сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р13-88-239

Б.Словинский, Д.Чижевска*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОБЕГОВ ЭЛЕКТРОНОВ В ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫХ ЛАВИНАХ, ВЫЗЫВАЕМЫХ ГАММА-КВАНТАМИ С ЭНЕРГИЕЙ E_γ = 100-3000 МэВ

*Институт физики Варшавского политехнического института, Варшава

1988

I. ВВЕДЕНИЕ

При экспериментальном исследовании пространственного распределения ионизационных потерь энергии электронами и позитронами (далее — электронами) в электронно-фотонных ливнях (ЭФЛ), вызываемых гамма-квантами (ГК) высоких энергий ($E_\gamma \geq 100$ МэВ) в жидком ксеноне, естественным образом возникает вопрос о соотношении между проекцией длины пробега ливневых электронов на плоскость фотографирования (ППЛЭ) и соответствующими потерями энергии на ионизацию атомов среды (ИП) [1]. В выполненных нами до сих пор экспериментальных работах, касающихся пространственной структуры ЭФЛ, предполагалось, что ППЛЭ пропорциональна ИП. Такое предположение основывалось главным образом на результатах моделирования траекторий электронов с энергией $E_e = 1000$ МэВ в жидком ксеноне, а также на оценочном моделировании ППЛЭ в ЭФЛ, инициированных ГК с энергией $E_\gamma = 500 \div 3000$ МэВ [1]. Однако для детального анализа экспериментального материала необходимо более подробно изучить зависимость между ППЛЭ и ИП при более низких энергиях ГК, где имеются определенные методические трудности [2,3], а также в различных местах пространства, занимаемого ливнем: вдоль оси ливня (ОЛ), в направлении, перпендикулярном к ОЛ, вблизи и вдали от точки конверсии первичного ГК. Именно такая задача поставлена в настоящей работе, в которой с этой целью рассматриваются два упрощенных варианта модели электронно-фотонного каскадного процесса, вызываемого в жидком ксеноне ГК с энергией $E_\gamma = 100$, 200, 500, 1000, 2000 и 3000 МэВ. Следует при этом подчеркнуть, что из-за сложной пространственной конфигурации траекторий ливневых электронов в достаточно плотном поглотителе решить названную задачу экспериментальным путем практически невозможно. Нецелесообразно также, из практических соображений, адаптировать для этой цели имеющиеся программы моделирования ЭФЛ (например, EGS Code System [4]).

II. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ МОДЕЛИ ЭФЛ

Электронно-фотонный ливень является сложным стохастическим электромагнитным каскадным процессом типа рождение-гибель (например, [5]), включающим в себя достаточно большое число различных элементарных взаимодействий, испытываемых электронами, позитронами и фотонами в столкновениях с молекулами, атомами, электронами и атомными ядрами среды, в которой он развивается. В настоящее время существует ряд подходов к численному моделированию ЭФЛ по методу Монте-Карло, которые с разной степенью точности учитывают различные составные процессы лавины (например, [6-8]). Соответствующие программы на ЭВМ достаточно сложны и требуют много времени на больших вычислительных машинах. С точки зрения поставленной в настоящей работе задачи, можно ограничиться, как ранее [1], некоторыми упрощенными вариантами модели процесса развития ЭФЛ, которые тем не менее достаточно реалистически отражают основные черты изучаемого явления. Итак, в рамках нашего подхода электромагнитный каскадный процесс состоит из следующих основных элементарных взаимодействий: образование электронно-позитронных пар фотонами с энергией $E \geq E_{0\gamma}$, тормозное излучение, ионизационные потери и многократное кулоновское рассеяние ливневых электронов. Первые три явления обусловливают процесс размножения и затухания в ливне, последнее же существенно для правильного определения соотношения между экспериментально измеряемой величиной — ППЛЭ и ионизационными потерями энергии ливневых электронов. В соответствии с этой концепцией численное моделирование ППЛЭ в жидком ксеноне было основано на следующих алгоритмах (далее: модель 1).

1. Каждый фотон с энергией $E \geq E_{\gamma}$ образует электронно-позитронную пару после прохождения пути длиной x, которая разыгрывается из экспоненциального распределения

$$P(x|E) = \lambda(E)^{-1} \exp(-x/\lambda(E)), \tag{1}$$

где $\lambda(E)$ принято в виде аппроксимирующего выражения [9]:

$$\lambda(E) = 5,2\cdot(I + 13\cdot E^{-0,7706})\ \text{см}. \tag{2}$$

Предполагается также, что образованные электрон и позитрон уносят по половине энергии ГК: $E_{e\pm} = E_{\gamma}/2$. В качестве пороговой энергии $E_{0\gamma}$ рассматривались два значения: 2 и 10 МэВ.

2. Каждый электрон с энергией $E_e \geq E_0$ испускает тормозной ГК на длине пробега $\Delta R = 0{,}05$ рад.дл., причем для радиационной длины жидкого ксенона принято значение 4 см, в соответствии с экспериментальными данными [11]. Энергия этого ГК определяется из соотношения [10]:

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta R}\right)_{\text{т.п.}} = \begin{cases} 2{,}7\cdot E[\ln(3{,}91\cdot E) - 0{,}333], & E \lesssim 18\ \text{МэВ}, \\ 1{,}07\cdot E, & E > 18\ \text{МэВ}. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь тормозные потери энергии $(\Delta E/\Delta R)_{\text{т.п.}}$ ливневых электронов в жидком ксеноне выражены в МэВ/рад.дл., $E_0 = (0{,}9 + \xi)$ МэВ, где ξ — случайная величина, значение которой разыгрывается из равномерного распределения в интервале [0,1] (такой вид пороговой энергии E_0 ливневых электронов ближе всего отражает экспериментальные условия [1]).

3. Выражение для средних ионизационных потерь энергии ливневых электронов с энергией E_e в жидком ксеноне имеет вид [10]:

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta R}\right)_{\text{и.п.}} = \frac{0{,}556}{1 - D^2}\{\ln(5\cdot 10^5\,\frac{1 - D^2}{D^2})\cdot E_e + D^2 - \ln 2\cdot(2D - D^2)\}, \tag{4}$$

где $D = 0{,}511/E$. Энергия E_e выражена в МэВ, пробег R - в рад.дл.

4. Многократное кулоновское рассеяние электронов с энергией E_e описывается при помощи двух углов: угла рассеяния θ и азимутального угла ψ. Угол рассеяния разыгрывается из нормального распределения:

$$P(\theta|E_e, \Delta Z) = N(0, \overline{\theta^2}/2), \tag{5}$$

где ΔZ — толщина слоя рассеивающего вещества и, согласно [10],

$$\overline{\theta^2} = 0{,}157\,\frac{Z(Z+1)}{A}\cdot\frac{B}{C^2}\cdot\Delta Z \ln\{1{,}13\cdot 10^4\,\frac{Z^{4/3}}{A}\cdot\frac{B}{C}\cdot\Delta Z\}. \tag{6}$$

Здесь $Z = 54$, $A = 131$ — атомный номер и атомный вес ядра ксенона, $B = (E_e + 0{,}511)^2$, $C = E_e(E_e + 1{,}022)$, угол θ выражен в радианах. Азимутальный угол ψ разыгрывается из равномерного распределения в интервале $[0, 2\pi]$. В пунктах рассеяния электрона и испускания ГК сохраняется полная энергия и импульс.

Второй вариант модели ЭФЛ (далее: модель 2) учитывает энергетический спектр тормозных ГК в виде распределения Бете-Гайтлера [12], которое было аппроксимировано функцией вида:

$$P(E_e, E) = \frac{1}{E}\left(a_i + \frac{b_i}{E_e}\right) \tag{7}$$

при условии, что $E \geq 0{,}1$ МэВ. Численные значения параметров a_i и b_i ($i = 1, 2, 3$) подбирались по методу наименьших квадратов для $E_e = 10$, 20, 100, 1000 и 10000 МэВ. Рассматривался также вариант модели ЭФЛ, в котором электрон испускает тормозной ГК на длине пробега ΔR, на которой полная вероятность испустить ГК равна 0,5.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ППЛЭ

Аналогично эксперименту [1] оси ливней лежат в плоскости проекции (в эксперименте — плоскость фотографирования). Эта плоскость (ПП) размечалась в виде прямоугольной сетки растра с шагом Δt вдоль

ОЛ и Δp – в направлении, перпендикулярном к ОЛ. Глубина t развития ливня отсчитывается от точки конверсии ГК, образующего ЭФЛ. При моделировании ЭФЛ вычислялись значения отношения

$$\eta(t, p\,|\,E_\gamma) = \frac{\Delta\Sigma E_e(t,\ p\,|\,E_\gamma)}{\Delta\Sigma r_e(t,\ p\,|\,E_\gamma)} \qquad (8)$$

ионизационных потерь энергии ливневых электронов, $\Delta\Sigma E_e(t,\ p\,|\,E_\gamma)$, выделяемых внутри столбика, перпендикулярного к ПП, проекцией которого на эту плоскость является клетка растра с координатами $(t,\ t+\Delta t;\ p,\ p+\Delta p)$, к соответствующей ППЛЭ, $\Delta\Sigma r_e(t,\ p\,|\,E_\gamma)$. На рисунках 1-3 приведены распределения величины

$$\eta(t\,|\,E_\gamma) = \sum_p \eta(t,\ p\,|\,E_\gamma) \qquad (9)$$

для энергий первичных ГК E_γ =100, 200, 500, 1000, 2000 и 3000 МэВ. При E_γ =100, 2000 и 3000 МэВ сравниваются результаты двух рассмотренных моделей ЭФЛ (рис.2 и 3). Сопоставление данных при двух значениях пороговой энергии ГК, $E_{0\gamma}$ = 2 и 10 МэВ, проиллюстрировано на примере ливней, вызванных ГК с энергией E_γ = 1000 МэВ (модель 1, рис.1). На рисунках 3, 4 и 5 приведены аналогичные распределения, но относящиеся к интервалам значений $p \in \Delta p$ = 0,125 рад.дл. (рис.4) и 0,375 рад.дл. (рис.5), расположенным по обе стороны ОЛ в плоскости $(t,\ p)$:

$$\eta(t\,|\,E_\gamma) = \sum_{p\in\Delta p} \eta(t,\ p\,|\,E_\gamma). \qquad (9')$$

Поперечные распределения величины (8)

$$\eta(p\,|\,E_\gamma) = \sum_{t\in\Delta t} \eta(t,\ p\,|\,E_\gamma) \qquad (10)$$

в интервале Δt = 0,5 рад.дл. в окрестности максимума ливней показаны на рисунках 6-8, причем на рис.6 изображены данные по модели 1, а для E_γ = 1000 МэВ сопоставлены результаты, касающиеся двух пороговых значений $E_{0\gamma}$ = 2 и 10 МэВ. Сравнение поперечных распределений величины (10) для двух моделей в интервале Δt, соответствующем максимумам ливней, образованных ГК с энергией E_γ = 2000 и 3000 МэВ, показано на рис.7. Аналогичные данные для E_γ = 100 МэВ приведены на рис.8.

Таблица содержит численные значения отношения (8), усредненного по всей плоскости проекции,

$$\eta(E_\gamma) = \sum_{t,\,p} \eta(t,\ p\,|\,E_\gamma), \qquad (11)$$

Рис.1. Распределение величины $\eta(t)$, определенной соотношением (9), по глубине t развития ливней, отсчитываемой от точки конверсии гамма-кванта с энергией E_γ, вызывающего лавину. Число разыгранных по модели 1 ливней равно 20 для каждого распределения. $E_{0\gamma}$ – пороговая энергия ливневых гамма-квантов.

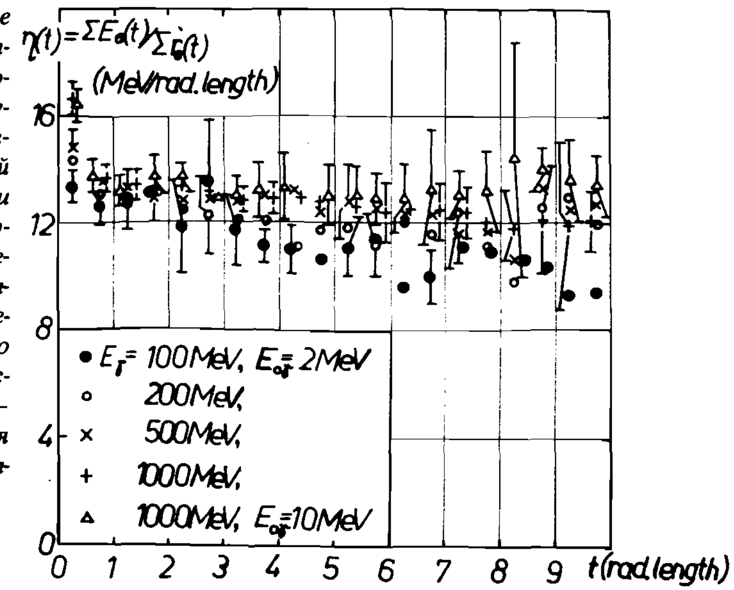
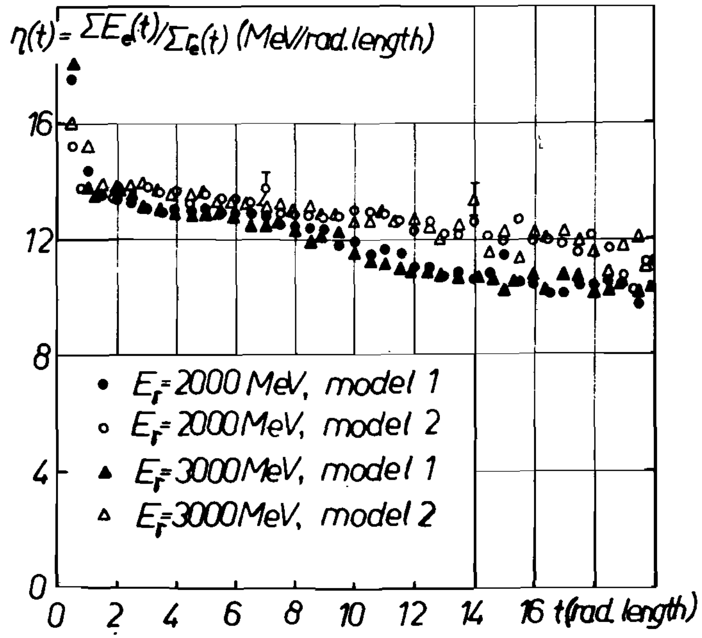


Рис.2. То же, что на рис.1, но для других значений E_γ и двух моделей. Расчет по выборкам численностью N_γ ливней, указанной в таблице.



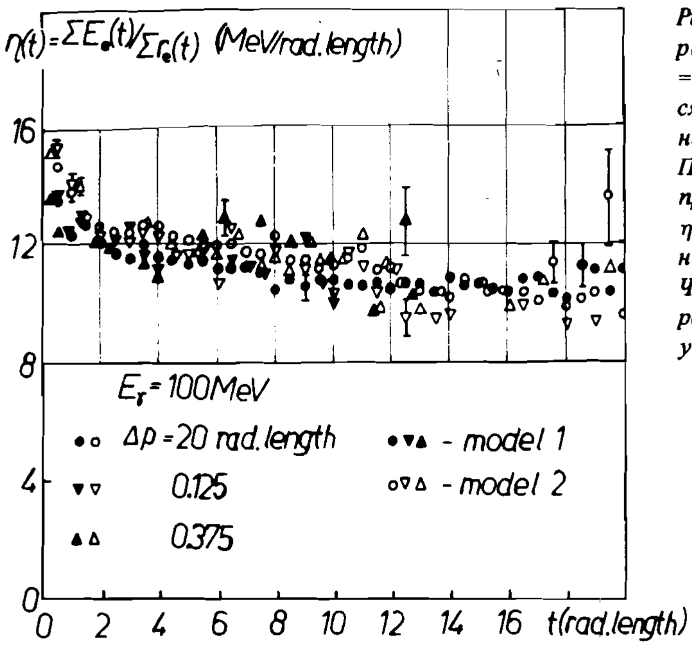


Рис.3. То же, что на рис.1, но при E_γ = = 100 МэВ сравниваются результаты, полученные по двум моделям. Приведены также распределения величины $\eta(t \mid E_\gamma)$, определенной соотношением (9'). Численность N_γ выборок разыгранных лавин указана в таблице.

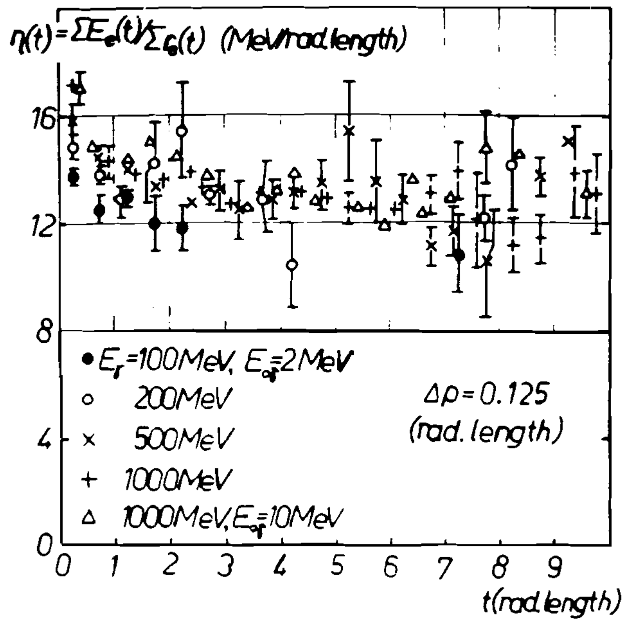


Рис.4. То же, что на рис.1, но для величины $\eta(t)$, определенной соотношением (9'), где Δp = 0,125 рад.дл.

Рис.5. То же, что на рис.4, но для Δp = 0,375 рад.дл.

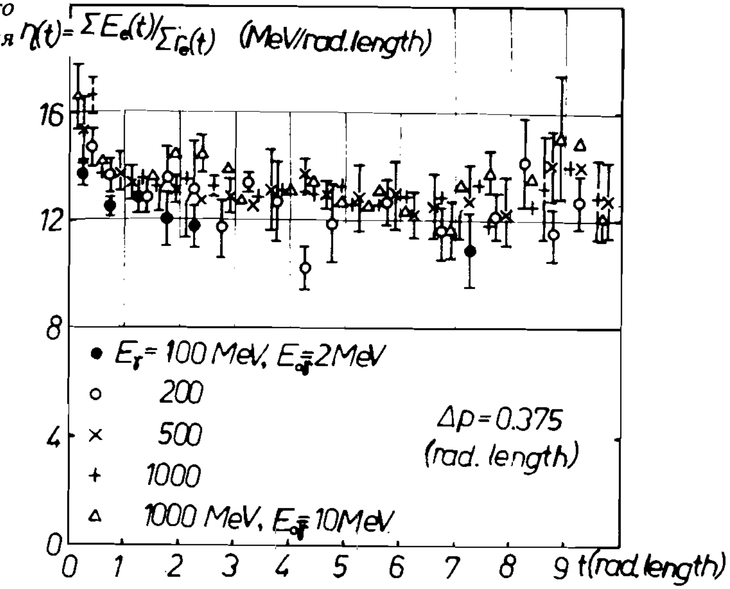
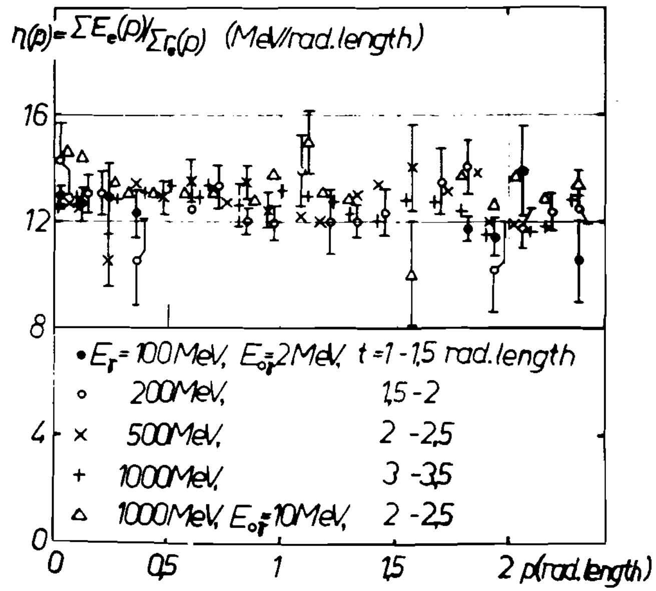


Рис.6. Распределения величины $\eta(p)$, определенной соотношением (10). На рисунке указаны интервалы значений t, к которым относятся соответствующие распределения $\eta(p)$. Расчет по модели 1.



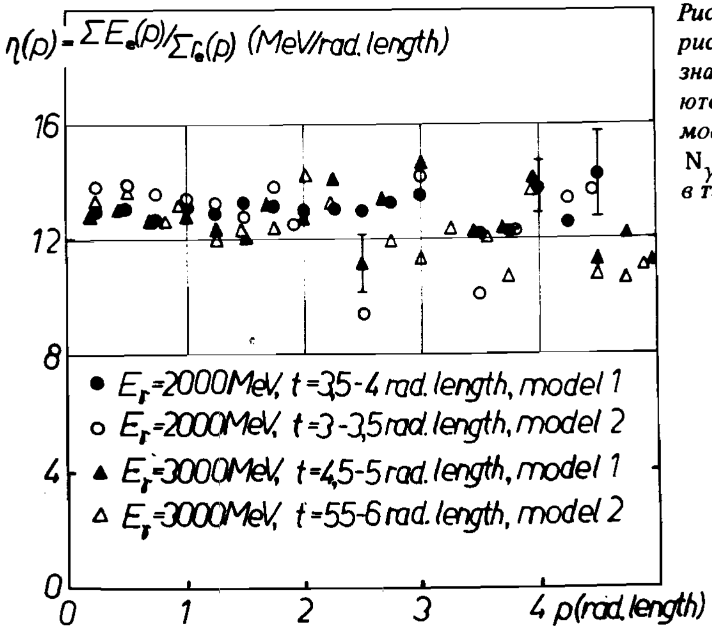


Рис.7. То же, что на рис.6, но для других значений E_γ. Сравниваются расчеты по двум моделям. Численность N_γ выборок указана в таблице.

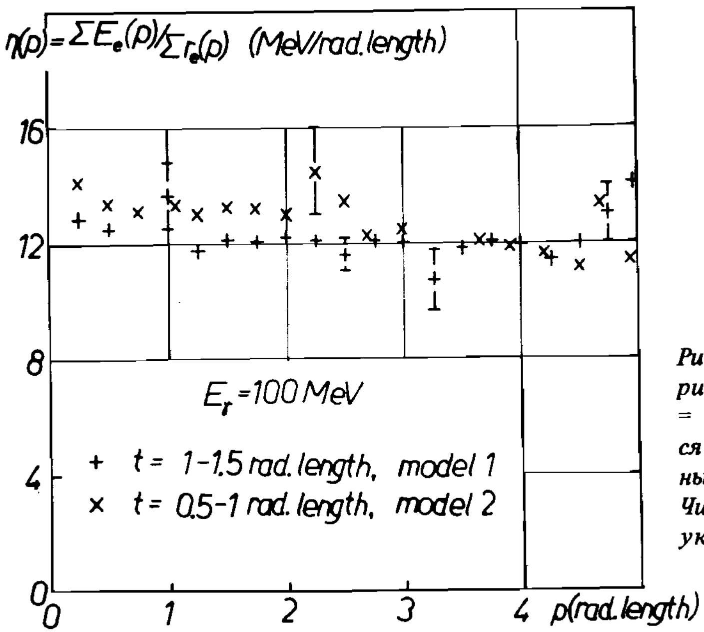


Рис.8. То же, что на рис.6, но для E_γ = 100 МэВ сравниваются результаты, полученные по двум моделям. Численность выборок указана в таблице.

Таблица

Численные значения величины $\eta(E_\gamma)$, определенной формулой (11) и вычисленной по двум моделям ЭФЛ, в зависимости от энергии E_γ ГК, вызывающего ливни. $E_{0\gamma}$ = 2 МэВ, $\eta(E_\gamma)$ дано в МэВ/рад.дл., N_γ – число промоделированных случаев ЭФЛ. Ошибка $\delta\gamma(E_\gamma) \simeq 0{,}1$

Модель		E_γ (МэВ)	100	200	500	1000	2000	3000	все
1		$\eta(E_\gamma)$	12,5	12,9	13,2	13,2	13,2	13,4	13,1
		N_γ	640	420	200	100	55	20	1435
2		$\eta(E_\gamma)$	13,6	13,6	13,6	13,6	13,4	13,6	13,5
		N_γ	448	294	140	70	40	21	1013

и вычисленного на основании обоих рассмотренных модельных подходов. Там же помещены числа N_γ разыгранных случаев ЭФЛ. Эти числа подбирались таким образом, чтобы относительная ошибка $\delta\eta/\eta$ в определении величины (8) по крайней мере в 50% прямоугольных клеток растра размером $\Delta t = 2\Delta p = 0{,}25$ рад.дл. не превышала 3%.

IV. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Приведенные распределения (рис.1-8) характерны для общей картины распределения величины $\gamma(t, p \mid E_\gamma)$ в плоскости (t, p). Можно заметить, что $\eta(t, p \mid E_\gamma)$ статистически значимо превышает среднее значение (см. таблицу) лишь вблизи точки конверсии ГК, образующего ливень, т.е. при $\Delta t \lesssim 1$ рад.дл. и $\Delta p \lesssim 0{,}1$ рад.дл. Это превышение растет с увеличением энергии E_γ, что отражает энергетическую зависимость ионизационных потерь энергии электронов и позитронов с энергией $E_{e\pm} \simeq E_\gamma/2$ в начале ливня. Кроме того, не наблюдается превышения $\eta(t, p \mid E_\gamma)$ над средним значением даже в узком интервале $\Delta p = 0{,}125$ рад.дл. вдоль оси ливня при $t \gtrsim 1$ рад.дл. (рис.3 и 4), так как электроны высоких энергий быстро теряют свою энергию. С увеличением t и p величину $\eta(t, p \mid E_\gamma)$ можно считать постоянной, в пределах статистических ошибок, по крайней мере в интервале значений (t, p), в котором выделяется в виде ионизационных потерь энергии более 90% суммарных ИП ливневых электронов (далее: центральная область ливня). Вне этого интервала $\eta(t, p \mid E_\gamma)$ уменьшается примерно на ~10%, что связано с уменьшением ИП при уменьшении, в среднем, энергии ливневых электронов на краях области пространства, занимаемого лавиной. Следует, однако, подчеркнуть, что значения $\eta(t, p \mid E_\gamma)$, полученные по модели 2, которая приводит к более жесткому энергетическому спектру ливневых фотонов и электронов, чем модель 1, и, следовательно, ближе к действительности, на несколько процентов выше соответствующих значений $\eta(t, p|E_\gamma)$, вычисленных по модели 1. Вне центральной области ливня эта разница растет с E_γ и достигает 10-15% при $E_\gamma \geq 2000$ МэВ. Интересно также отметить, что в модели 2 величина $\eta(t, p|E_\gamma)$ претерпевает меньшие изменения с ростом t, чем в модели 1, особенно при более высоких значениях энергии E_γ (рис.2).

Во всех рассмотренных случаях не наблюдается зависимости $\eta(t, p|E_\gamma)$ от поперечных размеров (p) ливней, кроме, как уже упоминалось, начала ливня.

С практической точки зрения важно, что во всем изученном интервале $E_\gamma = 100 \div 3000$ МэВ распределение $\eta(t, p|E_\gamma)$ в плоскости (t, p) несущественно зависит от E_γ (модель 2), кроме начала лавины. Другими словами, распределения $\eta(t, p|E_\gamma)$ при разных E_γ подобны. В модели 1 это свойство величины $\eta(t, p|E_\gamma)$ устанавливается при $E_\gamma \geq$ $\geq$ 200 МэВ (рис.1).

Обе модели приводят к увеличенным, по сравнению с экспериментом, поперечным размерам ливней, а положение максимумов t_{max} сдвинуто в сторону меньших значений t. Это обусловлено, в основном, предположением (5) относительно нормальности углового распределения многократно рассеиваемых ливневых электронов. Введение соответствующего ограничения, например $\theta < \langle\bar{\theta}^2\rangle^{1/2}$, делает обе модели более реалистическими. Тем не менее без ограничений такого рода можно проследить распределения $\eta(t, p|E_\gamma)$ на эффективно больших расстояниях от ОЛ и от точки конверсии первичных ГК. Надо при этом отметить, что рассмотренные модели приводят к зависимости между E_γ и суммарным пробегом ливневых электронов (таблица), удовлетворительно согласующейся с результатами других программ моделирования ЭФЛ по методу Монте-Карло. Так, например, в [6] отношение $\epsilon = E_\gamma / \Sigma R_e = 13{,}4$ МэВ/рад.дл. и практически постоянно в интервале $E_\gamma = 100 \div 5000$ МэВ (ΣR_e — суммарный пробег ливневых электронов с энергией $\geq$ 1 МэВ). В приближении Б каскадной теории [13] величина ϵ совпадает с так называемой критической энергией, т.е. энергией электрона, равной его потерям энергии на испускание тормозных ГК на одной рад.дл.

V. ВЫВОДЫ

На основании выполненного моделирования длин пробегов ливневых электронов в ЭФЛ, вызванных ГК с энергией E_γ = 100, 200, 500, 1000, 2000 и 3000 МэВ в жидком ксеноне, можно сделать следующие выводы:

1. Проекция суммарного пробега ливневых электронов $\Sigma r_e(t, p|E_\gamma)$ на плоскость (t, p), в которой лежит ось ливня, с точностью до нескольких процентов отражает ионизационные потери энергии прежде-

всего в центральной области ливня, содержащей, в среднем, не менее 90% энергии лавины.

2. Превышение величины $\eta(t, p|E_\gamma)$ (8) над средним значением (таблица), обусловленное энергетической зависимостью ИП электронов с энергией $E_e \sim E_\gamma$, наблюдается лишь вблизи точки конверсии первичного ГК, т.е. при $t \leq 1$ рад.дл. и $p \leq 0{,}1$ рад.дл.

3. Величина $\tilde{\eta}(t, p|E_\gamma)$ уменьшается на $\leq$ 10-15% вне центральной области ливня, прежде всего вдоль длины t развития ЭФЛ, что обусловлено энергетической зависимостью ИП ливневых электронов более низких энергий.

4. Численное значение величины $\eta(E_\gamma)$, усредненное по всей плоскости наблюдения (t, p) (таблица), удовлетворительно согласуется с аналогичными результатами других работ, посвященных моделированию ЭФЛ по методу Монте-Карло [6].

Полученные нами результаты дают возможность провести физический анализ и, в частности, скорректировать имеющиеся экспериментальные данные, касающиеся пространственного распределения ионизационных потерь электронов в электронно-фотонных лавинах. Они могут быть также полезны при дальнейшем совершенствовании методики определения энергии ГК по длине пробега создаваемых ими ливневых электронов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Словинский Б. и др. ОИЯИ, Р1-86-809, Дубна, 1985; ОИЯИ, Р1-86-810, Дубна, 1986; ОИЯИ, Р1-86-811, Дубна, 1986.*
2. *Охрименко Л., Словинский Б., Стругальский З. ОИЯИ, Р1-750, Дубна, 1973.*
3. *Барылов В.Г. и др. Препринт ИТЭФ-181, Москва, 1984.*
4. *Nelson W.R. In: Computer Techniques in Radiation Transport and Dosimetry. Ettore Majorana Intern. Science Series. Plenum Press. N.Y., London, 1978, p.173-195.*
5. *Gardiner C.W. Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and the Natural Sciences. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985, p.235; Ramakrishnan R. Elementary Particles and Cosmic Rays. New York, 1962.*
6. *Longo E., Sestili I. Nucl. Instr. Meth., 1975, 128, p.283-307.*
7. *Борковский М.Я. Препринт ЛИЯФ, №462, Л., 1979.*
8. *Okamoto M., Shibata T. – Nucl.Instr. Meth., 1987, A257, p.155-176.*
9. *Охрименко Л.С., Словинский Б., Стругальский З. ОИЯИ, Р13-3918, Дубна, 1968.*
10. *Росси Б. Частицы больших энергий. М.: Гостехиздат, 1955.*
11. *Ничипорук Б., Словинский Б., Стругальский З. ОИЯИ, Р-2808, Дубна, 1966.*
12. *Rossi B., Greisen K. – Rev.Mod.Phys., 1941, v.13, p.240.*
13. *Беленький С.З., Иваненко И.П. – УФН, 1959, т.69, с.591.*

Рукопись поступила в издательский отдел
13 апреля 1988 года.