

8233

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



8233

Экз. чит. зала

P13 - 8233

Б.В.Васильев, В.В.Данилов, К.К.Лихарев

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ  
СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КВАНТОВЫХ  
ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

P13 - 8233

Б.В.Васильев, В.В.Данилов, К.К.Лихарев

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ  
СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КВАНТОВЫХ  
ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ

Направлено на конференцию по прикладной  
сверхпроводимости (США, 1974)

## Введение

Рассматривается проблема оптимизации следующих характеристик одноконтактных квантовых сверхпроводящих флюксметров:

1. Полный размах изменения выходного сигнала магнитометра  $\Delta A$ .

2. Крутизна сигнальной характеристики  $\gamma = \left| \frac{\partial A}{\partial \Phi_e} \right|$ .

3. Минимально обнаружимый поток  $\delta \Phi$ .

Для обычного гистерезисного режима ( $\ell = \frac{2\pi L_R I_0}{\Phi_0} > 1$ )

получены следующие результаты. В резистивном случае

( $q = \frac{\omega L_R}{R} < 1$ ) максимальное значение

$$\Delta A = \frac{\Phi_0}{2} \sqrt{\frac{\Delta_k(\ell) Q}{\pi L_R C_T}},$$

где функция  $\Delta_k(\ell)$  имеет максимальное значение порядка 1 при  $\ell \approx 1,5$ . Измерение зависимости величины  $\Delta A$  от параметров  $k$  и  $C_T$  для флюксметра с частотой накачки порядка 10 МГц и высокочастотным контуром ( $Q \sim 10^3$ ) удовлетворительно согласуются с расчетом.

При тех расстройках  $\xi_0$ , когда сигнал  $A(\Phi_e)$  имеет треугольную или трапецидальную форму, величина  $\gamma$  выражается обычным соотношением

$$\gamma_0 = \frac{\omega}{k} \sqrt{\frac{L_T}{L_R}}.$$

При значительных отрицательных расстройках зависимость может приобрести прямоугольную форму, и возникающие в этом случае величины  $\gamma$  гораздо больше  $\gamma_0$ .

Экспериментально реализованное значение  $\delta\Phi \approx 10^{-11}$  Гс.см<sup>2</sup> близко к известной теоретической оценке.

Расчеты показывают, что для безгистерезисного режима  $\ell < 1$  и  $q \ll 1$  можно получить

$$\frac{\gamma_{\max}}{\gamma_0} \approx \frac{\ell}{q} \gg 1, \quad (\delta\Phi)_{\min} = 1,2 \frac{L_R}{\ell} \left\{ \frac{4\Delta f k_B T}{R} \right\}^{1/2}$$

Эта формула дает  $\frac{(\delta\Phi)_{\min}}{(\Delta f)^{1/2}} \approx 10^{-14}$  Гс.см<sup>2</sup>/√Гц при

$\ell \approx 1$ ,  $L_R \approx 10^{-10}$  Г, /без учета шумов усилителя/. Экспериментально магнитометры были использованы для поиска электрического дипольного момента электрона в макроскопическом опыте, для низкотемпературной парамагнитной термометрии, а также для проверки степени экранирования магнитного поля полыми сверхпроводящими экранами.

Для применения квантовых сверхпроводящих флюксметров существенный интерес представляет улучшение их характеристик, которого можно добиться, производя оптимизацию по ряду переменных параметров. В настоящей работе рассмотрены основы оптимизации характеристик обычного /1-3/ одноконтактного флюксметра, схема которого и основные обозначения приведены на рис. 1.

Характеристиками флюксметра могут служить следующие величины:

1. При большом ( $> \Phi_0$ ) интервале изменения внешнего магнитного потока через сквид- $\Phi_e$  основной характеристикой служит полный размах  $\Delta A$  изменения амплитуды  $A$  напряжения колебаний на контуре

$$V(t) = A \cos(\omega t + \theta).$$

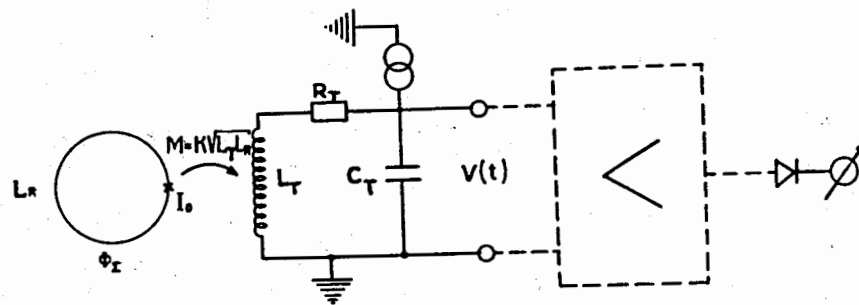


Рис. 1

2. При малых входных сигналах ( $\Delta\Phi_e \ll \Phi_0$ ) основной сигнальной характеристикой является крутизна  $\gamma = \left| \frac{\partial A}{\partial \Phi_e} \right|$ .

3. Если шумы последующих каскадов флюксметра /пунктир на рис. 1/ достаточно малы, то важной характеристикой является минимально обнаружимый поток  $\delta\Phi = A_f / \gamma$ , где  $A_f$  - среднеквадратичное отклонение амплитуды  $A$ , измеренное в выходной полосе  $\Delta f$ .

Оптимизация может быть проведена по амплитуде и расстройке накачки, постоянному потоку смещения  $\Phi_{e0}$ , коэффициенту связи  $k$  и критическому току  $I_0$ . Получающиеся оптимальные значения характеристик являются функциями индуктивности сквида  $L_R$  и параметров контура.

Вначале теоретически и экспериментально будет рассмотрена оптимизация флюксметра, работающего в обычном /1-3/ гистерезисном режиме, получающемся при

значениях основного параметра сквида  $\ell = \frac{2\pi L_R I_0}{\Phi_0}$ ,

больших единицы. В конце мы теоретически оцениваем возможности безгистерезисного режима ( $\ell < 1$ ).

### Зависимость $A$ от $\Phi_e$ при внешней накачке

Для нахождения сигнальных характеристик флюксометра необходимо знать зависимость  $A$  от  $\Phi_e$ , которую можно получить, анализируя кривую зависимости потоков в сквиде, показанную на рис. 2 /1/.

Пусть добротность контура  $Q \gg 1$  и выполняется обычное условие  $k^2 \ll 1$ , тогда колебания в контуре можно считать квазигармоничными. Если, кроме того, шумы малы, можно записать:

$$\phi_e = \phi_0 + a \cos(\omega t + \theta), \quad \phi_0 = 2\pi \frac{\Phi_{e0}}{\Phi_0}, \quad /1/$$

где  $a$  пропорционально выходной амплитуде  $A$ :

$$a = \frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{A}{\gamma_0}, \quad \gamma_0 = \frac{\omega}{k} \sqrt{\frac{L_T}{L_R}}. \quad /2/$$

По зависимости потоков в сквиде /рис. 2/ можно построить зависимость  $a$  от амплитуды накачки  $\epsilon$  /рис. 3/.

На рис. 3а участок  $0a'b'$  соответствует периодическим колебаниям в контуре с частотой накачки, не возбуждающим скачков в сквиде /см. ситуацию I на рис. 2/. Участок  $cc's''$  соответствует периодическим колебаниям в контуре на частоте накачки с двумя скачками в сквиде за период. Соединяющее эти участки плато /например,  $a's'$  / соответствует сложному квазигармоническому процессу /4/, средняя амплитуда которого мало /порядка  $k^2$  / отличается от порогового значения, соответствующего началу скачков /ситуация II на рис. 2/:

$$a_{p\ell} = \begin{cases} \phi^* - \phi_0, & 0 < \phi_0 < \pi \\ \phi^* + \phi_0 - \pi, & \pi < \phi_0 < 2\pi. \end{cases} \quad /3/$$

Если сверхпроводящий ток в джозефсоновском элементе  $I_s$  синусоидально зависит от разности фаз  $\phi$ , то  $\phi^* = \arccos(\ell^{-1}) + (\ell^2 - 1)^{1/2}$ .

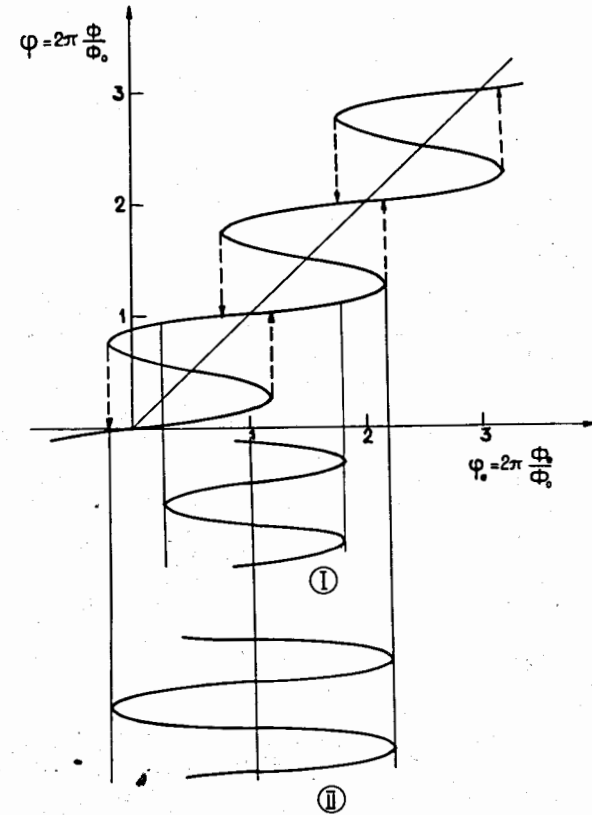


Рис. 2. Зависимость полного потока через сквид  $\Phi$  от внешнего потока  $\Phi_e$ .

Формула /3/ показывает, что до тех пор, пока рабочая точка находится в пределах плато,  $|\frac{\partial a}{\partial \phi_0}| = 1$  и крутизна  $\gamma$  тождественно равна  $\gamma_0$  (2).

Если плато достаточно длинны, то можно выбрать такой уровень накачки  $\epsilon$ , при котором рабочая точка всегда будет находиться на плато, а зависимость амплитуды  $A$  от внешнего потока  $\Phi_e$  будет треугольной с размахом:

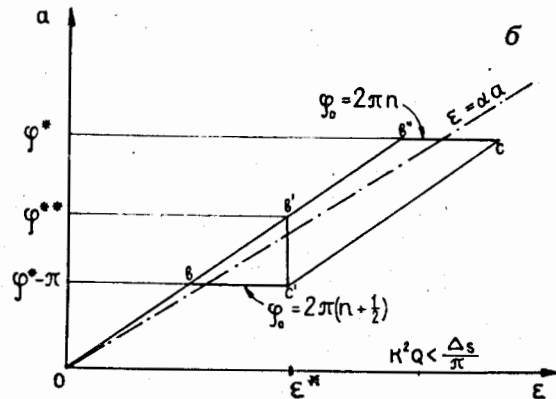
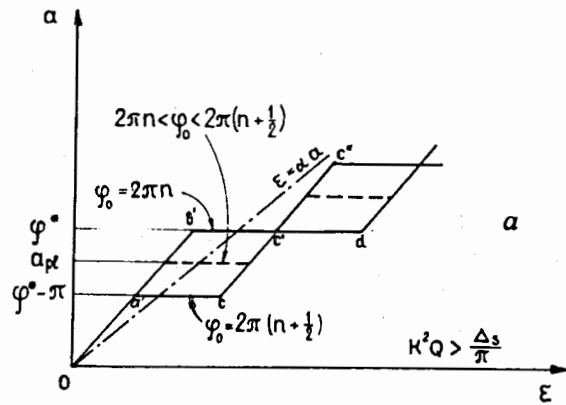


Рис. 3. Высокочастотная характеристика сквида для случаев большого и малого коэффициентов связи.

$$(\Delta A)_{\max} = \gamma_0 \frac{\Phi_0}{2} = \frac{\omega}{k} \frac{\Phi_0}{2} \sqrt{\frac{L_T}{L_R}} \quad /4/$$

Если же  $\epsilon$  выбрано неоптимально и рабочая точка при некоторых  $\phi_0$  выходит на участки  $a'b'$ ,  $cc'$  и т.д., то функция  $A(\Phi_c)$  имеет трапецевидную форму и размах  $\Delta A < (\Delta A)_{\max}$ . Такие зависимости экспериментально наблюдались многими авторами /1-3,5/.

Если величина  $k^2Q$  и, следовательно, величина плато мала, то функция  $A(\Phi_c)$  может быть только трапецевидальной и максимальный размах  $\Delta A$  получается при значении  $\epsilon = \epsilon^*$  /рис. 3б/. Для нахождения этого размаха воспользуемся периодичностью колебаний в граничных точках  $b'$  и  $c'$  с частотой накачки и запишем уравнение гармонического баланса. В наших обозначениях оно имеет вид

$$\left(\frac{\epsilon}{2}\right)^2 = [\delta_0 a - \frac{k^2 \ell}{2} i_{Rs}]^2 + [\xi_0 a + \frac{k^2 \ell}{2} i_{Rc}]^2 \quad /5/$$

где  $\delta_0 = \frac{1}{2Q}$ ;  $\xi_0 = \frac{\omega - \omega_T}{\omega}$  - расстройка частоты накачки  $\omega$  от собственной частоты контура  $\omega_T$ ,  $i_{Rs}$ ,  $i_{Rc}$  - синусная и косинусная амплитуды тока в сквида  $I_R$ , нормированного на  $I_0$

$$i_{R\left\{\frac{s}{c}\right\}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a \cos \tau + \phi e^{-\phi}}{\ell} \frac{\sin \tau}{\cos \tau} d\tau \quad /6/$$

Здесь  $\phi$  нужно определять из уравнения для сквида, которое в обычной резистивной модели имеет вид:

$$\Omega \phi + \sin \phi + \frac{\phi}{\ell} = \frac{a \cos \tau + \phi e}{\ell} \quad /7/$$

В уравнении /7/ дифференцирование производится по безразмерному времени  $\tau = \omega t + \theta$ ;  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ , где

$\omega_0 = 2\pi \frac{I_0 R}{\Phi_0}$  - характерная частота контакта,  $R$  - его

нормальное сопротивление.

Для точки  $b'$  /рис. 3б/ скачков нет,  $i_{Rs} = 0$  и уравнение /5/ превращается в  $\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \phi^{**} [\delta_0^2 + \epsilon_1^2]^{1/2}$ ,

где  $\xi_1 = \xi_0 + \frac{k^2 \ell}{2} \frac{di_{Rc}}{da}$  - эффективная расстройка.

Вычисляя разницу  $[\phi^{**} - (\phi^* - \pi)]$ , получаем:

$$\Delta A = \frac{\Phi_0}{2\pi} \gamma_0 [\phi^{**} - (\phi^* - \pi)] =$$

$$= \frac{\Phi_0}{2\pi} \gamma_0 \left\{ \frac{[\delta_0(\phi^* - \pi) - \frac{k^2 \ell}{2} (\Delta i_{Rs})]^2 + [\xi_1(\phi^* - \pi) + \frac{k^2 \ell}{2} (\Delta i_{Re})]^2}{[\delta_0^2 + \xi_1^2]^{1/2}} - \right.$$

$$\left. - (\phi^* - \pi) \right\}. \quad /8/$$

Здесь  $\Delta i_{R\{\frac{s}{c}\}}$  - изменения соответствующих величин при появлении скачков в сквиде.

На рис. 4 показана численно рассчитанная зависимость величины  $[(-\Delta i_{Rs})]$  от параметра  $\ell$  для случая  $q = \Omega \ell = \frac{\omega L_R}{R} \ll 1$ . При  $\ell \rightarrow \infty : \ell |\Delta i_{Rs}| \rightarrow 4$ . Ве-

личина  $(\Delta i_{Rc})$  по крайней мере на порядок меньше  $(-\Delta i_{Rs})$  при любых  $\ell$ . Как видно из формулы /8/, при этом оптимальное значение  $\xi_1 = 0$  и мы имеем:

$$(\Delta A)_{\max} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \gamma_0 [k^2 Q \ell |\Delta i_{Rs}|]. \quad /9/$$

Формулы /4/ и /9/ показывают, что зависимость  $(\Delta A)_{\max}$  от коэффициента связи имеет вид, приведенный на рис. 5. Точками показаны полученные нами экспериментальные значения  $(\Delta A)_{\max}$  при различных  $k$ . При изменениях коэффициента связи добротность  $Q$  практически не менялась /рис. 6/. Отличия эксперимента от теории, вероятно, связаны с тем, что в экспериментах величина  $q$  была сравнима с единицей.

Для  $k_{opt}$  и  $A_{\max}$  имеем:

$$k_{opt}^2 Q = \left[ \frac{1}{\pi} \ell |\Delta i_{Rs}| \right]^{-1} \xrightarrow{\ell \rightarrow \infty} \frac{\pi}{4}, \quad /10/$$

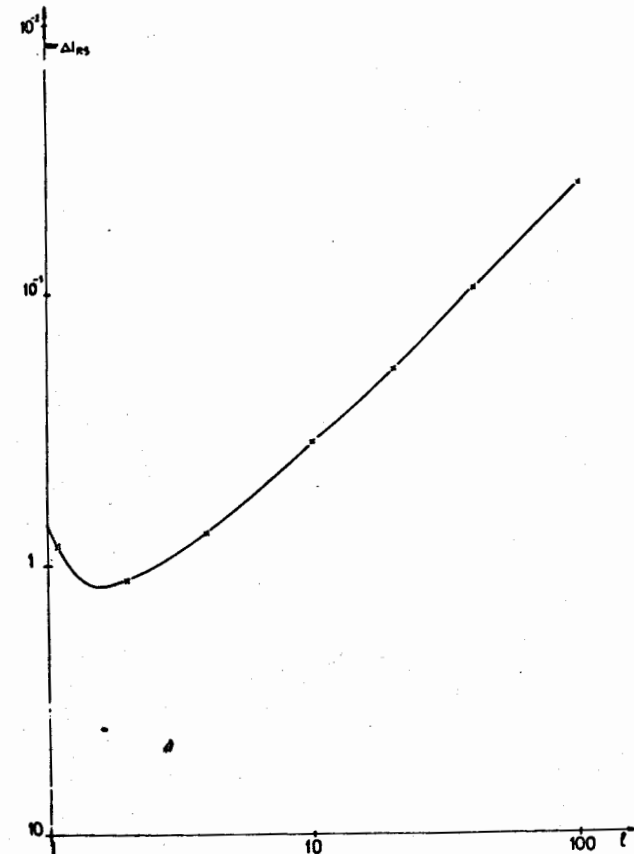


Рис. 4

$$(\Delta A)_{\max} = \frac{\Phi_0}{2} \omega \sqrt{\frac{L_T}{L_R} \frac{1}{\pi} \ell |\Delta i_{Rs}| Q} \rightarrow \frac{\Phi_0}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{Q}{L_R C_T}}.$$

/11/

Формула /11/ показывает, что  $(\Delta A)_{\max}$  фактически зависит не от частоты накачки, а от комбинации  $Q/C_T$ ; где  $C_T$  - емкость колебательного контура с учетом пара-

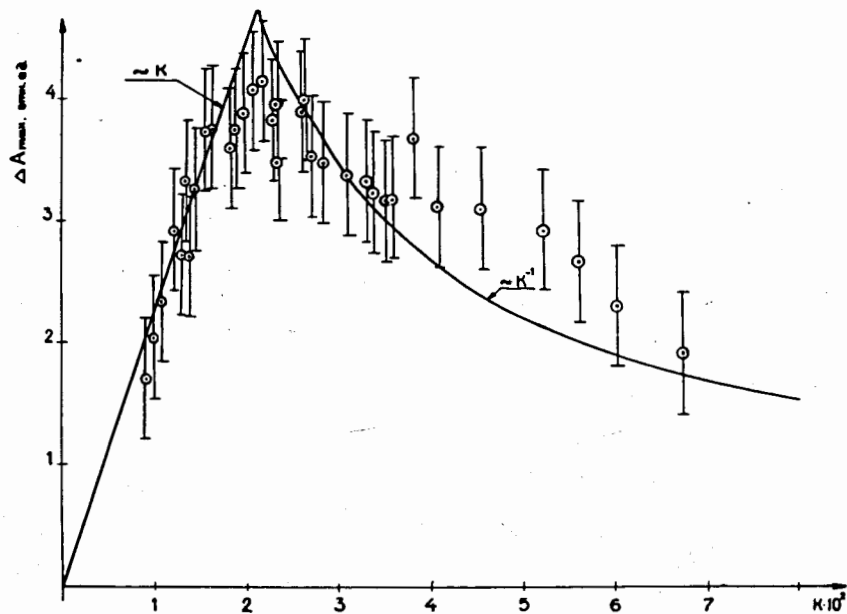


Рис. 5

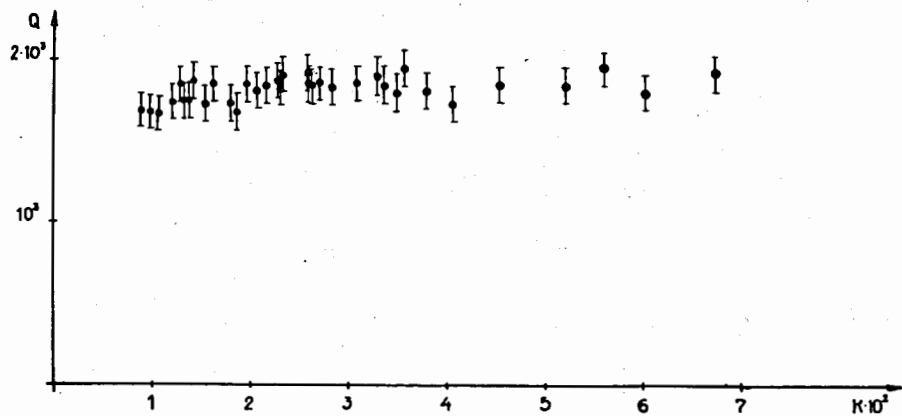


Рис. 6. Зависимость  $Q$  от  $k$  для экспериментов по оптимизации  $(\Delta A)_{\max}$ , результат которых показан на рис. 5.

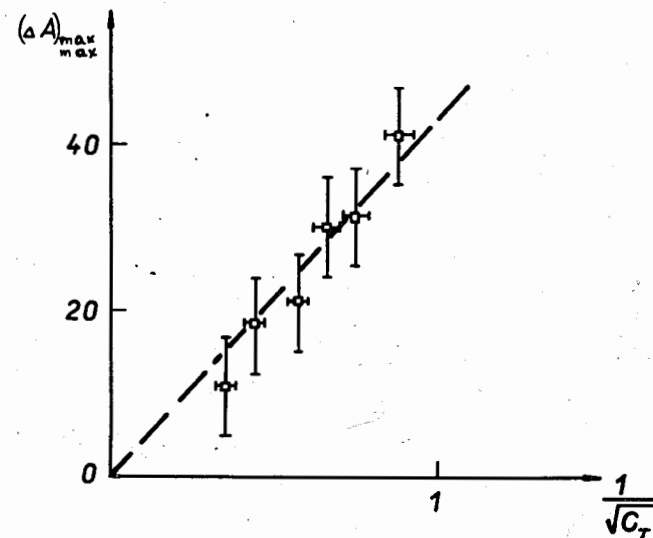


Рис. 7

зитной емкости катушки и первого каскада усиления. Поэтому преимущества работы в различных частотных диапазонах накачки определяются прежде всего параметром  $Q/C_T$ , достижимым в данном диапазоне паразитных емкостей.

На рис. 7 показана зависимость  $(\Delta A)_{\max}$  от емкости,

причем добротность контура при изменении  $C_T$  была практически неизменна. Следует отметить, что все изложенные выше результаты, начиная с диаграммы рис. 3, получены в предположении об увеличении /при появлении скачков в сквиде/ модуля последовательного импеданса в контуре. Однако при больших отрицательных расстройках даже малый скачок  $\Delta i_{Rc}$  может привести к уменьшению этого модуля /рис. 8/. Абсолютная величина расстройки, при которой начинаются такие режимы, уменьшается с увеличением  $Q$ , поскольку при этом увеличивается отношение  $|\Delta i_{Rc} / \Delta i_{Rs}|$ . Появление скачков вызывает резкое увеличение амплитуды колеба-



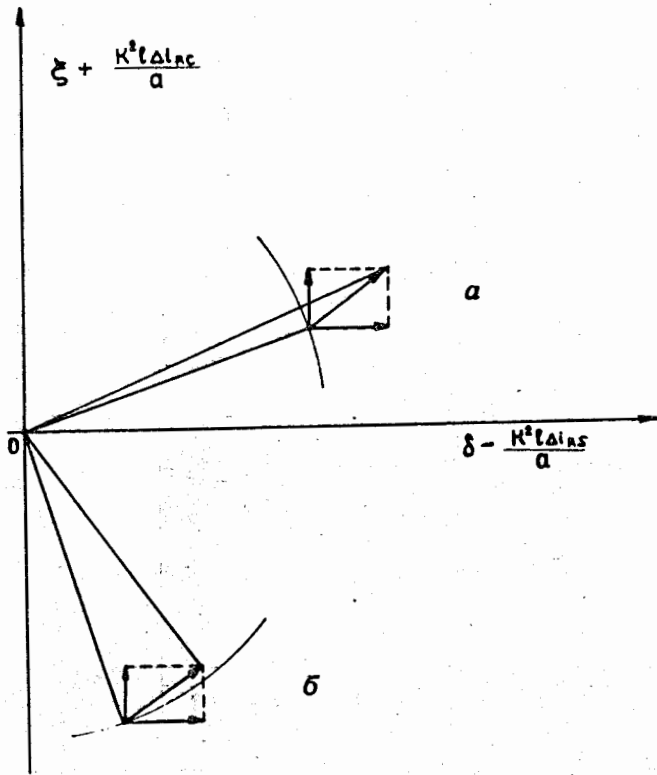


Рис. 8. Плоскость комплексного последовательного импеданса контура при обычных /а/ и больших отрицательных расстройках /б/.

ний в контуре. Чтобы уменьшить ее до прежнего уровня, нужно снизить значение внешнего потока на конечную величину. Таким образом, зависимость  $A(\Phi_e)$  должна иметь квазипрямоугольный вид. Эти зависимости действительно наблюдаются в эксперименте.

#### Зависимости $A$ от $\Phi_e$ в автодинном режиме

При автодинном режиме накачка поступает на контур через усилитель обратной связи. Поэтому величины

$a$  и  $\epsilon$  связаны, кроме соотношения, характеризующего сквид /см. выше и рис. 3/, соотношением  $\epsilon = a \cdot a$ , где  $a$  - коэффициент обратной связи. Последнее соотношение показано на рис. 3 штрих-пунктирными линиями. Рабочая точка лежит на пересечении двух зависимостей  $a(\epsilon)$ . Из рис. 3 хорошо видно, что если участок  $0bb''$  представляет прямую /что будет, когда  $i_{Re}$  в отсутствие скачков пропорционально  $a$  и не зависит от  $\phi_0$  /, то величина  $\Delta A$  определяется равенством /4/ при любых значениях  $k^2 Q$ . Реально уменьшение  $k$  вызовет срыв автодинного режима /из-за нелинейности участка  $0bb''$  или влияния шумов/, однако это произойдет при значениях  $k$ , существенно меньших, чем даваемые формулой /10/. Поэтому, уменьшая  $k$  почти до границы срыва автодинного режима, можно добиться получения более высоких значений  $(\Delta A)_{max}$ , чем по формуле /11/. Экспериментально мы действительно получали, что при малых  $k$  в автодинном режиме  $\Delta A$  может почти на порядок превышать его значение в режиме с внешней накачкой.

#### Минимально обнаружимый поток $\delta\Phi$

Расчет  $\delta\Phi$  для гистерезисного режима и  $q \ll 1$  был дан в работах /6/. Согласно полученному в них результату, для уменьшения  $\delta\Phi$  необходимо уменьшить критический ток контакта. Однако эта теория применима лишь до тех пор, пока параметр  $\Gamma$  много меньше единицы. Здесь

$$\Gamma = \frac{I_f}{2I_0}, \quad I_f = \frac{2\pi k_B T}{\Phi_0}. \quad /12/$$

Расчеты при параметре  $\Gamma \approx 1$  гораздо сложнее /7/, поэтому полностью оптимизированный флюктуационный предел для гистерезисного режима остается пока невыясненным.



Рис. 9

С другой стороны, экспериментально мы получили <sup>в/</sup> значение  $\delta\Phi/(\Delta f)^{1/2} \approx 10^{-11} \text{ Гс.см}^2/\text{Гц}^{1/2}$ , что соответствует  $\approx 5 \cdot 10^{-5} \Phi_0$  и хорошо согласуется с оценками, полученными из формул, приведенных в <sup>6/</sup>.

На рис. 9 показана реакция флюксметра на изменение внешнего потока на величину  $10^{-3} \Phi_0$ . Длительность калибровочного импульса - 15 сек, время усреднения - 1 сек.

#### Уравнения для безгистерезисного режима

Дальнейшего улучшения характеристик флюксметра, возможно, можно добиться, используя безгистерезисный режим работы  $\ell < 1$  <sup>в/</sup>. В таком режиме кривизна характеристики  $\phi(\phi_e)$  /рис. 2/ мала, так что все ее точки устойчивы и скачки в сквипе отсутствуют.

Для теоретического анализа работы флюксметра используем уравнение сквида /7/, причем для учета флуктуаций достаточно включить в его левую часть флуктуационный ток  $i_f$ :

$$\langle i_f \rangle = 0, \quad \langle i_f(r_1) i_f(r_2) \rangle = 2\Gamma\Omega \delta(r_1 - r_2). \quad /13/$$

Будем считать параметр  $\ell \ll 1$ , хотя фактически последнее неравенство может не быть сильным. При этом из /7/ получаем линейное уравнение для  $\phi$ :

$$q\dot{\phi} + \phi = \phi_e + a \cos \tau - \ell i_f, \quad /14/$$

где теперь амплитуда  $a$  и фаза  $\theta$  колебаний в контуре должны считаться не постоянными, а медленными функциями  $\tau$ . Из /14/ легко найти  $\phi$ . Затем, подставляя  $\phi$  в выражение для тока  $i_R = \sin \phi + \frac{\phi}{\ell} + i_f$  и считая шум малым

$$\Gamma \ell \ll 1, \quad /15/$$

можно найти сигнальные и флуктуационные части медленных амплитуд  $i_R \left\{ \frac{s}{c} \right\}$ . Знание этих амплитуд позволяет записать укороченные уравнения для  $a$  и  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \dot{a} + \delta(a, \phi_e) a + \frac{\epsilon}{2} \sin \theta + n_a(\tau) &= 0, \\ a\dot{\theta} + \xi(a, \phi_e) a + \frac{\epsilon}{2} \cos \theta + n_\theta(\tau) &= 0, \end{aligned} \quad /16/$$

где  $\delta$  и  $\xi$  - эффективные затухание и расстройка с учетом влияния сквида:

$$\begin{aligned} 2\delta &= Q^{-1} + \frac{k^2}{q^2+1} \left[ q - \ell q \sqrt{q^2+1} \frac{2J_1}{a} \cos \phi_0 \right], \\ 2\xi &= 2\xi_0 + \frac{k^2}{q^2+1} \left[ -q^2 - \ell \sqrt{q^2+1} \frac{2J_1}{a} \cos \phi_0 \right]. \end{aligned} \quad /17/$$

Функции Бесселя первого рода  $J_1$  берутся от аргумента  $a/\sqrt{q^2+1}$ ;  $n_a$  и  $n_\theta$  - независимые источники флюктуаций, которые можно считать белыми с одинаковой спектральной плотностью:

$$S_n = \frac{k^2 \ell}{\pi} \left( \frac{k^2 \Gamma q}{q^2 + 1} + \frac{\Gamma_T}{Q} \right). \quad /18/$$

Второй член в скобках характеризует шумы контура, причем  $\Gamma_T$  отличается от  $\Gamma$  /12/ лишь заменой температуры контакта  $T$  на температуру контура  $T_c$ . Уравнения /16/ и /17/ позволяют полностью проанализировать процессы в флюксметре. В частности, для анализа и оптимизации предельных характеристик прибора рассмотрим лишь воздействие малых сигналов ( $\phi_s \ll 1$ ) и малых шумов ( $S_n \ll 1$ , для чего достаточно выполнения /15//. При этом амплитуда  $a_0$  и фаза  $\theta_0$  фоновых стационарных колебаний удовлетворяют системе двух алгебраических уравнений:

$$2\delta(a_0, \phi_0) a_0 = \epsilon \sin \theta_0; \quad 2\xi(a_0, \phi_0) a_0 = \epsilon \cos \theta_0, \quad /19/$$

которые при  $q \ll 1$  совпадают с результатом, приведенным в работе /9/.

Учитывая затем, что сигнал с контура может после усиления поступать как на амплитудный, так и на фазовый детекторы, имеет смысл ввести два коэффициента преобразования:

$$\gamma_a = \left| \frac{\partial A}{\partial \Phi_e} \right|_{n=0}, \quad \gamma_\theta = \left| A \frac{\partial \theta}{\partial \Phi_e} \right|_{n=0}. \quad /20/$$

Используя при решении /16/ условие малости сигнала и шумов, получим:

$$\gamma_{a,\theta} = \gamma_0 k^2 \ell \frac{|\sin \phi_0 \cdot J_1|}{\sqrt{q^2 + 1}} \left[ \frac{\beta_{a,\theta}^2}{(\delta \tilde{\delta} + \xi \tilde{\xi} - \nu^2)^2 + \nu^2 (\delta + \tilde{\delta})^2} \right]^{1/2}, \quad /21/$$

$$\delta \Phi_{a,\theta} = \frac{\Phi_0}{2\pi} |\sin \phi_0 J_1|^{-1} \left\{ \frac{\Delta \nu}{\pi \ell} \left[ \Gamma_q + \frac{\Gamma_T (q^2 + 1)}{k^2 Q} \right] \times \right.$$

/22/

$$\left. \times \left[ \frac{\delta_{a,\theta}^2 + \xi_{a,\theta}^2 + \nu^2}{\beta_{a,\theta}^2} \right] \right\}^{1/2},$$

где  $\beta_a^2 = (\xi + q\delta)^2 + \nu^2 q^2$ ;  $\beta_\theta^2 = (\delta - q\xi)^2 + \nu^2$ ;  $\delta_a = \delta$ ,  $\delta_\theta = \delta^a$ ,  $\xi_a = \xi$ ,  $\xi_\theta = \xi^a$ ,  $\nu$  - приведенная частота сигнала,

$\Delta \nu = \frac{2\pi \Delta f}{\omega}$  - безразмерная полоса за детектором,

$\tilde{\delta} = \frac{\partial(\delta a)}{\partial a} \Big|_{a_0, \phi_0}$  и  $\tilde{\xi} = \frac{\partial(\xi a)}{\partial a} \Big|_{a_0, \phi_0}$  - эффективные затухание и расстройка для малых отклонений амплитуды и фазы от  $a_0, \theta_0$ .

Как показывает формула /21/, основной особенностью безгистерезисного режима работы является возможность в принципе получать сколь угодно большие коэффициенты преобразования  $\gamma$ . При этом для  $\gamma \rightarrow \infty$  /точки срыва/ значение выражения /22/ для  $\delta \Phi$  остается постоянным.

При условии, что шумовой вклад каскадов обработки выходного сигнала мал, то есть коэффициент  $\gamma$  достаточно велик, оптимизировать нужно  $\delta \Phi$ . Поэтому ниже мы проведем оптимизацию системы по  $\delta \Phi$ , а затем убедимся, что соответствующие величины  $\gamma$  не слишком малы.

Оптимизируем сначала наиболее легко изменяемые в эксперименте величины

$(\phi_0)_{opt} = \pi \cdot m$ ,  $a_{opt} = a_1 \sqrt{q^2 + 1}$ ,  $|\sin \phi_0 \cdot J_1|_{max} = J_{1,1}$ , /23/

где  $J_{1,1} = J_1(a_1) \approx 0,58$  - первый максимум функции Бесселя,  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Учитывая, что в реальных системах  $\omega/Q \gg 10^5 \text{ сек}^{-1}$ , то есть обычно  $\nu \ll \delta$ , получим для не зависящего от  $\nu$  оптимума по  $\xi$ :

$$\xi_{\text{opt}} = \begin{cases} \delta/q & \text{для } \delta\Phi_a, \\ -\delta q & \text{для } \delta\Phi_\theta, \end{cases} \quad /24/$$

что дает для минимумов  $\delta\Phi_a$  и  $\delta\Phi_\theta$  одинаковые значения:

$$(\delta\Phi)_{\text{min}} = \frac{L_R}{\sqrt{2} J_{1,1} \cdot \ell} \left[ \frac{4k_B T \Delta f}{R(1 + \omega^2 L^2 / R^2)} \right]^{1/2} \quad /25/$$

При получении /25/ влияние шумов контура не учитывалось, что верно при достаточно большой добротности контура:

$$k^2 Q \frac{q}{q^2 + 1} \frac{T}{T_T} \gg 1. \quad /26/$$

Далее в оптимальных по  $\delta\Phi$  рабочих точках при выполнении /26/ и  $q \ll 1$  имеем

$$\gamma_\theta / \gamma_0 = \ell / q \gg 1, \quad \gamma_a / \gamma_0 = \ell < 1, \quad /27/$$

причем, увеличивая  $(\delta\Phi)_{\text{min}}$  всего в  $\sqrt{2}$  раз, можно получить  $\gamma_a = \gamma_\theta \gg \gamma_0$ .

Известно /10/, что для гистерезисного режима, то есть  $\gamma = \gamma_0$ , удастся добиться выполнения условия  $\langle V_N^2 \rangle^{1/2} \ll \delta\Phi \cdot \gamma$ , при справедливости которого шум усилителя  $\langle V_N^2 \rangle^{1/2}$  не ухудшает чувствительности флюксметра. Проведенная оценка  $\gamma_a, \gamma_\theta$  показывает, что этого же можно добиться в безгистерезисном режиме.

Приведем два примера. Для реальных значений  $L_R = 10^{-10}$  Г,  $V_0 = I_0 R = 10^{-3}$  В имеем  $\ell \leq 1$  при  $I_0 \leq 3 \cdot 10^{-6}$  А.

При этом для  $T = 4,2$  К  $\Gamma \leq 10^{-1}$ , так что условие /15/ еще выполняется и из /25/ получаем  $(\delta\Phi)_{\text{min}} / (\Delta f)^{1/2} = 10^{-14}$  Гс.см<sup>2</sup>/Гц<sup>1/2</sup>, что соответствует  $5 \cdot 10^{-8}$  кванта потока, то есть на три порядка лучше полученного к настоящему времени /3,8/.

Для предельных значений  $I_0 = 3 \cdot 10^{-3}$  А, при которых известные контакты еще сохраняют джозефсоновские

свойства,  $\ell \leq 1$  при  $L_R = 10^{-13}$  Г, что, по всей вероятности, реально только в пленочном исполнении. При этом  $\Gamma \leq 10^{-4} \ll 1$  и  $(\delta\Phi)_{\text{min}} / (\Delta f)^{1/2} = 3 \cdot 10^{-16}$  Гс.см<sup>2</sup>/Гц<sup>1/2</sup> /около  $2 \cdot 10^{-9} \Phi_0$  /.

Отметим, что одним из самых существенных препятствий для реализации таких чувствительностей является шум контура. Так, опять считая  $V_0 = 10^{-3}$  В,  $T = T_T = 4,2$  К,  $\ell = 1$  и задаваясь типичным значением  $k^2 = 0,2$ , получаем из /26/  $(\omega / 2\pi) Q \geq 10^{12}$  Гц, что можно реализовать, повышая частоту накачки до значений  $\sim 10^9 \div 10^{10}$  Гц/10/. Наиболее выгодным является труднодостижимый предел  $q \gg 1$ , однако даже тот выигрыш, который можно получить при доступном сейчас режиме  $q \ll 1$ , по всей вероятности, может оправдать в ряде случаев некоторые неудобства, связанные с необходимостью работы с малыми индуктивностями  $L_R$  и с большим значением фактора  $(\omega Q)$ .

#### Некоторые приложения квантового флюксметра

Повышение точности измерения малых магнитных полей открыло новые возможности в фундаментальной и прикладной физике.

Квантовый флюксметр был применен нами для поиска дипольных электрических моментов электрона, измерения степени экранирования магнитного поля сверхпроводящими экранами и низкотемпературной парамагнитной термометрии.

Интерес к поиску дипольных электрических моментов у элементарных частиц вызван актуальностью проверки нарушений СР-инвариантности, запрещающей существование таких моментов /11/. Наличие у частиц электрических дипольных моментов может быть обнаружено приложением к системе частиц электрического поля и измерением возникающего в результате изменения в степени их ориентации. Известные ограничения на этом пути наложены теоремой Шиффа /12/. Для частиц, входящих в состав некоторых атомов, эти ограничения оказываются частично снятыми /13/, что позволяет вести поиск

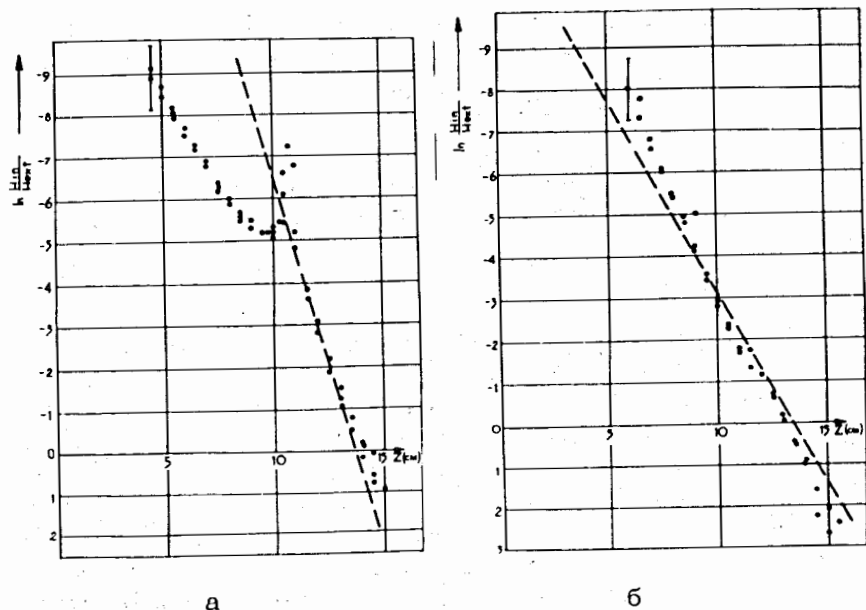


Рис. 10. Степень экранирования внешнего магнитного поля сверхпроводящим экраном диаметром 20 мм, а - аксиальное, б - поперечное поле. Пунктиром показаны расчетные зависимости<sup>/15/</sup> Дно экрана - в нуле абсцисс.

дипольного электрического момента электрона в макроскопическом опыте<sup>/14/</sup>. Однако большую опасность на этом пути представляют паразитные твердотельные эффекты, которые могут имитировать искомый эффект. Результаты проведенных нами предварительных экспериментов показали отсутствие маскирующих твердотельных эффектов и отсутствие электрического дипольного момента у электронов /в атоме железа/ на уровне  $10^{-20}$  е.с.м.

Экранирование магнитных полей создавалось экранами, выточенными в виде стаканчиков из технического свинца. Исследованные экраны имели диаметры 20, 28 и 48 мм, толщину стенки и доньшка, близкую к 1 мм, и длину 150 мм. Измерения степени экранирования проводились в двух конфигурациях: внешнее поле прикладывалось параллельно и перпендикулярно оси экрана. Величина приложенного поля не превышала нескольких десятков эрстед. При измерениях датчик магнитометра передвигался по оси экрана и был ориентирован вдоль приложенного поля. Полученные результаты показывают заметное отклонение от расчетных данных<sup>/15/</sup> в аксиальном поле /рис. 10/, которое мы объясняем выталкивающим действием тела датчика.

Измерение зависимости статической магнитной проницаемости церий-магниевого нитрата от температуры было выполнено с целью исследования возможности использования сверхпроводящего флюксметра в качестве низкотемпературного термометра аналогично<sup>/16/</sup>. Полученная зависимость удовлетворяла закону Кюри с ошибкой ~1%.

#### Литература

1. A.H.Silver, J.E.Zimmerman. *Phys.Rev.*, 157, 317 (1967);  
J.M.Goodkind, D.L.Stolfa. *Rev.Sci.Inst.*, 41, 799 (1970);  
J.E.Zimmerman. *Cryogenics*, 12, 19 (1972);  
J.M.Giffard, R.A.Webb, J.C.Wheatley, J.Low. *Temp.Phys.*, 6, 533 (1972).
2. J.Clark. *PIEEE*, 61, 7 (1973).

3. W.A. Goodman, V.N. Hesterman, L.H. Rorden, W.S. Gory. *PIEEE*, 61, 20 (1973).
4. H. Simmonds, W. Parker. *J. Appl. Phys.*, 42, 38 (1971).
5. Б. В. Васильев, В. Г. Гребинник, В. Г. Симкин. *Сообщение ОИЯИ Р13-6942*, Дубна, 1973.
6. J. Kurkijarvi. *Phys. Rev.*, B6, 832, 1972; *J. Appl. Phys.*, 44, 3279, 1973. J. Kurkijarvi, W.W. Webb. *Proc. 1972 Appl. Supercond. Conf., IEEE Publ., N.Y., 1972*, p. 521.
7. A.N. Vystavkin et al. *Rev. Phys. Appl.*, 9, 79 (1974).
8. Б. В. Васильев, А. И. Иваненко, В. Н. Трофимов. *Препринт ОИЯИ Р13-7429*, Дубна, 1973.
9. P.K. Hansma. *J. Appl. Phys.*, 44, 4191 (1973).
10. J.E. Zimmerman, N.V. Frederic. *Appl. Phys. Lett.*, 19, 16 (1971); R.A. Kamper, M.B. Simmonds. *Appl. Phys. Lett.*, 20, 270 (1972); L.R. Corruccini. *Rev. Sci. Inst.*, 44, 1256 (1973).
11. Ф. Л. Шапиро. *УФН*, 95, 145 /1968/.
12. L.I. Schiff. *Phys. Rev.*, 132, 2194 (1963).
13. P.G.H. Sandars. *Phys. Lett.*, 22, 290 (1966); 14, 194 (1965). В. К. Игнатович. *ЖЭТФ*, 56, 2019 /1969/.
14. W.M. Fairbank, W.O. Hamilton. *ЛТЮ*, 2B, 327 (1966).
15. W.O. Hamilton. *Rev. Phys. Appl.*, 5, 41 (1970).
16. E.C. Hirschhoff, O.G. Symko, J.C. Wheatley, J. Low. *Temp. Phys.*, 5, 155 (1971).

*Рукопись поступила в издательский отдел  
29 августа 1974 года.*