambda} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ ($\lambda_2 > \lambda_1$).

Для диапазона длин волн $\lambda_1 = 202,55$ нм и $\lambda_2 = 656,3$ нм, $\bar{\lambda} = 344$ нм. Учитывая также, что функция, описывающая угловое распределение дифракционного пика вида $\sin^2 \phi / \phi^2$, имеет половину ширины пика на полувысоте $0,44 \bar{\lambda}$, можно формулу /15/ представить в виде

$$\left\{ \frac{\Delta\beta}{\beta} \right\}_{\text{lim}} \cong 0,44 \frac{\bar{\lambda}}{l}. \quad /16/$$

При $l = 5$ см; $\bar{\lambda} = 344$ нм $\left\{ \frac{\Delta\beta}{\beta} \right\}_{\text{lim}} = 3 \cdot 10^{-6}$ *. Такое разреше-

* Для пары ТФ-5 и n_2 - воздух, работающей в диапазоне $\Delta\lambda$ от $\lambda_1 = 365$ нм до $\lambda_2 = 656,3$ нм $\bar{\lambda} = 482,3$ нм, $\left\{ \frac{\Delta\beta}{\beta} \right\}_{\text{lim}} = 4,2 \cdot 10^{-6}$ что позволяет разделять π - и K -мезоны до $p = 163$ ГэВ/с, а K -мезоны и протоны до $p = 275$ ГэВ/с.

ние позволяет разделять π -и K -мезоны до $p = 193$ ГэВ/с, а K -мезоны и протоны до $p = 325$ ГэВ/с.

7. ОГРАНИЧЕНИЯ НА РАСХОДИМОСТЬ РЕГИСТРИРУЕМЫХ ЧАСТИЦ

Угловые отклонения частиц ξ от первоначального направления фактически приводят к изменению угла падения ИВЧ на выпускную грань /или угла θ / на величину $\pm\xi$, поэтому из /1/ следует

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta\xi} = \frac{n_1 \sin(\theta - \alpha)}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \cos^2(\theta - \alpha)}} \quad /17/$$

Для пары радиатор $\text{SiO}_2 - \text{He}$ и $\bar{\lambda} = 303,41$ нм / $\alpha = 0,0007516^\circ$ / $\Delta\phi/\Delta\xi = 175,8$. При $\left\{ \frac{\Delta\beta}{\beta} \right\}_{\text{lim}} = 3 \cdot 10^{-3}$ и $\bar{\phi} = 0^\circ 21' 16''$ / $6,19 \cdot 10^{-3}$ рад/ допустимое $\Delta\phi = 4,85 \cdot 10^{-4}$ рад, что в соответствии с /17/ приводит к ограничению на $\Delta\xi \leq 2,8 \cdot 10^{-6}$ рад. Эти требования к расходимости пучка регистрируемых частиц очень жесткие и вряд ли достижимы. Поэтому черенковский счетчик, обладающий столь высокой чувствительностью к направлению частиц, может найти применение в опытах по рассеянию частиц при энергиях $10 \div 20$ ТэВ, когда углы их дифракционного рассеяния составляют ~ 10 мрад^{9/}, а многократное рассеяние будет приблизительно на порядок меньше.

В таком счетчике регистрация кольцевых изображений ИВЧ должна производиться позиционно-чувствительными детекторами, как это схематично показано на рис.3. В качестве детекторов ИВЧ, размещаемых в фокальной плоскости сферического зеркала /ось которого совпадает с осью радиатора/, можно, например, использовать многоанодные фотоумножители с микроканальными пластинами типа ФЭУ-2МКП-100 /100 анодов/.

При рабочем диаметре фотокатодов этих фотоумножителей 2,3 см, расположенных по кольцу $R = 5$ см, допустимая область смещения колец $\Delta R \cong \pm 1$ см.

Если в качестве радиатора взять стекло марки ТФ-5, а n_2 - воздух, то при $\beta = 1$, $\bar{\phi} = 1^\circ 01' 16'' \pm 3''$ / $1,78 \cdot 10^{-2}$ рад/, $\alpha = 0,0047^\circ$ для получения R необходимо сферическое зеркало с $f = R/\text{tg}\nu$, где $\nu = \bar{\phi} + \alpha$. Для нашего примера $f \cong 280$ см. Точность определения координат в этом случае составит $\Delta R = f\Delta\nu$, где $\Delta\nu \cong \Delta\phi$ определяется дифракционной расходимостью.

При $\Delta\phi = 2,3 \cdot 10^{-4}$ рад /определяемой из $\left\{ \frac{\Delta\beta}{\beta} \right\}_{\text{lim}} = 4,2 \cdot 10^{-6}$ / $\Delta R = \pm 0,65$ мм, что, по-видимому, достижимо с такими ФЭУ, имею-

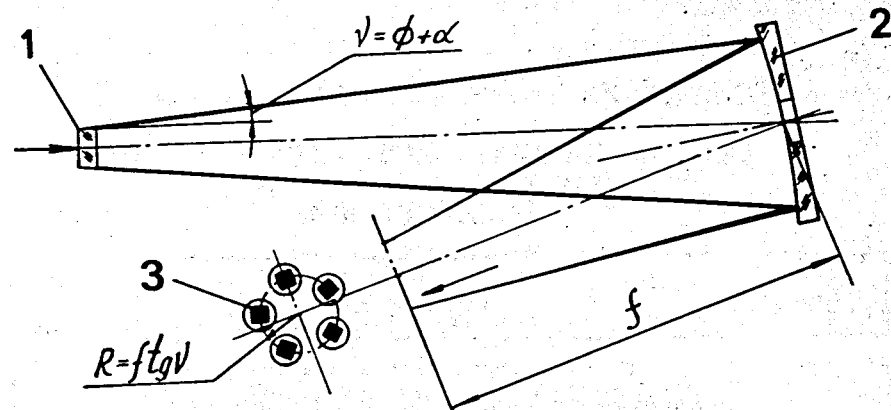


Рис.3. Схема ахроматического черенковского счетчика ПВО. 1 - плоскопараллельный радиатор с наклоном выпускной грани α , 2 - наклонное сферическое зеркало с фокусным расстоянием f , 3 - блок многоанодных фотоумножителей с 100 анодами каждый.

щими 100 анодов с площадью $1,5 \times 1,5$ мм² каждый и с расстоянием между ними 1,6 мм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fitch V., Motly R. - Phys. Rev., 1956, v.101, p.496.
2. Зрелов В.П. - Излучение Вавилова - Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, 1968, с.183-208,
3. Von Dardel G. - Proc. Int. Conf. "Instrum. High-Energy Physics". Berkeley, 1960, p.166.
4. Соляник В.И. - Препринт ИФВЭ 81-63, Серпухов, 1981.
5. Зрелов В.П. - ПТЭ, 1965, № 3, с.100.
6. Hutchinson G.W. - Progr. Nucl. Phys., 1960, v.8, p.226.
7. Daldarno ., Kingston A.E. - Proc. Roy. Soc., 1960, v.259, p.24.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. - Электродинамика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1957, с.352.
9. Prokoshkin Yu.D. - Proc. Second ICFA Workshop on Possibilities and Limitations of Accelerators and Detectors. Les Diablerets, Switzerland, 4-10 October, 1979. CERN, RD/450-1500, 1980, p.347.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 апреля 1990 года.